上海科技大学重点教材建设专项资助

高等院校电气工程系列教材

磁测量原理与技术

Principle and Technology of Magnetic Measurement

叶朝锋　徐云　迟忠君　郝丽　编著

Ye Chaofeng　Xu Yun　Chi Zhongjun　Hao Li

清华大学出版社

上海科技大学重点教材建设专项资助
高等院校电气工程系列教材

磁测量原理与技术

叶朝锋　徐　云　迟忠君　郝　丽　编著

清华大学出版社
北　京

内 容 简 介

本书全面介绍了磁测量的原理与技术。全书分理论和实验两大部分，其中理论部分共6章。第1章是磁测量概论，介绍了磁测量的基本概念、基本磁学量、电磁场的基本定律、磁介质的性能方程、铁磁物质的磁特性、磁测量的基准和基本方法等内容；第2章主要介绍了磁场的测量，包括常见的磁场激励源和磁场测量的原理、方法与技术；第3章讲述磁性材料本征磁特性的测量，介绍了磁性材料饱和磁化强度的测量、磁各向异性常数的测量、磁致伸缩系数的测量、居里温度的测量、旋转样品测量以及应用铁磁共振技术测量磁参数；第4章讲述磁性材料静态磁特性的测量，主要介绍了冲击法测量静态磁特性；第5章介绍了动态磁特性的测量；第6章对磁测量最新进展与前沿技术作了简要介绍。实验部分介绍了10个与磁测量相关的实验，每个实验都详细介绍了实验目的、实验内容与要求、实验仪器、实验原理和实验步骤等，方便在教学实践中使用。

本书可作为磁测量方向的专业教材，供高等院校电气工程、电子技术、材料物理等专业的学生选用，也可供从事磁场与磁测量相关工作的技术人员参考。

版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989 13701121933

图书在版编目（CIP）数据

磁测量原理与技术/叶朝锋等编著. —北京：清华大学出版社，2018
（高等院校电气工程系列教材）
ISBN 978-7-302-51386-5

Ⅰ. ①磁…　Ⅱ. ①叶…　Ⅲ. ①磁测量－高等学校－教材　Ⅳ. ①O441.5

中国版本图书馆CIP数据核字（2018）第233857号

责任编辑：冯　昕
封面设计：傅瑞学
责任校对：赵丽敏
责任印制：刘海龙

出版发行：清华大学出版社
网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　　址：北京清华大学学研大厦A座　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：三河市国英印务有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×260mm　　**印　　张**：12.25　　**字　　数**：293千字
版　　次：2018年12月第1版　　**印　　次**：2018年12月第1次印刷
定　　价：35.00元

产品编号：079932-01

编著者简介

叶朝锋，现任上海科技大学信息科学与技术学院助理教授/研究员/博导。2008 年 7 月至 2013 年 6 月在清华大学电机系工作，期间参与和主持了多项电磁检测相关的科研项目。后赴美国深造，在密歇根州立大学取得博士学位并完成了博士后的研究。在美国期间，与波音公司的研发团队合作研制了基于巨磁阻（GMR）传感器阵列磁场成像的飞机金属结构检测系统；并在美国电力科学研究院（EPRI）的资助下完成了核电站关键结构检测传感器的仿真研究及新型传感器研发。基于研究成果，在 *IEEE Sens. J.*，*IEEE Trans. Magn.*，*Sensors* 等期刊和国际会议发表论文 20 余篇，申请美国专利 2 项、中国专利 5 项，曾获北京市科学技术奖。

现于上海科技大学领衔建设一个设施一流、研发实力雄厚的传感器与无损检测研究实验室。该实验室的研究方向包括：无损检测方法与技术，电磁精密测量，生物医学电磁检测成像，新型传感器及其应用技术，信号处理与缺陷重构算法等。目前正在开展的研究项目有：飞机关键结构无损检测成像，核电站蒸汽发生器和核燃料棒缺陷检测与重构，复合材料结构健康监测，生物弱磁场信号精密测量，生物医学电磁成像技术等。

徐云，清华大学研究员（已退休），工学博士。曾任清华大学电工电子实验教学中心副主任、清华大学热工电工计量室主任、清华大学电工仪器与电工计量开放实验室主任。作为负责人完成国家自然科学基金、航天基金、清华大学基础研究基金、清华大学实验仪器研究基金及横向项目多项。出版《电工技术测量与实验》《电力系统中的高次谐波》《电学中的混沌》《非线性电路及混沌》《电路测量与实验》和《节能照明系统工程设计》6 部著作。

迟忠君，高级工程师，硕士研究生，毕业于清华大学电气工程专业，现工作于国网北京市电力公司。长期从事智能电网相关技术工作，负责或重点参与国家级、北京市科技项目 10 余项，获省部级科技奖 10 余项，被授予 2018 年度中国电力优秀青年科技人才奖。

郝丽，清华大学电机系高级工程师，具有 10 余年从事电磁场实验教学的经验。

前言

磁场是一种看不见、摸不着的物质，它不是由原子或分子组成的，但磁场是客观存在的，就像山川河流一样客观而真实。运动电荷、磁体或变化电场周围空间都存在磁场。磁体间的相互作用就是以磁场作为媒介的，所以两磁体不用接触就能发生作用。人类在几千年前就认识到了磁场与磁性物质，但对磁的研究却是一个历久弥新的问题，例如新型磁性材料、自旋电子学、微弱磁信号测量、超导磁物理等。

磁场与电场一样，是现代电磁学、电子技术的重要基础。学生在学习过程中往往对电场的基本定律、基本分析方法、常用仪器设备、导电介质材料等了解得比较透彻，而对磁场的相关知识却比较生疏。近年来随着磁性物理与信息科学的快速发展，关于磁场的基本理论与技术的教学在高校中变得越来越重要。本书的作者曾在清华大学电机系开设了磁测量专业选修课程，取得了良好的教学效果，积累了较丰富的理论教案和实验方案，同时也注意到该方向缺乏系统性的专业教材，特编辑本书。本书作为磁测量方向的专业教材，可被全国各高校的电气工程、电子技术、材料物理等方向的学生选用，同时也可作为电气相关工业领域的参考书。

本书分理论和实验两部分。理论部分综合地介绍了磁测量的基本概念、原理和方法，以及磁测量的最新进展与前沿技术。第 1 章是磁测量概论，介绍了磁测量的基本概念、基本磁学量、电磁场的基本定律、磁介质的性能方程、铁磁物质的磁特性、磁测量的基准和基本方法等。第 2 章主要介绍了磁场的产生与测量，重点介绍了霍尔元件磁场测量、电磁感应法、磁电阻效应法、磁共振法、弱连接超导效应法和磁光法的原理与特性。第 3 章讲述了磁性材料本征磁特性的测量，介绍了磁性材料饱和磁化强度的测量、磁各向异性常数的测量、磁致伸缩系数的测量、居里温度的测量、旋转样品测量以及应用铁磁共振技术测量磁参数。第 4 章讲述磁性材料静态磁特性的测量，主要介绍了冲击法测量静态磁特性。第 5 章介绍了动态磁特性的测量。第 6 章对磁测量最新进展与前沿技术作了简要介绍。实验部分介绍了 10 个与磁测量相关的实验，每个实验都详细介绍了实验目的、实验内容与要求、实验仪器、实验原理和实验步骤等，方便在教学实践中使用。

附录部分是常用电磁学单位对照表。参考文献包括了编著本书过程中使用到的参考资

料和提供给读者的指导性阅读资料。由于书中涉及的知识面广泛，本书在编著过程中引用了许多文献和互联网上的资料。

希望本书的出版对于对磁性物理和磁测量感兴趣的读者有所裨益。对于广大相关专业的学生，本书是一本相对全面、新颖的教材或参考书；对于从事磁场与磁测量相关工作的电气工程师们，本书是一本方便、实用的技术指导书；对于非相关专业的读者而言，本书是一本准确、易懂的大众科普读物。

在本书的编著过程中，清华大学电机系赵伟教授、黄松岭教授和袁建生教授给予了专业性的指导意见；上海科技大学王美玲、陶钰、汪洋等同志参与了本书的部分编辑工作；作者在撰写本书的日子里，家人给予了支持；此外，清华大学出版社积极促成了本书的出版，作者特此一并表示感谢。

本书由上海科技大学重点教材建设专项资助出版，并作为信息学院磁测量相关课程的教材/教参，对此，作者特别致谢。

本书的内容涉及面较广，在编著过程中，作者不断修改、补充相关的知识和内容，但由于水平有限，书中难免有错误和不足之处，希望广大读者不吝批评指正。

编　者

2018 年 5 月于上海

目录

第一部分　理　　论

第一部分　理　　论

第 1 章

磁测量概论

1.1　基本概念及基本磁学量

1.1.1　测量的术语与定义

测量是指人们借助专门的技术工具，采用实验方法找出物理量的数值的过程，它是人们认识事物时不可缺少的过程。从原理上，测量可分为直接测量和间接测量，前者是直接从实验数据中找出物理量未知数的测量，而后者则是根据未知量和直接测量的量之间的已知关系，找出未知量。磁学量的测量几乎都属于间接测量。从方法上，测量又可分为绝对测量和相对测量，在磁测量技术中，这两种方法都经常使用。绝对测量是基于一个或数个基本量的直接测量或利用物理常数值所进行的测量；相对测量则是为了得到被测量的量与作为标准的同名量之间的比例关系的一种测量。

测量技术所追求的目标是，用实验的方法找出与物理量的真值尽可能接近的测量值。由于人们对物理现象认识的局限性和技术上的原因，真值总是不可能得到的。测量结果与被测量真值之间的偏差，称为测量误差。误差自始至终存在于一切科学实验的过程中，这就是所谓的误差公理。

对于一种测量，我们常常使用精确度(或精密度)、准确度和正确度来表示它的好坏程度，这是三个不同的概念。

测量的精密度：反映随机误差大小的程度，是使用仪器测量所得到的最可靠的最小值，与仪器的最小读数有关。

测量的准确度：反映随机误差与系统误差合成的大小程度，指的是使用某种仪器作多次测量所得平均结果的可靠程度，即与真值的符合程度。一般可用相对误差的倒数来表示。

测量的正确度：反映系统误差大小的程度。不能排除系统误差的测量，便无正确度可言。

精密度高的测量，正确度不一定高，两者并不一致。而准确度高的测量则精密度和正确度都高，所以我们应以准确度的高低来衡量一个仪器、一个测量方法的质量。具有同样精密度的两台仪器，它们的准确度不一定相同；精密度高的仪器，准确度不一定高。因此任何一台仪器在测量之前必须用标准量值进行校准。

一般而言，测量包括以下4个要素：

(1) 测量的客体

测量的客体即测量对象，主要包括长度、面积、形状、高程、角度、时间、电流、磁场以及机械作用力等。由于测量对象种类繁多，因此对于它们的特性、被测参数的定义以及标准等都必须加以研究和熟悉，以便进行测量。

(2) 计量单位

《中华人民共和国计量法》第三条中规定："国际单位制计量单位和国家选定的其他计量单位，为国家法定计量单位。"例如长度的单位为米(m)，质量单位是千克(kg)，电流单位是安培(A)，等等。

(3) 测量方法

测量方法指在进行测量时所用的一组操作逻辑次序。

(4) 测量结果

测量结果指测量到的反映真实值的数据。由于任何测量过程总不可避免地会出现测量误差，所以测量结果都是对真实值的某种近似。

1.1.2 磁测量概述

磁学是研究各种物质的磁性起源并掌握其中的磁性物理规律的一门学科，在社会的各个方面拥有广泛应用。磁学是一门既古老又年轻的学科。说它古老，是因为关于磁现象的发现和应用的历史悠久；说它年轻，是因为磁的应用目前越来越广泛，已形成了许多与磁学有关的边缘学科，例如磁流体力学、原子核磁学、基本粒子磁学、磁化学、地球磁学、天体磁学、生物磁学、自旋电子学等。磁学基础研究与应用的需求相互促进，在国防和国民经济中起着重要作用。

磁测量是建立在电磁理论和电工技术基础上的一门技术性学科。磁测量的方法也与传统的各种测量方法有显著不同，为了获得准确的测量结果，不仅要了解常见的测量仪器、测量方法，还要对测量的物理过程有深刻的认识。在研究磁测量技术之前，必须掌握磁学的基本知识、基本规律及物质的磁性等内容。

磁测量包括对空间磁参量的测量和对磁性材料性质的测量(即磁性测量)。空间磁参量测量的主要对象是空间磁场的磁通量 Φ、磁场强度 $\boldsymbol{H}$、磁通密度(又称磁感应强度)$\boldsymbol{B}$ 等，在均匀各向同性介质中，$\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 有线性关系。

磁性测量的主要任务是揭示材料在外磁场作用下所表现出的宏观磁特性。测量对象除了 $\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{B}$ 外，还包括磁性材料在不同激磁情况下的磁导率和不同频率下的损耗等。它们常是设计和制造电机、电器、仪表以及自动控制和电子通信等领域所用磁性原件的重要依据。在磁性材料中，$\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 间的关系比较复杂，线性关系和单值关系不复存在。

在工业和科研测试中，磁测量所依据的原理主要有：

(1) 磁场间的机械力效应(如磁强计)。

(2) 电磁感应定律。

(3) 物质的磁效应，如磁电阻效应、核磁谐振、磁光效应(法拉第效应)、半导体对磁场的敏感效应等。

1.1.3　基本磁学量

基本磁学量是表征某一空间或物体内部磁性现象的基本量值。

电流之间或运动电荷之间的相互作用是磁现象的物理基础，例如电流或运动电荷可以在其周围空间里产生磁场。从广义的角度来说，可以将产生磁场的“源”都称为磁体。从这种概念出发，磁体既可以是任何电流回路，也可以是原子中带电粒子的轨道运动或自旋运动，或者是它们的任意组合。磁体的最小单位是磁偶极子，它就是一个可以用无限小的电流回路来代替的小磁体。如果把观察点移到距离远大于磁体尺寸的远源区，对该区域所有点上的磁场而言，此磁体就是一个可以用平面电流回路来代替的磁偶极子。

1. 磁感应强度 *B*

在电学中，静止电荷之间的相互作用力是通过电场来传递的，而电场的基本特征之一，是它能对任何置于其中的电荷施加作用力。同样，磁极与磁极、磁极与电流、电流与电流之间也有力的相互作用。为表征这些相互作用，我们引用物质存在的另一种形态——磁场。也就是说，磁极和电流周围空间存在磁场，磁场的基本特征之一，是它对于置于其中的磁极或电流能施加作用力。

为了定量地描述磁场，我们引入一个基本磁学量——磁感应强度 $\boldsymbol{B}$。根据安培分子环流假说：组成磁铁的最小单元(磁分子)是环形电流。这些分子环流定向地排列起来，在宏观上就显示出北(N)极、南(S)极。这样看来，无论是导线中的电流还是磁铁，它们的本源都是电荷的运动。一切磁力现象都归结为运动着的电荷(即电流)之间的相互作用，其相互关系由安培定律表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F} = I\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B} \tag{1-1-1}$$

式中，$I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 为电流元；$\boldsymbol{B}$ 为除 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 以外其他电流元在 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 处所产生的总磁感应强度矢量；$\mathrm{d}\boldsymbol{F}$ 为电流元在磁场中受的力。由上式可见，置于磁场中某处的电流元或运动电荷所受的力，与电流元的取向有关。当 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 平行时，受力为零；当 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 正交时，受力最大。

在国际单位制中 $\boldsymbol{B}$ 的单位为 T(特斯拉)，即

$$[B] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A \cdot m}} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{m^2}} = \mathrm{T} \tag{1-1-2}$$

在电磁单位制中，$\boldsymbol{B}$ 的单位为 Gs(高斯)，其关系为 $1\mathrm{T}=10^4\mathrm{Gs}$。

磁场与电流是不可分割的，在考虑直流磁场时，电流和磁场之间的相互关系由毕奥-萨伐尔定律所确定：在无限大真空中，电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 在某点 P 所产生的磁感应强度 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}$，与电流元成正比，与电流元到该点的距离平方成反比，即

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}^0}{r^2} \tag{1-1-3}$$

式中，$\boldsymbol{r}^0$ 为电流元指向 P 点的单位矢量；μ_0 表征真空磁特性的常数，称为真空磁导率，在国际单位制中 $\mu_0=4\pi\times10^{-7}\mathrm{H/m}$。另一个常用的公式是安培环路定律：

$$\oint_l \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0 \sum I \tag{1-1-4}$$

该式说明真空中，磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 沿任何闭合轮廓的线积分，等于该轮廓所交链的电流的代数和乘以磁导率。所谓交链，就是电流穿过轮廓的界定面。当电流参考方向与轮廓的绕行

方向符合右手螺旋定则时，该电流为正，反之为负。

2. 磁场强度 $\boldsymbol{H}$

人类最早发现磁现象是从天然磁铁开始的，磁铁有N、S两极，同号磁极相斥，异号磁极相吸。这一点与正、负电荷有很大的相似性。因此，人们仿照电学，认为磁极上有一种叫“磁荷”的东西，N极上的磁荷叫正磁荷，S极上的磁荷叫负磁荷，当磁极本身的几何尺寸比它们之间的距离小很多时，就把磁荷看成为点磁荷。例如，一根细长磁针两端的磁荷就可看作为点磁荷。

正如电荷之间相互作用的基本规律是库仑定律一样，磁荷之间相互作用的基本规律是磁的库仑规律。在得到点电荷之间相互作用的规律之前，库仑就通过实验的方法，得到了两个磁荷之间相互作用的规律，即两个点磁荷 q_{m1} 及 q_{m2} 之间的相互作用力的大小和 q_{m1} 及 q_{m2} 的乘积成正比，和它们之间的距离 r 的平方成反比，作用力的方向沿着它们的连线。这个规律叫磁的库仑定律。其表达式与电的库仑规律相似，为

$$\boldsymbol{F}=\frac{q_{m1}q_{m2}}{4\pi\mu_0 r^2}\boldsymbol{r}^0 \tag{1-1-5}$$

式中，μ_0 为真空磁导率；$\boldsymbol{r}^0$ 代表由点磁荷引出的单位矢量。当两磁荷同号时 $\boldsymbol{F}>0$，表示斥力；当两磁荷异号时 $\boldsymbol{F}<0$，表示引力。

把上式改写为

$$\boldsymbol{F}=q_{m2}\boldsymbol{H} \tag{1-1-6}$$

式中引入一个新的矢量 $\boldsymbol{H}$：

$$\boldsymbol{H}=\frac{q_{m1}}{4\pi\mu_0 r^2}\boldsymbol{r}^0 \tag{1-1-7}$$

$\boldsymbol{H}$ 与点电荷产生的电场强度矢量 $\boldsymbol{E}$ 相仿，因此，$\boldsymbol{H}$ 称为磁极1在磁极2处产生的磁场强度矢量。

按磁荷观点，描述磁场性质的基本磁学量是磁场强度矢量 $\boldsymbol{H}$。仿照电场强度矢量，规定磁场强度是这样一个矢量，其大小等于单位点磁荷在该处所受磁场力的大小，其方向与正磁荷在该处所受磁场力的方向一致。假设试探点磁极的磁荷为 q_m，它在磁场中某处受的力为 $\boldsymbol{F}$，由上述定义，该处磁场强度矢量为

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{F}/q_m \tag{1-1-8}$$

在国际单位制中，$\boldsymbol{H}$ 的单位为A/m(安/米)；在电磁单位制中，$\boldsymbol{H}$ 的单位为Oe(奥斯特)。其关系为

$$1\text{A/m}=4\pi\times10^{-3}\text{Oe} \tag{1-1-9}$$

磁的库仑定律和电的库仑定律形式相似，磁场强度矢量的定义式也和电场强度矢量的定义式相仿。按照类比的方法，只要作如下代替：电荷 q→磁荷 q_m，电场强度矢量 $\boldsymbol{E}$→磁场强度矢量 $\boldsymbol{H}$，介电常数 ε→磁导率 μ，则所有电场的公式，可以全部移植到磁场中。

3. 磁通 $\boldsymbol{\Phi}$

电场的分布是用电力线来描述的。同样，磁场的分布也可借助磁力线来描述。磁力线是一些有方向的曲线，线条的密度表示磁感应强度的大小，线上任一点的切线方向表示该点磁感应强度的方向。因此，磁力线又称为磁感应线。磁感应线与电力线不同，它是一些连续的互不相交的闭合曲线。

仿照引入电通量的方法，我们规定穿过某一闭合轮廓界定面 S 的磁感应线的数目为与该面（或闭合轮廓）相交链的磁通量，其表达式为

$$\Phi = \iint_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1-1-10}$$

式中，$\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ 为面积元矢量。Φ 的正方向与闭合轮廓的绕行方向符合右手螺旋定则，也即与界定面的正法线方向一致。在国际单位制中，磁通的单位为 $\mathrm{T} \cdot \mathrm{m}^2$（特斯拉・米^2），或叫 Wb（韦伯）。在电磁单位制中，磁通的单位为 Mx（麦克斯韦），其关系为

$$1\mathrm{Wb} = 10^3\mathrm{Mx} \tag{1-1-11}$$

由磁通的定义，反过来我们也可以把磁感应强度看成是通过与它垂直的单位面积的磁通量。因而磁感应强度又可称为磁通密度，即

$$\boldsymbol{B} = \Phi/\boldsymbol{S} \tag{1-1-12}$$

4. 磁化强度 $\boldsymbol{M}$ 和磁极化强度 $\boldsymbol{J}_m$

前面讨论载流线圈产生磁场时，都假定是处于真空中，或者说是处于没有铁磁物质的空间。然而在实际中，大多数情况下电感器材的线圈中都有铁心。实验证明，铁心可以使线圈中的磁通量大大增加。这可用分子环流的观点加以说明。假设有一根铁棒，按照安培分子环流的观点，棒内的每一个磁分子，即磁介质内的微观基本单元，相当于一个环形电流，称为分子环流。每个分子环流都具有磁性，我们用分子磁矩 $\boldsymbol{m}$ 表示。在没有外磁场作用下，各分子环流取向是杂乱无章的。如图 1-1-1(a)所示，它们的磁矩相互抵消。宏观看起来，铁棒不显磁性。若将铁棒置于恒定磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 中，铁棒被磁化，假设分子磁矩所在处的磁感应强度为 $\boldsymbol{B}$，则铁棒内各分子磁矩所受到的力矩为

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B} \tag{1-1-13}$$

在力矩 $\boldsymbol{T}$ 的作用下，各分子环流的磁矩在一定的程度上转向磁场反方向，如图 1-1-1(b)所示。图的右方是磁化了的铁棒的横截图面，由图可以看出，分子环流的环绕方向一致，在铁棒内部任何两个分子环流相邻的电流元的方向总是彼此相反的，它们的效果相互抵消，只有在横截面边缘上的各段电流未被抵消。宏观看起来，每个截面内分子环流的总和与沿截面边缘的大环形电流（宏观上称为束缚电流）等效，如图 1-1-1(c)所示。从整体上看，磁化了的铁棒就像一个由分子环流组成的“螺线管”，分子环流螺线管产生的磁感应强度用 $\boldsymbol{B}_d$ 表示，其分布如图 1-1-2 所示，是一些连续的互不相交的闭合曲线，在铁心内部 $\boldsymbol{B}_d$ 的方向与磁化场 $\boldsymbol{B}_0$ 的方向一致，因而有铁心时，铁心内的总磁感应强度应该是两者之和，即 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_0+\boldsymbol{B}_d$，比没有铁心时增加了 $\boldsymbol{B}_d$。这就是引进铁心后磁通量增加的原因。

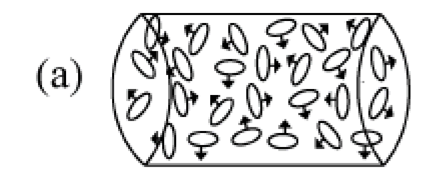
为了描述磁介质的磁化状态，通常引入磁化强度矢量 $\boldsymbol{M}$ 的概念。磁化强度矢量定义为单位体积内分子磁矩的矢量之和，即

$$\boldsymbol{M} = \frac{\sum \boldsymbol{m}_i}{\Delta V} \tag{1-1-14}$$

式中，$\sum \boldsymbol{m}_i$ 为体积 ΔV 内所有分子磁矩的矢量和。在国际单位制中，$\boldsymbol{M}$ 的单位为 A/m（安/米）。

对于铁棒来说，当它处于未磁化状态时，各分子磁矩的取向杂乱无章，它们的矢量和 $\sum \boldsymbol{m}_i = 0$，从而棒内磁化强度矢量 $\boldsymbol{M} = 0$。在恒定磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 的作用下，棒内各分子磁矩在一

定的程度上沿着 $\boldsymbol{B}_0$ 的方向排列，它们的矢量和将不等于零，而且合成矢量具有 $\boldsymbol{B}_0$ 的方向。分子磁矩定向排列程度越高，它们的矢量和越大，从而磁化强度矢量 $\boldsymbol{M}$ 就越大。由此可见，磁化强度矢量 $\boldsymbol{M}$ 是一个反映磁介质磁化状态的物理量。



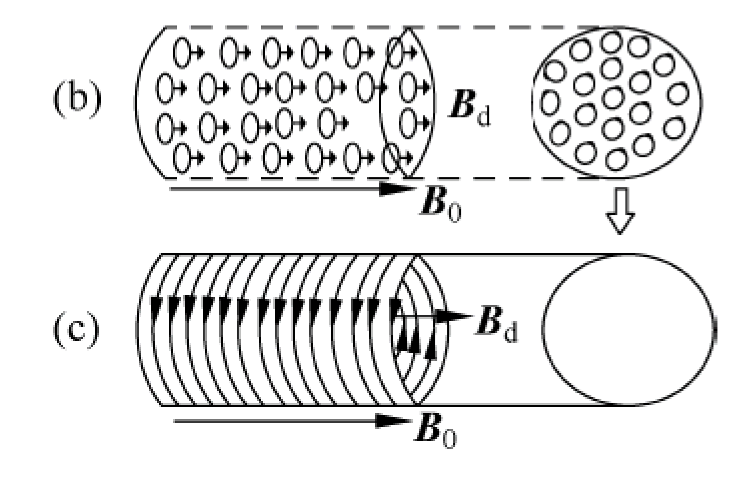




图 1-1-1 磁介质磁化的微观机制与宏观效果

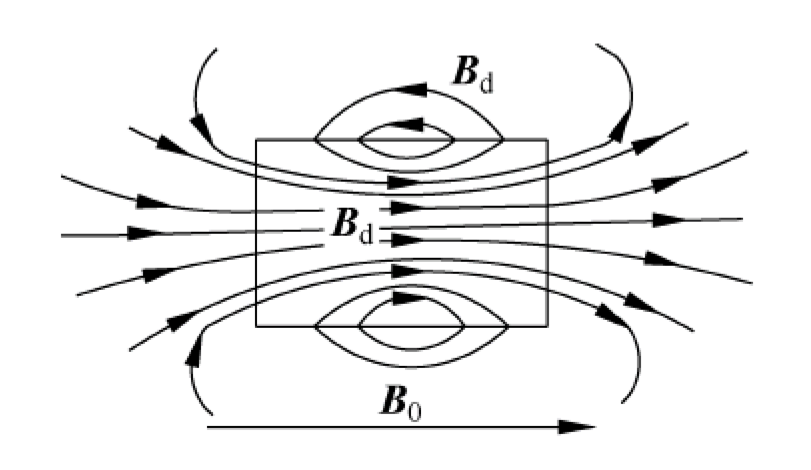


图 1-1-2 磁化物质的磁感应线

如前所述，当磁介质处于磁化状态时，一方面在磁介质表面出现未被抵消的束缚电流；另一方面磁介质具有合成磁矩，它可用磁化强度矢量 $\boldsymbol{M}$ 描述。束缚电流与磁化强度矢量之间有如下关系：

$$\oint_l \boldsymbol{M} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum i_\mu \tag{1-1-15}$$

式中 $\sum i_\mu$ 表示所有束缚电流的代数和。该式表明，磁化强度矢量沿任意闭合回路 l 的积分，等于穿过此闭合回路的所有束缚电流的代数和。这是一个反映磁介质束缚电流的分布与磁化强度矢量之间联系的普遍公式。

关于磁介质的磁化，在工程中常用磁荷的观点进行分析。磁荷是从电荷类比而来，在此特别提出，电学中孤立的电荷是最简单的电结构。那么磁化中是否有孤立的磁极呢？这是人们一直探讨的问题。但迄今为止，实验中无论怎样分割一个小的永久磁体，从未发现单个的磁极，磁极总是成对出现的，所以本书中介绍磁荷只是为了沿用经典磁荷理论，用其描述磁现象，并不意味着自然界中真正存在磁荷。图 1-1-3 所示为一对等量异号的点磁荷 $\pm q_{\mathrm{m}}$ 组成的带磁体系，它们之间的距离 l 远比场中某一点 P 到它们的距离 r 小得多，这种带磁体系称为磁偶极子。在磁介质中最小磁单元是磁偶极子，它的强度用磁偶极距 $\boldsymbol{j}_{\mathrm{m}}$ 表示。假设磁偶极矩所在处的磁场为 $\boldsymbol{H}$，则它所受的力矩为

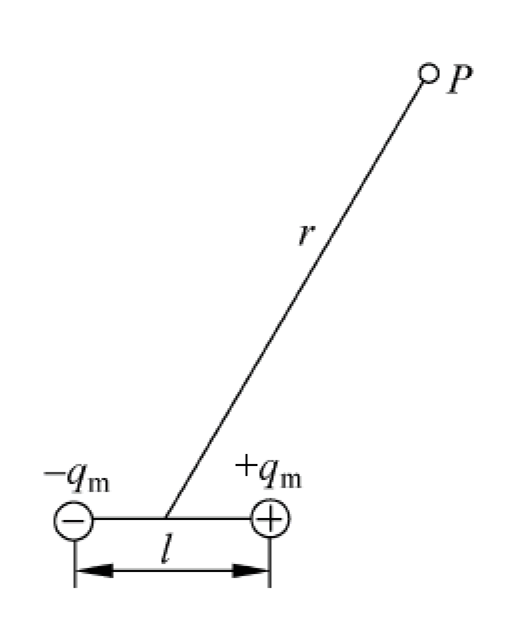


图 1-1-3 磁偶极子

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{j}_{\mathrm{m}} \times \boldsymbol{H} \tag{1-1-16}$$

力矩 $\boldsymbol{T}$ 力图使磁偶极距转向磁场 $\boldsymbol{H}$ 的方向，这样介质就被磁化了。为了描述介质的磁化状态，我们引入了磁极化强度矢量 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{m}}$，它定义为单位体积内所有磁偶极矩的矢量和，即

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{m}} = \frac{\sum \boldsymbol{j}_{\mathrm{m}}}{\Delta V} \tag{1-1-17}$$

式中，$\sum \boldsymbol{j}_{\mathrm{m}}$ 为体积 ΔV 内所有磁偶极矩的矢量之和；$\boldsymbol{J}_{\mathrm{m}}$ 为磁极化强度矢量，在国际单位制中，$\boldsymbol{J}_{\mathrm{m}}$ 的单位为 $\mathrm{Wb/m^2}$（韦伯/平方米）或 T（特斯拉）。

磁极化强度矢量 $\boldsymbol{J}_m$ 也是反映介质磁化强弱的物理量，磁偶极矩 $\boldsymbol{j}_m$ 定向排列程度越高，它们的矢量和越大，从而磁极化强度矢量 $\boldsymbol{J}_m$ 越大。

我们再以铁棒为例，在恒定磁场 $\boldsymbol{H}$ 的作用下，棒内所有磁偶极子在一定程度上转向磁化场方向，由于磁偶极子的定向排列，在铁棒内部，正负磁荷首尾相接，相互抵消，宏观效果是在棒内的两端面上分别出现正负磁荷，或者说形成 N、S 磁极，如图 1-1-4 所示。磁化了的铁棒会形成附加的磁场 $\boldsymbol{H}_d$，因而空间各处的总磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 应是磁化场 $\boldsymbol{H}_0$ 和附加场 $\boldsymbol{H}_d$ 的矢量和。磁荷的磁场强度分布与电荷的电场强度分布相似，总是从正磁荷指向负磁荷，因此，铁棒内部 $\boldsymbol{H}_d$ 的方向与 $\boldsymbol{H}_0$ 的方向相反，总的磁场强度应是两者相减，即

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_0 - \boldsymbol{H}_d \tag{1-1-18}$$

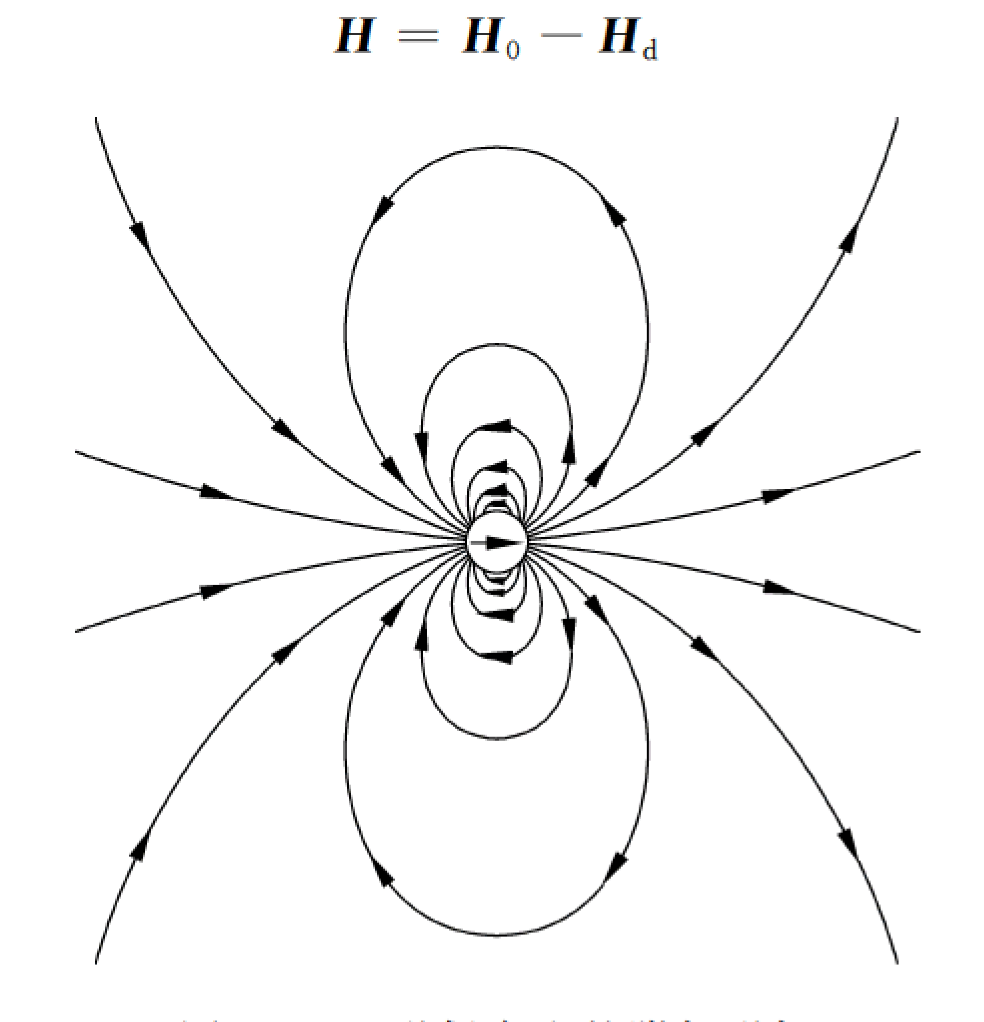


图 1-1-4　磁偶产生的附加磁场

因此，决定磁介质磁化强度的不是原来的磁化场 $\boldsymbol{H}_0$，而是合成的总磁场强度 $\boldsymbol{H}$。磁场强度减弱，磁极化强度 $\boldsymbol{J}_m$ 也将减弱，所以磁荷在铁棒内部的附加磁场强度 $\boldsymbol{H}_d$ 起着减弱磁极化的作用，故叫退磁场。退磁场是不利于磁介质磁化的，它使磁介质内部的总磁场强度小于磁化场的强度，即 $\boldsymbol{H}<\boldsymbol{H}_0$。

由于铁物质的磁导率远大于空气的磁导率（$\mu \gg \mu_0$），所以在铁棒内部总的磁感应强度仍大于磁化场的磁感应强度，即 $\boldsymbol{B}>\boldsymbol{B}_0$。这说明磁荷观点的结论与分子环流观点的结论完全一致。

综上所述，两种观点假设的微观模型不同，所使用的基本物理量不同，在分子环流观点中 $\boldsymbol{B}$ 为基本物理量，其物理意义比较清楚，$\boldsymbol{H}$ 是引入量；而在磁荷观点中基本物理量是 $\boldsymbol{H}$，$\boldsymbol{B}$ 是引入矢量。两种观点中都有 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{H}$，但所赋予它们的物理意义不同。然而它们最后得到的表达式完全相同，计算结果也一样，在这种意义上，两种观点是等效的。它们之间错综复杂的关系会给初学者带来一定的困难，读者在学习本节引入的概念时，要特别注意，采用某种观点分析磁介质问题时，要把这些观点贯彻始终，而不要把两种观点混淆起来。总的来说，分子环流观点更符合磁介质的微观本质；但从计算上看，磁荷观点简便、直观，而且可以直接引用静电场的规律。

1.1.4　磁单位

按国家法定计量单位规定，本书采用国际单位制（简称 SI）。SI 单位制中有关电磁量的

单位在此不作详细介绍，但考虑以往磁学中使用高斯制较为普遍，为了便于查阅各种书刊和文献，附录中列出了 SI 单位制和高斯单位制中常用的磁学量单位及其换算比。在此对磁学中的单位制作如下说明。

在高斯制中，介电常数 ε 和磁导率 μ 都是无量纲的纯数，而且真空中的 ε_0 和 μ_0 都等于1。这样，磁感应强度和磁场强度的量纲(根据量之间的关系式，由基本量导出导出量，导出量中具有相应幂指数的诸基本量的乘积称为量纲)相同。在真空(或空气)中，B 和 H 不仅量纲相同，而且大小相等。所以在高斯制中，B 和 H 这两个不同的物理量经常混淆，若不注意，可能会造成概念上的错觉。

在 SI 单位制中，B 和 H 不仅单位不同，大小不等，而且量纲也不相同，它们是完全不同的两个物理量。真空中的磁导率 μ_0 是由基本单位 1A 的定义导出来的：处于真空中两根相距 1m 的无限长且相互平行的细导线，通以相等的电流，若导线间单位长度上的相互作用力为 2×10^{-7}N，则通过导线的电流定义为 1A。由电流之间作用力

$$F = \frac{\mu_0 L I^2}{2\pi r} \tag{1-1-19}$$

得出真空中的磁导率为

$$\mu_0 = \frac{2\pi r F}{L I^2} = 4\pi \times 10^{-7}\,\text{H/m} \tag{1-1-20}$$

式中，I 为导线中的电流(1A)，r 为两根平行导线之间的距离(1m)，长度 $L=1$m，导线间的相互作用力为 2×10^{-7}N。

SI 单位制中，有意地在 μ_0 中引进 4π 的因子，是为了使那些常用的电磁公式中不出现 4π 的因子。μ_0 中还引入了 10^{-7} 因子，是为了使电流的单位接近于常见的电流大小。因此，从总体上看，SI 单位制构成严格、合理，物理意义明确，使用方便。

对同一定义或定律的物理公式，在不同单位制中其系数不同，这是同一物理量用不同单位计量的必然结果。因此，在计算时，应该注意物理公式所采用的单位制。当物理量的计算单位与公式采用的单位制不相符时，最好是把全部数据的单位换算成公式所要求的单位再代入公式计算。对于不同单位制之间公式的校验和推导，需要进行公式转换。

在进行两种单位制的公式转换时，应该注意要对物理量的量值进行换算。例如，在 SI 单位制中，细长螺线管中心的磁感应强度公式为

$$B_0 = \mu_0 N I \tag{1-1-21}$$

式中，B_0 为磁感应强度，单位是 T；μ_0 为真空磁导率，$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$H/m；N 为单位长度上线圈的匝数，单位为匝/m；I 为电流，单位是 A。

若将上述 SI 单位制中磁感应强度的公式转换为高斯单位制的公式，则需要对多个物理量进行换算。应该注意，量值的换算同单位的换算是不相同的。对于同一物理量，用大单位得到的数值小，用小单位得到的数值大，当从 SI 单位制换算为高斯制时，公式中每个物理量的单位都变小了，因此必须除以附录中相应的换算系数。量值的换算同单位的换算刚好相反，只有这样，才能还原为单位制中的公式。按此，上述公式应作如下转换：

$$B_0/10^4 = 4\pi \times 10^{-7}\mu_0 (N/10^{-2})(I \cdot 10/C) = 4\pi N I/C \tag{1-1-22}$$

式中，B_0 的单位为 Gs；$\mu_0=1$；N 的单位为匝/cm；I 的单位为绝对静电单位制(CGSE)电流；C 为常数，$C=3\times10^{10}$。显然，在 SI 单位制中细长螺线管中心轴向磁场公式的系数为

1,比高斯制中相应公式简单。

从高斯制公式推导SI单位制公式与上述方法相仿,每个物理量应乘以附录中相应的换算系数。

1.2　磁场的基本定律和磁介质的性能方程

1.2.1　电场的基本定理

1. 库仑定律

库仑定律是电学发展史上的第一个定量规律,自此,电学的研究从定性进入定量阶段,是电学史中的一块重要的里程碑。库仑定律阐明,在真空中两个静止点电荷之间的相互作用力与距离的平方r^2成反比,与电量的乘积q_1q_2成正比,作用力的方向在它们的连线上,同号电荷相斥,异号电荷相吸。即

$$\boldsymbol{F}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}^0 \tag{1-1-23}$$

式中,$\boldsymbol{r}^0$为两个点电荷连线方向上的单位向量。

电场强度是用来表示电场的强弱和方向的物理量。实验表明,在电场中某一点,试探点电荷(正电荷)在该点所受电场力与其所带电荷的比值是一个与试探点电荷无关的量。于是以试探点电荷(正电荷)在该点所受电场力的方向为电场方向,以前述比值为大小的矢量定义为该点的电场强度,常用$\boldsymbol{E}$表示。按照定义,电场中某一点的电场强度的方向可用试探点电荷(正电荷)在该点所受电场力的电场方向来确定;电场强弱可由试探电荷所受的力与试探点电荷带电量的比值确定,即$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{F}/q$。试探点电荷应该满足两个条件:①它的线度必须小到可以被看作点电荷,以便确定电场中每点的性质;②它的电量要足够小,使得它的置入不会引起原有电场的重新分布或对原有电场的影响可忽略不计。电场强度的单位为V/m(伏特/米)或N/C(牛顿/库仑)(这两个单位实际上相等)。

点电荷产生的电场可用库仑定律来计算,设观测点为$P(x,y,z)$,用$\boldsymbol{r}$表示,源点为$P(x',y',z')$,用$\boldsymbol{r}'$表示,源电荷电量为q',则其在观测点所产生的电场为

$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q'(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3} \tag{1-1-24}$$

由N个点电荷所组成的一个系统,其作用于一个电量为q、位置为$\boldsymbol{r}$的检验电荷的静电力,可以用叠加原理来计算。对于连续电荷分布,我们可以将每一个无穷小的空间元素视为一个电量为$\mathrm{d}q$的点电荷,做无限求和。这个过程等价于连续电荷分布的区域积分。

值得注意的是,只有当点电荷是处于静止状态的时候,库仑定律才是完全正确的;假若点电荷处于缓慢的运动状态,则只能说库仑定律大概正确。这个条件称为静电近似。当几个点电荷处于相对运动状态的时候,根据爱因斯坦的相对论,会有磁场产生,进而会改变作用于点电荷的力。

2. 高斯定律

高斯定律表明了闭合曲面内的电荷分布与产生的电场之间的关系,其定性描述为:穿过任意闭合曲面的净电通量等于该闭合曲面内的净电荷除以电容率。该闭合曲面称为高斯曲面。

真空中高斯定律积分形式为

$$\Psi_E = \oint\!\!\!\oint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \tag{1-1-25}$$

式中，$\boldsymbol{E}$ 为电场；$\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ 为闭合曲面的微分面积，由曲面向外定义为其方向；Q 为闭合曲面内的电荷；ε_0 为真空介电常数。如果给定空间的某个区域内任意位置的电场，原则上应用高斯定律可以很容易计算出电荷的分布。只要对电场在任意区域的表面进行积分，再乘以真空介电常数，就可以得到该区域内的电荷数量。但更常遇到的是逆问题，即给出电荷的分布，求在某位置的电场。此时虽然知道穿过某个闭合曲面的电通量，但解析此类问题仍比较困难，因为在闭合曲面任意位置的电场可能会非常复杂。假若问题本身显示出某种对称性，促使在闭合曲面位置的电场大小变得均匀，那么就可以通过均匀性来计算电场。像圆柱对称、平面对称、球对称等，这些空间的对称性，都能帮助更好地用高斯定律来解析问题。

3. 静电场的环路定理

静电场是保守力场，沿着任意环路的路径积分为0，如式(1-1-26)所示，其中 $\boldsymbol{l}$ 为任何闭合的曲线，$\boldsymbol{E}$ 为静电场。该式也表明，在静电场中移动一定的电荷，电场做功与电荷移动的路径无关，只取决于电荷的初始位置和最终位置。

$$\oint_l \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0 \tag{1-1-26}$$

1.2.2 磁场的基本定理

1. 毕奥-萨伐尔定律

磁感应强度也被称为磁通量密度或磁通密度，是表示贯穿一个标准面积的磁通量的物理量，其符号是 $\boldsymbol{B}$，国际单位制导出单位是 T。在电磁学的定义中，磁感应强度等于一根长 $\boldsymbol{l}$、电流大小为 I 的导体，在一个磁场中所受的力 $\boldsymbol{F}$ 大小，与 $\boldsymbol{l}$ 及 I 的乘积之比值，其中电流必须与磁场线垂直：

$$\boldsymbol{B} = \frac{\boldsymbol{F}}{I\boldsymbol{l}} \tag{1-1-27}$$

速度为 $\boldsymbol{v}$ 的运动电荷在磁感应强度为 $\boldsymbol{B}$ 的磁场中受到的磁场力为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F} = \mathrm{d}q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \tag{1-1-28}$$

在静磁学里，根据毕奥-萨伐尔定律(Biot-Savart law)用方程描述电流在其周围所产生的磁场，即

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = \frac{\mu}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{a}_r}{r^2} \tag{1-1-29}$$

式中，r 为 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$(源点)到场点的距离；$\boldsymbol{a}_r$ 为 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$(源点)到场点的单位矢量。

毕奥-萨伐尔定律适用于计算一个稳定电流所产生的磁场，这个电流是连续流过一条导线的电荷，电流量不随时间而改变，电荷不会在任意位置累积或消失。采用静磁近似，当电流缓慢地随时间改变时(例如当载流导线缓慢地移动时)，该定律成立。

毕奥-萨伐尔定律是静磁学的基本定律，在静磁学中的地位，类似于库仑定律之于静电学；毕奥-萨伐尔定律和安培定律(如式(1-1-32)所示)的关系，则如库仑定律之于高斯定律。

若无法采用静磁近似，例如当电流随着时间变化太快，或当导线快速移动时，就不能使用毕奥-萨伐尔定律，必须改用杰斐缅柯方程(Jefimenko equation)。

2. 磁通连续性定理

磁场不同于电场，它必须满足磁通连续性。前文已经介绍了磁通量(磁通)的表达式为

$$\mathrm{d}\Phi = \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1-1-30}$$

式中，$\boldsymbol{B}$ 为磁通密度；$\boldsymbol{S}$ 为任一闭合曲面。

磁通连续性定理指出，由任一闭合面穿出的净磁通等于零，即穿出的磁通等于穿入的磁通，而其代数和为零。即

$$\oint\!\!\oint_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0 \tag{1-1-31}$$

此式表明磁力线是连续的，都是既无始端又无终端而围绕着电流的闭合线。

3. 安培定律

安培定律表明，载流导线所载有的电流，与磁场 $\boldsymbol{H}$ 沿着环绕导线的闭合回路的路径积分，两者之间的关系为

$$\oint_l \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \oint\!\!\oint_S \boldsymbol{J} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1-1-32}$$

式中，$\boldsymbol{J}$ 为导线中的电流密度；$\boldsymbol{l}$ 为环绕导线的任意环路；$\boldsymbol{S}$ 为导线截面。电流与闭合曲线方向的规定为右手螺旋法则。

詹姆斯 · 麦克斯韦(James Clerk Maxwell)又将这方程重新推导了一遍，麦克斯韦认为，因为时变电场会生成磁场，假若电场含时间，则前述安培定律方程不成立，必须加以修正。经过修正后，新的方程称为麦克斯韦-安培方程，是麦克斯韦方程组中的一个方程，以积分形式表示为

$$\oint_l \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}l = \oint\!\!\oint_S \boldsymbol{J} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} + \oint\!\!\oint_S \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{D}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1-1-33}$$

式中，$\boldsymbol{D}$ 为电位移矢量。该式表明在交变电磁场中，全电流可以细分为自由电流和束缚电流。尽管从微观而言，所有的电流基本上是一样的，但由于实用原因，物理学家会将电流分类为自由电流和束缚电流，对于每一类电流有不同的处理方式。通常在教科书内所提及的单独的“电流”二字，都是指的自由电流，即自由载流子的定向移动，例如通过一条导线的电流。自由电流与后面提到的束缚电流有明显不同，后者出现于可以被磁化或电极化的宏观物质里。在导体中，自由电流密度满足欧姆定律，即 $\boldsymbol{J}=\sigma\boldsymbol{E}$，此处 σ 是导体的电导率。

当一个物质被磁化的时候(例如将此物质置入外磁场)，电子仍旧会束缚于它们所属的原子。但是，它们的物理行为会有所改变(会与感受到的磁场耦合)，产生微观电流。将这些微观电流合在一起，会产生如宏观电流一般的效应，环绕于磁化物体内部或表面，称该电流为磁化电流，它是束缚电流的一部分。称磁化电流的密度为“体磁化电流密度”，用方程定义为

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{M}} = \nabla \times \boldsymbol{M} \tag{1-1-34}$$

束缚电流的另外一种来源是电极化电流。感受到电场的作用，可电极化物质内的正束缚电荷和负束缚电荷会以原子距离相互分离。假设电场随着时间而变化，束缚电荷也会随着时间而移动，因而产生“电极化电流”，称其密度为“电极化电流密度”$\boldsymbol{J}_{\mathrm{P}}$，用方程定义为

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{P}} = \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial t} \tag{1-1-35}$$

1.2.3 电磁感应定律

1. 法拉第电磁感应定律

法拉第电磁感应定律是电磁学中的一条基本定律，它指出一个闭合导电回路的感应电动势为

$$e=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_S \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1-1-36}$$

磁通的变化可以仅由磁场的变化引起，也可以仅由导电回路的变化引起，或者是同时由两者引起。

此处感应电动势与电场之间的关系为

$$e=\oint_l \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{1-1-37}$$

2. 麦克斯韦对法拉第电磁感应定律的推广

我们知道对于由电荷产生的电场——静电场的环路积分为零，即 $\oint_l \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$，故如果环路积分不为零，则说明一定有其他类型的源产生了电场，并且这种电场的性质不同于静电场。也就是电场的源除了电荷外，还有变化的磁通，即磁生电。

麦克斯韦对法拉第电磁感应定律的推广，不但适用于闭合导电回路，也适用于任意空间的任何回路。

电磁场（麦克斯韦）方程的积分形式如下：

第一积分方程

$$\oint_l \boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\iint_S\left(J_c+J_v+\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{D}}{\mathrm{d}t}\right)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1-1-38}$$

第二积分方程

$$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=-\iint_S\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1-1-39}$$

第三积分方程

$$\iint_S \boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\iint_V \rho\,\mathrm{d}V \tag{1-1-40}$$

第四积分方程

$$\oint\!\!\!\oint_S \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0 \tag{1-1-41}$$

3. 电磁场方程的微分形式

利用高斯定理和斯托克斯定理，可以由上述积分方程得到麦克斯韦方程的微分形式，即

$$\left.\begin{aligned}&\nabla\cdot\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{D}}{\mathrm{d}t}\\&\nabla\cdot\boldsymbol{E}=-\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}t}\\&\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho\\&\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0\end{aligned}\right\} \tag{1-1-42}$$

4. 电荷守恒定律

电荷守恒定律表明单位时间内由任意闭合曲面内流出的电荷量 $\oint\!\!\oint_S \boldsymbol{J}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$ 应等于曲面内的电荷减少量，其积分形式为

$$\oint\!\!\oint_S \boldsymbol{J}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=-\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=-\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\mathrm{d}V \tag{1-1-43}$$

微分形式为

$$\nabla\cdot \boldsymbol{J}=-\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} \tag{1-1-44}$$

由于存在电荷守恒定律，麦克斯韦方程组中后两个散度方程可以从前两个旋度方程导出，故不是独立的。

为求解上述方程组，还需要给定状态方程。

状态方程由材料的电磁特性决定，如下式所示：

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{D}&=\varepsilon \boldsymbol{E}\\ \boldsymbol{B}&=\mu \boldsymbol{H}\\ \boldsymbol{J}&=\sigma \boldsymbol{E}\end{aligned}\right\} \tag{1-1-45}$$

式中，ε、μ 和 σ 分别为材料的介电常数、磁导率和电导率。

1.2.4 电磁场的边界条件

麦克斯韦方程组描述电磁场的行为。此方程组的微分形式要求在作用的点周围总有一个开邻域，否则矢量场 $\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 不可微。换句话说，介质必须是连续的，在介电常数与磁导率不同的两种不同介质的分界面上不能使用。所以需要通过边界条件来描述媒质分界面两侧电磁场的变化情况，即

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{n}_{12}\times(\boldsymbol{E}_2-\boldsymbol{E}_1)&=0\\ (\boldsymbol{D}_2-\boldsymbol{D}_1)\cdot \boldsymbol{n}_{12}&=\rho_S\\ (\boldsymbol{B}_2-\boldsymbol{B}_1)\cdot \boldsymbol{n}_{12}&=0\\ \boldsymbol{n}_{12}\times(\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{H}_1)&=\boldsymbol{J}_S\end{aligned}\right\} \tag{1-1-46}$$

式中，下标 1、2 分别表示两种相邻的介质，$\boldsymbol{n}_{12}$ 为这两种介质从介质 1 指向介质 2 的单位法向量；ρ_S 和 $\boldsymbol{J}_S$ 分别为分界面上的自由电荷和自由电流的面密度。从数学上讲，用麦克斯韦微分方程求解电磁场时必须有边界条件才能有确定解。而用积分方程求解则不需要边界条件，因为积分方程就包含了边界条件，正是用积分方程导出了边界条件。

1.2.5 电磁场的能量

电磁场能量与电磁场的关系为

$$\oint\!\!\oint_S (\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}+\iiint_V \boldsymbol{J}\cdot \boldsymbol{E}\mathrm{d}V=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iiint_V\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{D}+\frac{1}{2}\boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{B}\right)\mathrm{d}V \tag{1-1-47}$$

式(1-1-47)为坡印亭定理的积分形式，式中各项的物理意义如下。

(1) $-\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iiint_V\left(\dfrac{1}{2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{D}+\dfrac{1}{2}\boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{B}\right)\mathrm{d}V$

$\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{D}$ 和 $\frac{1}{2}\boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{B}$ 分别是电场和磁场能量密度，故该项表示体积 V 内电磁场能量单位时间内的减少量。

（2）$\iiint\limits_V \boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{E}\mathrm{d}V$

该项表示体积 V 内传导电流的热损耗和电场能转换为运动电荷的动能所消耗的功率之和。

（3）$\oiint\limits_S (\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$

该项为单位时间内由体积 V 的表面 S 流出的电磁场能量。故我们假设坡印亭矢量 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$ 为单位时间内垂直通过单位面积的电磁场能量，即功率流密度矢量。

坡印亭定理的物理意义为当体积内无其他能源时，单位时间内体积内电磁场能量的减少等于体积中的功率损耗与经体积表面流出的功率流之和。

1.2.6 磁介质的性能方程

在磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 的定义式中，矢量 $\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 的关系随物质的不同而不同，因此，矢量 $\boldsymbol{B}$ 与 $\boldsymbol{M}$ 的关系也随物质而异。式(1-1-48)称为物质的磁性能方程：

$$\boldsymbol{B}=\mu_0(\boldsymbol{H}+\boldsymbol{M}) \tag{1-1-48}$$

式中，$\boldsymbol{M}$ 是反映介质磁化程度的物理量，当磁场强度 $\boldsymbol{H}=0$ 时，$\boldsymbol{M}=0$ 表示介质未被磁化。当 $\boldsymbol{H}\neq 0$ 时，则 $\boldsymbol{M}\neq 0$，表示介质已被磁化。在各向同性的磁介质中，某一点的磁化强度矢量与磁场强度矢量之间的关系可写为

$$\boldsymbol{M}=\chi\boldsymbol{H} \tag{1-1-49}$$

式中，$\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 的单位都是 A/m，故 χ 是纯数，称为磁化率，它代表介质的磁化能力。物质结构不同，磁化能力差别很大，因而对不同的物质，χ 的差别很大。

将式(1-1-49)代入磁性能方程，得

$$\boldsymbol{B}=\mu_0(1+\chi)\boldsymbol{H}=\mu_0\mu_r\boldsymbol{H}=\mu\boldsymbol{H} \tag{1-1-50}$$

式中，μ 与 χ 一样是反映介质磁化能力的参数，称为介质的磁导率；$\mu_r=\mu/\mu_0$ 称为介质的相对磁导率。实际中，除铁磁物质外，其余介质的磁导率与真空的磁导率 μ_0 相差很小，因此，在非铁磁介质中，$\mu\approx\mu_0$，或 $\mu_r=1$。

在国际单位制中，μ 和 μ_0 的单位都为 H/m，μ_r 为没有单位的纯数。

1.3 铁磁物质的磁特性

1.3.1 物质按照磁性的分类

各种物质的磁性不同，按照磁化率的大小，可以分为以下三类。

1. 抗磁物质

如果 $\chi<0$，$\boldsymbol{M}$ 与 $\boldsymbol{H}$ 的方向相反，则这类物质称为抗磁性质。惰性气体、许多有机化合物以及一些金属如 Bi、Zn、Ag、Mg 和非金属 Si、P、S 等都是典型的抗磁物质，它们的磁化率

$\chi \approx -(4\pi)^2 \times 10^{-13}$(国际单位),基本上不随温度变化。

物质抗磁性的起源,是外磁场在原子内的电子壳层引起的电磁感应。一个做轨道运动的电子,在外磁场中受到洛伦兹力作用,使得电子的运动状态发生变化,即电子的运动附加了围绕外磁场方向旋转的运动,这种旋转运动称为拉莫尔运动。电子相应地获得了附加磁矩,其方向与磁场方向相反,称为抗磁效应。因此,抗磁现象是普遍的,所有物质都有。当物质的原子系统总磁矩等于零时(电子壳层内电子数达到满额),抗磁性就容易表现出来。

2. 顺磁物质

如果 $\chi > 0$ 但很小,$\boldsymbol{M}$ 与 $\boldsymbol{H}$ 的方向相同,则这类物质称为顺磁性物质。具有顺磁性的物质很多,氧分子 O_2、一氧化氮 NO、许多稀土金属和铁元素的盐类、碱金属等都是顺磁性物质。在较高的温度下,Fe、Ni、Co 等也具有顺磁性。顺磁性物质的磁化率 χ 为 $(4\pi)^2 \times 10^{-13} \sim (4\pi)^2 \times 10^{-10}$(国际单位)。

物质的顺磁性来源于原子内没有填满的电子壳层,它们具有未被抵消的总动量矩,因而存在一定的原子或离子磁矩。在外磁场作用下,原子磁矩将转向磁场方向而产生顺磁效应。在顺磁物质中,抗磁性被较强的顺磁性掩盖了。

3. 铁磁物质

如果 $\chi \gg 0$,则这类物质称为铁磁性物质。Fe、Ni、Co 及它们的合金和化合物等、Cr 及 Mn 的一些合金都是铁磁性物质。这类物质的磁化强度与磁场强度的关系不呈线性。而抗磁性物质和顺磁性物质的磁化强度和磁场强间都存在着线性关系。

物质的铁磁性来源于铁磁物质内存在的强大分子场所产生的若干自发磁化区域——磁畴。每一磁畴内部自发磁化到饱和。无外磁场时,各磁畴的磁化强度方向分布紊乱,互相抵消,总的来说不表现出宏观磁化。当加上磁场时,磁畴迅速沿外场取向,从而显现出很强的磁性。现代量子力学已完全证实了自发磁化的产生是由于相邻原子的电子间存在着特殊静电交换力,这种电子间的静电作用力,强迫电子自旋作平行或反平行排列。在铁磁物质内,其作用效果相当于前面提到的分子场作用到原子磁矩上,使得各个原子磁矩按同一方向平行排列。

晶体中磁矩的有序排列现象分为铁磁性、反铁磁性和亚铁磁性三类。如上所述,在铁磁性物质里,原子磁矩互相平行排列。在反铁磁性物质里,磁矩分为对等的两组,各形成一个次点阵,在同一组内磁矩互相平行,但两组之间彼此反向平行,对每一个次点阵而言,具有类似铁磁性的自发磁化,但两组自发磁化的总和为零。在亚铁磁性物质里,磁矩分为不对等的两个次点阵,反向平行的磁矩不能完全抵消,因而宏观地表现出自发磁化,与铁磁性物质相似。

铁磁性物质和亚铁磁性物质属于强磁性物质,反铁磁性物质、顺磁性物质和抗磁性物质属于弱磁性物质。

1.3.2 磁性材料的分类

通常所说的磁性材料是指强磁性物质,即由铁磁性物质或亚铁磁性物质组成。根据用途的不同以及材料所表现的磁性差别,可将磁性材料分为软磁材料、永磁材料、矩磁材料、旋磁材料、压磁材料五大类。

(1) 软磁材料。例如工业纯金、硅钢片、铁镍合金、铁钴合金、铁铝合金、锰锌铁氧体、镍锌铁氧体等均属于这类材料。软磁材料多用作电机、变压器、继电器、磁放大器、电感线圈、磁轨、录像和录音磁头。它的特点是磁导率高、矫顽力低。当外加磁场较弱时,磁化强度即可到达较大值;去掉外磁场时,材料保持的剩余磁化强度很小,容易退磁。

(2) 永磁材料(又称硬磁材料)。例如碳钢、锰钢、钨钢、铝镍钴合金、可加工永磁、稀土永磁、钡铁氧体、锶铁氧体等均属于这类材料。它广泛用于仪表、磁铁控制器件、电声和电信器件。永磁材料作成的器件,使用前需要在强磁场下磁化(称为充磁),然后在无外磁场时应用自身产生的磁场。永磁材料的特点是剩余磁化强度高、矫顽力大、不容易退磁。永磁材料按照永磁性能形成的机理可分为如下几种:

① 淬火硬化型磁钢。如碳钢、铬钢、铝刚和钨钢。这类磁钢的矫顽力和磁能积都比较低,主要通过在高温淬火时奥斯体转变为马氏体所产生的应力来获得永磁特性。

② 沉淀硬化型磁钢。这类磁钢是以铁镍铝和铁镍铝钴为基的高磁能积高矫顽力合金。其特点是在高温下合金呈单相状态,当冷却到两相区时,在一定的冷却速度下,利用 a-相析出磁性相而使矫顽力增加。浇铸磁钢和烧结磁钢均属于这类材料。

③ 时效硬化型磁钢。这类磁钢经过淬火后具有可塑性,适合于机械加工。合金的永磁性是通过淬火、塑性形变和时效硬化以后得到的。属于这类材料的有 a-铁基合金,包括钴钼、铁钨钴和铁钼钴;铁锰钛和铁钴钒合金;铜基合金,包括铜镍铁和铜镍钴合金。

④ 有序硬化型磁钢。这类磁钢包括银锰铝、铂钴、铁铂和锰铝合金。在高温时合金处于无序状态,经过淬火和回火以后,由无序相中析出处于弥散状态的有序作用,从而提高了矫顽力。铂钴合金的矫顽力达到 360kA/m。

⑤ 单畴微粉永磁。属于这类材料的有锰铋合金、球形微铁粉和铁钴粉、针状微铁粉和铁钴粉。这类材料都是由金属或合金的粉末在一定的条件下压制而成的,微粉的颗粒只有单畴大小,一般为 0.01～1μm。

⑥ 稀土永磁合金。如钐-钴系磁体、钕-铁-硼系磁体、铁基稀土氮化物以及纳米复合稀土永磁体等,该类材料具有优良的磁性能。

(3) 矩磁材料。例如锰镁铁氧体、锰镁锌氧体、锂系铁氧体、含镍 65%的二元铁镍合金、含镍 50%的合金、铁镍合金薄膜等均属于这类材料。矩磁材料的特点是磁滞回线接近于矩形,而且矫顽力低。因此材料在反向磁场作用下,能够保留原来的正向剩余磁化,直至磁场到达低矫顽力时,才突然跃变到反向的剩余磁化。矩磁材料可以做成计算机中的记忆元件或自动控制系统中的开关原件,这时利用材料的正向和反向剩余磁化状态作为原件中的两个基本存储状态("1"状态和"0"状态)。

(4) 旋磁材料。例如镁锰铁氧体、柘榴石铁氧体等均属于这类材料。旋磁材料的特点是在微波电磁场作用下,会产生一系列特殊效应,如铁磁共振、法拉第旋转效应和磁导效率的张量化等。利用这些效应可以做成各种微波器件。

(5) 压磁材料。这类材料的特点是在外加磁场的作用下会发生机械形变,例如纯镍、钴铁氧体等均属于这类材料。利用其发生形变所引起的超声波振动现象,可以做成各种超声波发生器,以及测量力、速度、加速度的各种传感器。

除以上五类磁性材料外,还有许多特殊性能的材料。例如,磁导率在一定磁场范围内无显著变化的横导磁材料,在一定偏磁场作用下出现许多圆柱形磁畴、可作为记忆元件的磁泡

材料，利用磁光效应作成磁光器件或磁光存储器的磁光材料等。

此外，近年来出现的非晶态磁性材料，其原子空间排列无序，而自旋磁矩排列有序。这类材料的制造工艺简单，在性能和应用方面，与前面介绍的各类材料相比，有其独特的优点。它是一类很有发展前途的新型磁性材料，已引起国内外的重视。其发展也很快，目前已开始在工程上得到应用。

1.3.3　铁磁物质的磁化特性和磁性参量

1. 磁化曲线

铁磁物质在使用时总是处于磁化状态，它的性能也在磁化过程中表现出来。

物质的宏观磁性是用磁化强度 $\boldsymbol{M}$ 来描述的。处于退磁状态的铁磁物质，对外不显示磁性。将它放入外场 $\boldsymbol{H}$ 时，物质内的原子磁矩取向一致并产生附加磁场。通常把附加磁场与外场叠加，叠加后的总磁感应强度用符号 $\boldsymbol{B}$ 表示。磁感应强度也称为磁通密度，它是 $\boldsymbol{H}$ 的函数，它们之间有以下关系：

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{1-1-51}$$

式中，μ 为物质的磁导率。

铁磁物质在外场磁化下，其磁畴磁矩从不同方向转到磁场方向，对外显示磁性的过程称为技术磁化。在讨论物体在外磁场作用下的磁化时，工业应用中外加磁场的方向通常是已知的，故只关心外加磁场和磁化强度的数值量之间的关系。为了方便描述和分析，本书在后面的章节中将磁感应强度、磁化强度和磁场强度等量用 B、M 和 H 等标量表示，而不失其一般性。

在技术磁化过程中，当外磁场从零起逐渐增加时，铁磁物质的磁感应强度或磁化强度也从退磁状态逐渐上升。在初始阶段，其值变化较慢；随着磁场进一步增大，其值开始快速增加；在磁场足够强时，变化又缓慢了。如图 1-1-5 所示，这样的曲线称为磁化曲线。

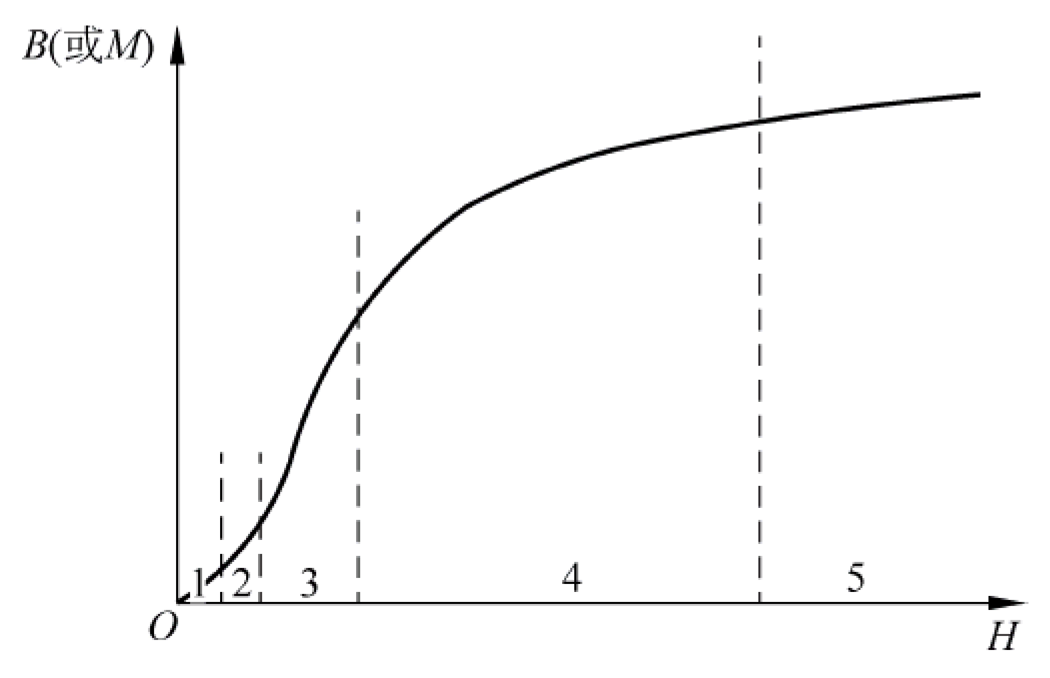


图 1-1-5　铁磁物质的磁化曲线

根据测量方法的不同，磁化曲线可分为以下三种。

(1) 原始磁化曲线(亦称起始磁化曲线)。它是在退磁状态的试样上，使磁场由 $H=0$ 开始单调增加，从而得到磁化曲线。

(2) 理想磁化曲线(亦称无磁滞磁化曲线)。它是在退磁状态的试样上，同时加进直流磁场和交变磁场，先将交变磁场由某一值降到零，然后测量直流磁场所对应的磁感应强度。测完这点以后，再将直流磁场变到下一个待测点，用同样步骤进行测量。测出不同直流磁场所对应的磁感应强度后，就可以作出理想磁化曲线。

(3) 基本磁化曲线。试样受到外磁场反复磁化时,磁状态便沿着磁滞回线变化。连接不同幅度磁场所对应的磁滞回线顶点,就可得到基本磁化曲线。基本磁化曲线也称为换向磁化曲线,这是由于测量时为实现磁通量的变化,需要对磁化电流进行换向而得名的。工程上常用的是基本磁化曲线。整个磁化曲线可分为以下 5 个区域(见图 1-1-5),各区域具有确定的磁化过程。

① 起始或可逆区域(图 1-1-5 中 1 区)。这时的磁化过程是畴壁的弹性位移,B(或 M)随 H 的变化是可逆的,它们之间存在着以下简单的线性关系:

$$B=\mu_i H \tag{1-1-52}$$

$$M=\chi_i H \tag{1-1-53}$$

其中 χ_i 称为起始磁化率,μ_i 称为起始磁导率,它们都是铁磁物质的特征常数。弱场下研究和应用物质磁性时,χ_i 和 μ_i 是很有用的参量。在一般技术标准文件中,已将 μ_i 列为必须检验的磁性参量之一。材料起始磁导率的大小,决定着器件在微小激励信号作用下,产生输出信号的强弱,即标志着器件的灵敏度。

② 瑞利区域(图 1-1-5 中 2 区)。这时磁畴内磁化强度矢量的转动过程起主要作用,它的变化不是完全可逆的。B(或 M)与 H 间的关系由瑞利公式确定:

$$B=\mu_i H+\frac{1}{2}aH^2 \tag{1-1-54}$$

$$M=\chi_i H+\frac{1}{8\pi}aH^2 \tag{1-1-55}$$

式中,a 为常数,表示磁化不可逆过程的大小。

③ 最大磁导率区域(图 1-1-5 中 3 区)。这时 B(或 M)迅速增加,磁化强度的变化发生阶跃现象,磁化机理主要是畴壁的不可逆位移。在这个区域磁导率出现最大值。

④ 趋近饱和区域(图 1-1-5 中 4 区)。磁化强度的变化主要是旋转过程,这时自发磁化区域的磁化强度矢量趋向外磁场方向,对应的磁感应强度 B_s(或磁化强度 M_s)称为饱和磁感应强度(或饱和磁化强度)。

⑤ 顺磁区域(图 1-1-5 中 5 区)。在这个区域随着磁场的增加,磁化强度变化很小。这时发生的物理过程为:磁畴自旋因受外磁场作用,克服了一部分热动能,使自旋方向随 H 的增大而逐步趋向外磁场。这部分曲线和顺磁性物质的磁化过程作用相似,所以称为顺磁区域。

2. 磁滞曲线

铁磁物质经磁化达到饱和后,如果将磁场强度逐渐减小,由于磁滞现象的存在,B(或 M)不是沿着磁化曲线变化,而是按照图 1-1-6 所示的曲线变化。当磁场变到零时,磁感应强度不为零,这时的磁感应强度称为剩余磁感应强度,用符号 B_r 表示。然后反方向增加磁场,磁感应强度继续减小,直到为零。这时对应的磁场强度称为矫顽力,用符号 H_c 表示。若进一步在反方向增加磁场,磁感应强度则沿负向增加,直到饱和。当磁场由负饱和场连续变到正向饱和场时,磁感应强度相对于坐标原点

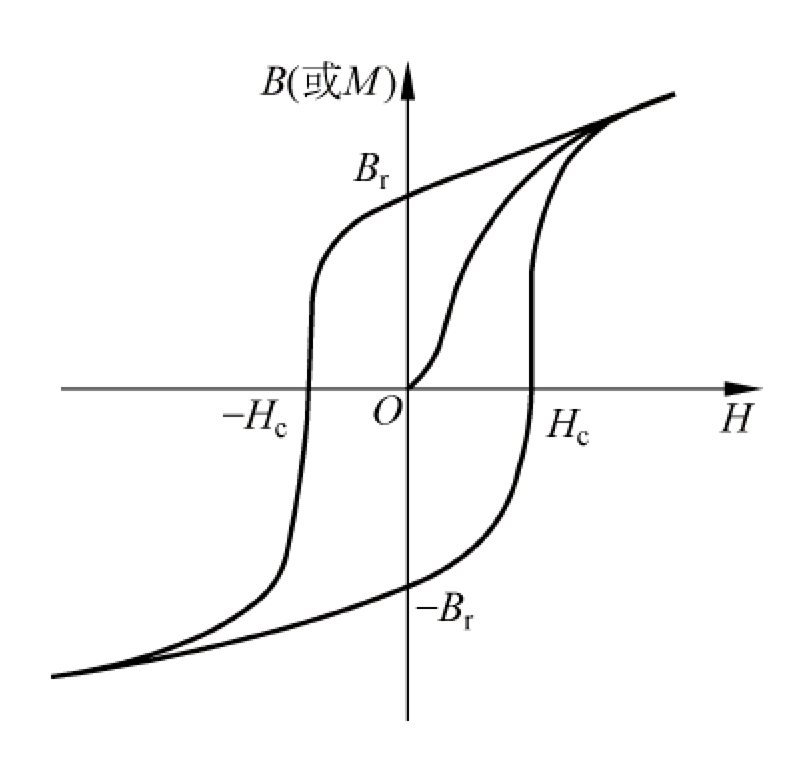


图 1-1-6 铁磁物质的磁滞回线

对称变化，形成一条闭合的回线，称为磁滞回线。

根据磁滞回线，可以求得磁性材料的剩余磁感应强度 B_r 和矫顽力 H_c。由于磁滞现象的存在，在对应同一最大磁化场时，B_r 和 H_c 可能出现多值。但若磁滞回线是在技术饱和状态下获得的，则 B_r 和 H_c 就具有最大极限值。这时的磁滞回线称为极限磁滞回线。

3. 磁导率曲线

为了更好地反映铁磁物质在磁场中的行为，并考虑到应用上的需要，可根据磁化曲线和磁滞回线定义一系列磁性参量。前文已经介绍，基本磁化曲线上的磁感应强度 B 与对应的磁场强度 H 之比称为磁导率，用符号 μ 表示，其定义式为

$$\mu = \frac{B}{H} \tag{1-1-56}$$

铁磁物质的 μ 不是常数。对应于磁化曲线上的不同点，可以得到一组 μ 值。μ 与 H 关系曲线称为磁导率曲线，如图 1-1-7 所示。

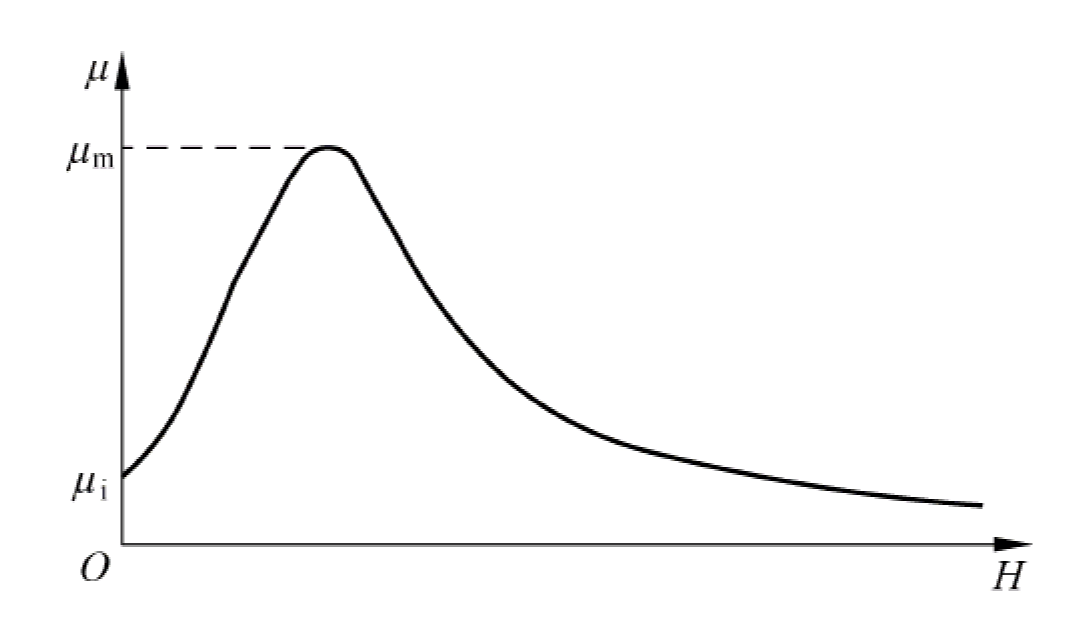


图 1-1-7 铁磁物质的磁导率曲线

磁导率曲线顶点对应的磁导率为最大磁导率，用 μ_m 表示。μ_m 也可以根据通过原点、并与基本磁化曲线相切的直线斜率求得，该斜率决定于磁化曲线上升部分的陡峭程度。由于不同材料内部的磁状态和磁化机理不同，μ_m 的值可以差别很大。工程技术中，为使器件在激励信号变化时，得到较大的输出，要求材料的磁导率越大越好。器件的工作点一般多选在 μ_m 附近。

当磁场较弱时，μ-H 曲线接近线性关系，这时可引入参量起始磁导率 μ_i，它按照下式定义：

$$\mu_i \approx \lim_{H \to 0} \frac{B}{H} \tag{1-1-57}$$

μ_i 也可通过将 μ-H 曲线起始部分外推到磁场为零时，由纵坐标上的截距求得。

为了反映磁化过程中某一磁场 H 下的磁感应强度 B 随 H 增加而变化的急剧程度，需要引入微分磁导率 μ_d，它的定义为磁化曲线上对应于待测点的切线斜率，其表达式为

$$\mu_d = \lim_{\Delta H \to 0} \left(\frac{\Delta B}{\Delta H}\right)_{\Delta H > 0} \tag{1-1-58}$$

式中，ΔH 为磁场强度增量；ΔB 为对应的磁感应强度增量。

当对应于磁化曲线上某点的磁场强度减小 ΔH 时，磁感应强度也相应减小 ΔB。由于磁滞效应的影响，ΔB 不在磁化曲线上(见图 1-1-8)。这时的 ΔB 和 ΔH 的比值称为可逆磁导率，用 μ_{rev} 表示。μ_{rev} 表达式为

$$\mu_{rev}=\lim_{\Delta H\to 0}\left(\frac{\Delta B}{\Delta H}\right)_{\Delta H<0} \tag{1-1-59}$$

4. 磁能积曲线

永磁材料做成的器件,都是用来在特定空间产生磁场,即作为永久磁性。这是一类以磁滞现象应用为基础的材料,其使用价值由磁滞回线第二或第四象限部分曲线的性能决定,这部分曲线称为退磁曲线。退磁曲线上每一点都与确定的磁感应强度 B 和磁场强度 H 对应。B 和 H 之积与磁能密度 $\frac{1}{2}BH$ 成正比,因此,可把乘积 BH 作为度量材料储存磁能的指标。BH 与 B 的关系曲线称为磁能积曲线,如图 1-1-9 的第一象限所示。磁能积曲线顶点对应的磁能积称为最大磁能积,用符号 $(BH)_{max}$ 表示。它表示永磁材料所能提供的最大磁能,磁路设计上用它来确定永磁体的体积。

退磁曲线的凸出程度和磁能积的大小有着密切的联系。对于两种不同的材料,虽然它们的 B_r 和 H_c 均相同,但由于它们的退磁曲线形状不同,其最大磁能积也将不同。退磁曲线凸出程度越大,磁能积就越大。退磁曲线的凸出程度用凸出系数 r 来表示,其定义式为



$$r=\frac{(BH)_{max}}{B_r H_c} \tag{1-1-60}$$

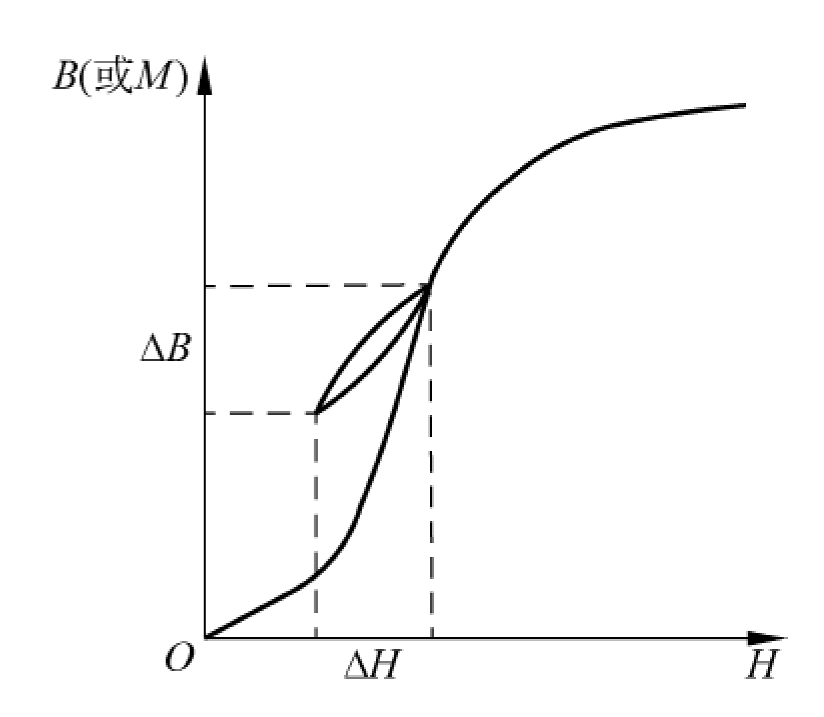


图 1-1-8 可逆磁导率示意图

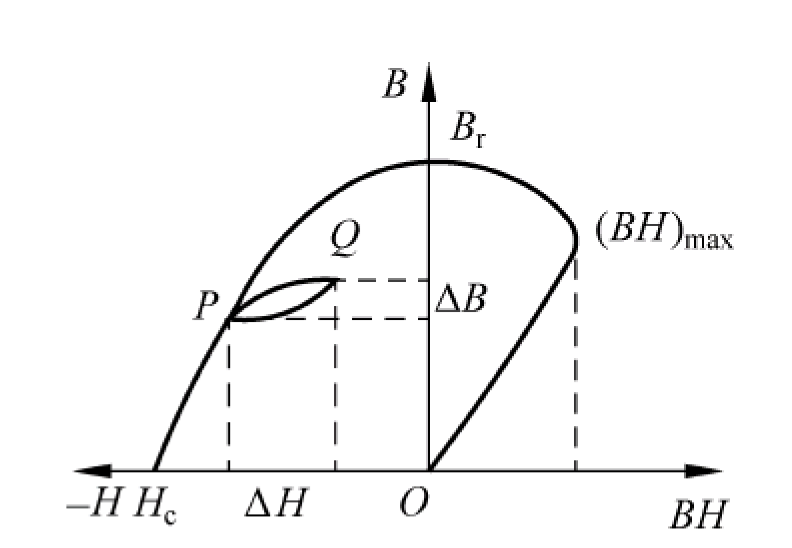


图 1-1-9 铁磁物质的退磁曲线和磁能积曲线

5. 回复磁导率

永磁材料用于可变气隙的磁路时,其回复磁导率 μ_{rec} 也是一个十分重要的磁性参量。永磁材料的回复特性,是指从退磁曲线上某点 P 减小磁场时,由于磁滞效应状态将由 P 点过渡到 Q 点,这样构成的局部回线称为回复线。通常它近似于一条直线。回复线的斜率称为回复磁导率,其相对值由下式定义:

$$\mu_{rec}=\frac{1}{\mu_0}\frac{\Delta B}{\Delta H} \tag{1-1-61}$$

式中,ΔB 为回复线两端点的磁感应强度差值;ΔH 为回复线两端点的磁场强度差值。

μ_{rec} 的数值一般不大,如铝镍钴系永磁合金的 μ_{rec} 约为 4.3,铁氧体和钴合金的 μ_{rec} 约为 1.1,稀土钴永磁的 μ_{rec} 接近于 1。

6. 温度稳定性

由于磁性材料的磁特性都是温度的函数,因而了解磁性参量的温度稳定性也十分重要。常用退磁曲线上的磁感应随温度的变化来表示永磁材料的温度稳定性,称为温度系数。其

定义是：经过人工老化处理的永磁材料，温度每升高1℃时磁状态的相对变化。若温度的变化量为 ΔT，对应的磁状态变化为 ΔB_x，则温度系数为

$$\alpha_T = \frac{1}{B_x}\frac{\Delta B_x}{\Delta T} \tag{1-1-62}$$

式中，B_x 为温度变化前的磁状态；α_T 的单位为 1/℃，铝镍钴系永磁合金的 α_T 约为 -2×10^{-4}/℃，钡铁氧体的 α_T 约为 -2×10^{-3}/℃，负号表示材料的磁感应随温度的升高而减少。

总之，本节从表征物质磁现象的实验曲线出发，讨论了铁磁物质磁化过程的规律及其特征，并由此引入了描写磁化过程的各种直流磁性参量。这些磁性参量基本上可分为本征参量和技术磁化参量两类。本征参量也称为结构不灵敏量，如饱和磁化强度、居里温度、抵消点、磁晶各向异性常数、磁致伸缩系数和磁化率等，这些参量仅与材料的成分和晶体结构有关，而与其宏观结构（晶粒的大小和取向、晶体的完整性、密度、形状、应力）无关；技术磁化参量，也称为结构灵敏量，如各种磁导率、剩余磁感应强度、矫顽力和磁能积，它们的数值多与磁化曲线和磁滞回线的形状有关，不但取决于材料的化学成分和晶体的结构，而且与材料内晶粒的大小、形状、取向以及内应力分布等结构因素的关系极为密切。

1.3.4 物体的磁化

上一节介绍了表征物质磁性的参量，这些参量仅与物质所固有的物理性能有关，而与被测试样的几何形状和尺寸没有关系。但这一结论只有在所取试样具有闭合磁路或磁场存在的空间全被试样充满的条件下才能成立。若试样具有不闭合磁路（即开磁路）的形状，其磁化曲线就与闭合磁路的曲线有差别，而且差别的程度随开路试样的形状和尺寸而变化。这种与试样形状有关的磁性叫物体磁性。

图1-1-10给出了材料的物质磁化曲线 $M(H_i)$ 和物体磁化曲线 $M(H_e)$。由图可以看出，在同一磁场强度下，物体的磁化强度小于物质的磁化强度。若将一圆柱形试样放入均匀外磁场 H_e 中（见图1-1-11），那么在试样端面将分别产生极性相反的N极和S极。这两种磁极在试样内产生与 H_e 方向相反的磁场，称为退磁场，用 H_N 表示。已知 H_N 与试样的磁化强度 M 成比例，即

$$H_N = -NM \tag{1-1-63}$$

式中，N 为与试样几何形状有关的系数，称为退磁系数。

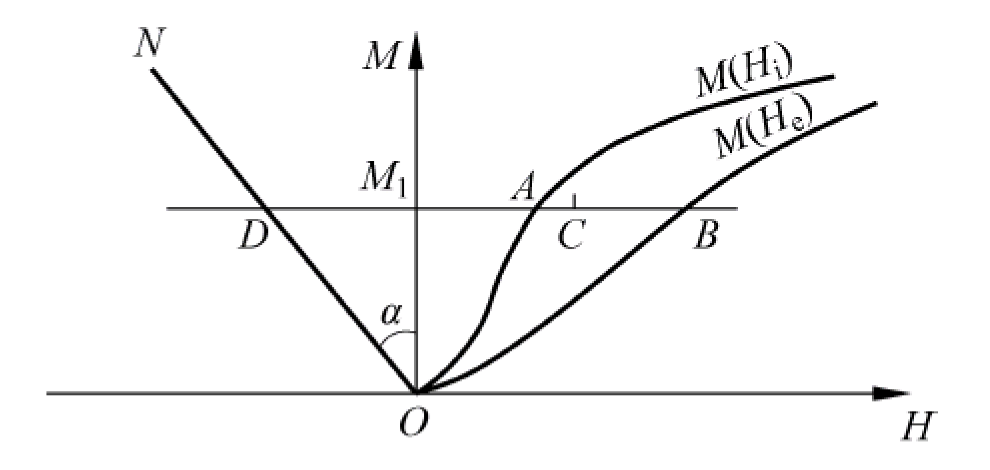


图1-1-10 物质磁化曲线 $M(H_i)$ 和物体磁化曲线 $M(H_e)$

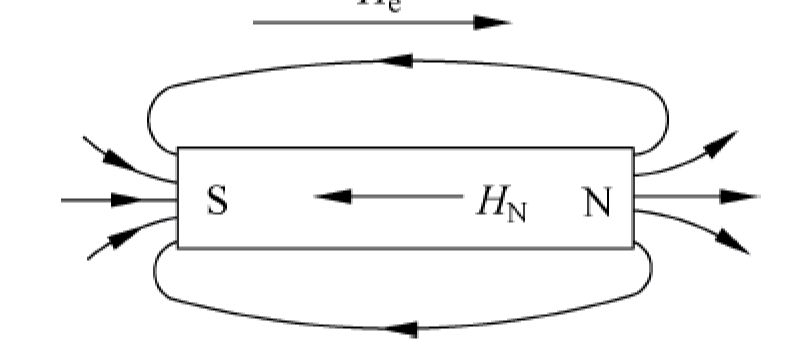


图1-1-11 开路试样在外磁场中的磁化

作用到试样上的实际磁化场为

$$H_i = H_e + H_N = H_e - NM \tag{1-1-64}$$

上式表明，试样受到的实际磁场小于外磁场。所以在相同的外磁场作用下，开路试样的磁化强度（即物体磁化强度）低于闭合磁路试样的磁化强度（即物质磁化强度）。

由式(1-1-64)可得

$$M = \chi H_i = \chi(H_e - NM)$$

即

$$M = \frac{\chi}{1 + N\chi} H_e = \chi_e H_e \tag{1-1-65}$$

式中，χ_e 称为物体磁化率或表观磁化率，$\chi_e = \dfrac{\chi}{1+N\chi}$。

同理可以得到物体磁导率 μ_e，它与物质磁导率 μ 的关系为

$$\mu_e = \frac{4\pi\mu}{4\pi + N(\mu - 1)} \tag{1-1-66}$$

当 $\chi \gg 1, \mu \gg 1$ 时，有

$$\chi_e \approx \frac{1}{N} \tag{1-1-67}$$

$$\mu_e \approx \frac{4\pi}{N} \tag{1-1-68}$$

由此可见，对于磁化率和磁导率很高的材料，其物体磁化率和物体磁导率与它的几何形状有关。

已知材料的物体磁化曲线和物质磁化曲线时，可以用图解法求出它的退磁系数。在图 1-1-10 中取磁化强度 M_1，过 M_1 作平行 H 轴的直线，该直线与 $M(H_i)$ 曲线相交于 A 点，与 $M(H_e)$ 曲线相交于 B 点。由

$$N = \frac{H_e - H_i}{M} \tag{1-1-69}$$

得

$$N = \frac{|M_1 B| - |M_1 A|}{M_1} \tag{1-1-70}$$

在直线 BAM_1 上可以找到这一点 C，使其满足

$$|M_1 A| = |CB|$$

所以

$$|AB| = |M_1 C|$$

$|M_1 C|$ 代表了物体磁化强度为 M_1 时的退磁场，即 $H_N = |NM_1|$。考虑到 H_N 与 M 的方向相反，通常取 $|M_1 D| = |M_1 C|$。这样对应于磁化强度为 M_1 时的退磁系数

$$N = \tan\alpha = \frac{|M_1 D|}{|OM_1|} \tag{1-1-71}$$

同理，若已知试样的物体磁化曲线和退磁系数，可以用图解法求出它的物质磁化曲线。

对于均匀磁化的物体，退磁系数 N 可用计算方法确定，例如，当旋转椭球体的长轴 c 与外磁场方向一致，且两个短轴 $a = b$，$c > a(b)$ 时，沿长轴方向的退磁系数按下式计算：

$$\frac{N_c}{4\pi} = \frac{\dfrac{m}{\sqrt{m^2 - 1}} \ln(m + m^2 - 1) - 1}{m^2 - 1} \tag{1-1-72}$$

式中，m 为椭球的椭圆率，$m = \dfrac{c}{a} = \dfrac{c}{b}$。

当 $m \gg 1$ 时，上式简化为

$$\frac{N_c}{4\pi} = \frac{1}{m^2}\ln(2m-1) \tag{1-1-73}$$

如果 $m=1$，则椭球体变为球体，其退磁系数为

$$N = \frac{4}{3}\pi \tag{1-1-74}$$

如果 $m \approx 0$，试样变为无限薄的平面或圆盘，沿垂直于平面方向磁化时的退磁系数为

$$N = 4\pi \tag{1-1-75}$$

当试样为细长的旋转椭球，沿垂直长轴方向磁化时的退磁系数为

$$N = 2\pi \tag{1-1-76}$$

对于圆柱形和条形试样，即使磁场很均匀，其磁化也不均匀，磁化强度 M 随长轴位置 x 的变化有如图 1-1-12 所示的规律。图 1-1-12 中采用相对坐标，M_0 为轴线中心的磁化强度，l_0 等于试样长度的一半。这时试样的退磁系数 N 已不再是常数了，它与磁化强度 M 间存在着复杂的关系。N 不能从理论上精确计算出来，只能通过实验求得。通常采用的实验方法有冲击法和磁强计法两种。根据所用的方法不同，测得的退磁系数就有冲击退磁系数 N_B 和磁强计退磁系数 N_M 的区别了。

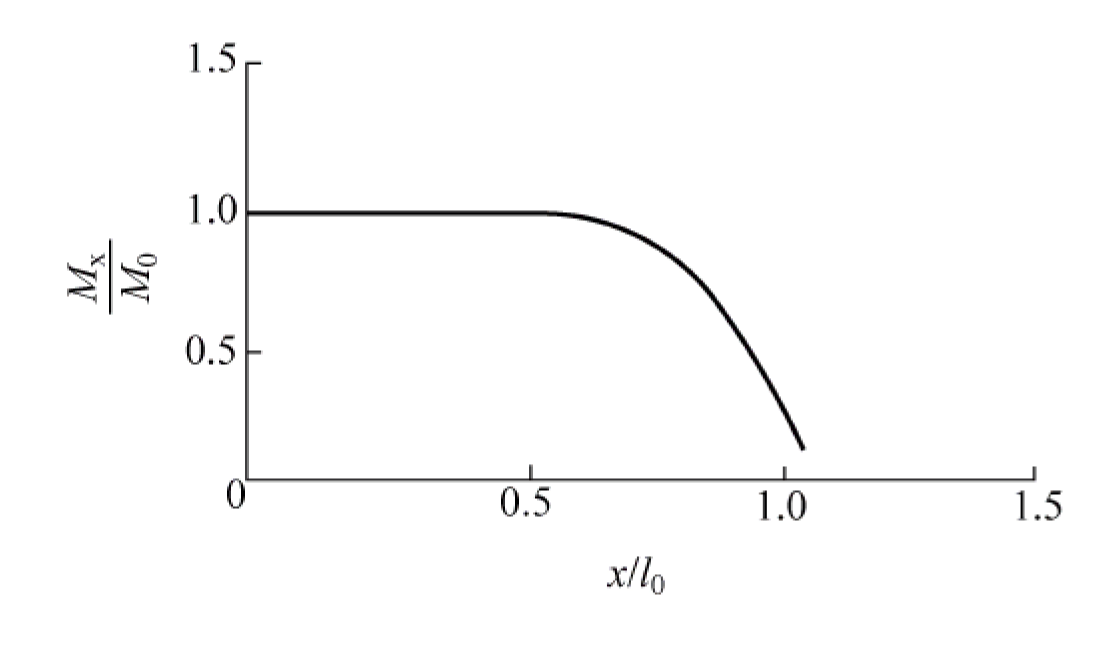


图 1-1-12　圆柱形试样磁化强度沿其长度方向的分布

不均匀磁化条件下，退磁系数 N_B 与 N_M 的差别可以这样来理解：用冲击法测得的磁化强度实际上是试样中心一个小范围内的磁化强度平均值，而磁强计法测得的则是试样整个体积内的磁化强度平均值。随着外磁场 H_e 的变化，由于试样内各点的磁化强度方向和数值的改变并不能够完全一致，所以这时根据测得的磁化强度平均值求出的退磁系数 N_B 与 N_M，不但依赖于试样的形状和尺寸，而且也依赖于磁化强度 M 的变化。由于试样中心部位的磁化强度平均值大于整个体积内的磁化强度平均值，所以 $N_B > N_M$。随着试样线度比的增大，其磁化均匀区也将增加，N_B 与 N_M 的数值便越接近。当试样无限长时，可以认为 $N_B \approx N_M$。

1.3.5　居里温度

铁磁物质有一个磁性转变温度，称为居里温度 T_f。在 $T < T_f$ 时，物质为铁磁性。随着温度的升高，自发磁化强度逐渐降低，当到达 T_f 时，原子磁矩的有序排列被破坏，自发磁化变为零，物质的磁性消失。当温度升高到 $T > T_f$ 时，物质的铁磁性转变为顺磁性，并服从居里-外斯定律。

1.3.6 铁磁物质中的磁畴排列

铁磁物质可以在弱磁场中获得很强的磁性,而且外磁场撤去后,剩余的磁化强度,必须经过去磁才能对外不显磁性。与顺磁物质相比,铁磁物质之所以具有这种特性,关键不在于组成物质的原子本身具有的磁矩大小,而在于形成宏观物体后,原子之间的相互作用使原子或离子磁矩以某种方式整齐地排列起来,也就是说其本身已经达到了一定程度的磁化,因此这种磁化不是外磁场作用的结果,所以称为自发磁化。

既然铁磁物质内部存在着自发磁化,那么为什么没有外磁场作用的铁磁物质不显出宏观磁性呢?研究表明,铁磁物质的自发磁化是分小区域的,在每一个小区域中,原磁矩都是按同一方向平行排列的,这些小区域叫做磁畴。在未磁化的铁磁物质内,各磁畴矩的取向是杂乱的,它们的作用相互抵消,因此,未被磁化的铁磁物体对外不显磁性。

铁磁体自发磁化为什么不能使原磁矩大片平行地排列,而是分为许多磁化方向不同的磁畴呢?自然界中的一切物质,当其所具有的能量最低时,结构最稳定。在铁磁体内部如果只存在一个磁畴,那么,铁磁体便在四周形成磁场,具有很高的能量。如果铁磁体体内有两个磁畴,一个磁矩向上,另一个磁矩向下,则铁磁体的空间形成的磁场能量就会很小。为了进一步降低磁场能量,铁磁体中的磁畴沿着不同的方向排列,其对外的磁场趋近于零。

按上述分析,磁畴划分得越细,形成的磁场能量就越低,铁磁物质的结构就越稳定。但是实际并不如此,任何相邻的两个磁畴,各具有不同的自发磁化强度取向。由于磁矩取向不能突然改变,因此相邻磁畴之间必有一过镀层,称为畴壁。在畴壁里原磁矩的方向是逐渐改变的,所以畴壁也存在畴壁能。畴壁分得越细,畴壁面积越大,总的畴壁能也越大,从而也会影响物质结构的稳定性。所以,磁铸的形状和大小是由此物质的磁能与畴壁能的总和最低为条件来决定的。

从上述分析可知,铁磁物质在很弱的磁场下被磁化能获得很强的磁性,这不仅是由于外磁场的作用,更重要的原因是铁磁物质中有磁畴存在。外磁场的作用,只是把已经高度自发磁化的磁矩,从各个不同方向转向与外磁场相同的方向,所以铁磁物质只要有一个不太强的外磁场就可获得很强的磁性。由此可见,自发磁化形成磁畴是强磁性物质磁化的内因,而外加磁场是磁化的外因。

1.4 磁测量的基准和基本方法

1.4.1 磁量具

磁测量和所有其他测量一样,应有几种基本量具作为测量的基准,并且还应有复制和传递量值的基本方法。

磁量具可分为磁通量具、磁感应量具和磁矩量具。磁性材料的标准试样也是磁量具,它是一种表征磁性材料磁特性量值的量具,具有一定的磁性能并有确定的精度。

测量磁通的量具是已知线圈常数的磁通线圈和带有测量线圈的永久磁铁。线圈常数是螺线管和组合线圈的基本参数,等于绕组通过 1A 电流时所产生的磁感应强度。能产生较强磁场的螺线管的线圈常数,可以用实验或计算的方法来确定,但要达到很高的精度却很困

难。多层线圈的线圈常数，只能用精密测量的办法来确定。

常用的磁感应量具有螺线管、组合线圈、电磁铁和永久磁铁。

亥姆霍兹线圈是应用最广泛的一种弱磁感应量具。在制造工艺严格符合理论要求的情况下，单层绕组的亥姆霍兹线圈常数的计算误差为±0.001%。

电磁铁和永久磁铁作为磁感应量具，一般都由质子核磁共振来确定磁感应强度的量值，其误差为±(0.001%～0.01%)。

磁矩量具可以用永久磁铁或通有电流的线圈来充当。将永久磁铁做成尺寸比例不同的椭球形或圆柱形，每种形状都有一个确定的磁矩量值。

1.4.2　磁测量的基本方法

从科学的观点来说，测量方法应以测量所依据的基本物理现象来命名。但是出于习惯，很多测量方法仍以所使用的测量仪器来命名，如冲击法、电桥法等。

而测量仪器的命名大体上又可分为两种情况，一些仪器的命名反映了被测量的物理本质，如电流表、温度表等；另一些仪器的命名通常用具有固定单位名称的单位来称呼，如安培计、伏特计等。依此习惯，则磁通表就应称为韦伯计，而测量磁感应的仪器也可称为特斯拉计。显然，后一种命名法不便于人们根据被测物理量去选择仪表。

由于测量仪器的命名存在着某些混乱，所以对于有些测量方法，若以仪器名称来命名，就不可能反映测量方法的物理本质。磁测量方法按测量原理大体上可分为五类：①力和力矩法；②电磁感应法；③磁传输效应法；④能量损耗法；⑤磁共振法。其中，前两种方法是研究得最成熟而且最经常使用的方法，它们利用了磁性物质之间或磁性物质在磁场中所受力或力矩的基本的电磁感应现象，将磁学量的测量转变为对力和力矩以及电学量的测量。这两种方法运用了最基本的物理定律，所以具有较高的计量学价值。

磁性物质的某些物理性质在磁场中往往表现出特殊效应，这些效应与磁场的强度和方向都有某种特定的关系，但是这些效应也与其他物理因素有关，因此，需要采取必要的技术措施，才能得到准确的测量结果。

具有磁矩的物质在恒定磁场的作用下，磁矩系统的能级将发生塞曼分裂，如果此时外加适当能量的高频量子，使其能量等于分裂能级的间隙，则能激发出最大几率的量子跃迁，这就是通常所说的磁共振吸收现象，与此同时还将发生频散效应。利用这一现象可以精确地测定磁场强度，其准确度只与物质的基本常数有关，所以具有极高的计量学价值。利用此现象还可以确定许多磁性物质的基本磁特性。核磁共振技术可以说是精密磁测量的巨大成就之一。

第 2 章

磁场的产生与测量方法

21　磁场的产生

不论是研究物质的磁性能，还是研究磁性器件的磁性能，都必须在一定的磁化状态下进行，因而都需要有一个符合要求的磁场。

产生磁场的装置很多，按结构分为载流线圈、永磁铁和电磁铁；按磁场形式分为恒定磁场、交变磁场和脉冲磁场；按场值大小分为微弱磁场（小于 10^{-9}T）、弱磁场（10^{-9}T～10^{-4}T）、中强磁场（10^{-4}T～10T）和超强磁场（大于 10T）等。

载流线圈产生的磁场比较容易通过计算精确地求出，而且有较高的稳定性，因此是一种精确方便的磁场源。载流线圈主要有螺线管、螺绕环、亥姆霍兹线圈和尾端补偿线圈等。

2.1.1　螺线管

1. 空心螺线管的磁场

空心螺线管是最简单的磁场装置，其磁场分布如图 1-2-1 所示，坐标原点取在螺线管轴线的中心点 O，螺线管的半径为 R，长度为 $2L$，单位长度上的线圈匝数为 m，螺线管的线圈是均匀密绕的，故可认为是由一系列圆线圈排列起来组成的。根据毕奥-萨伐尔定律，一匝载流圆线圈在轴线上任意一点 P 所产生的磁场中，垂直于轴线方向的分量相互抵消，只有沿着轴线方向的磁场分量，其值为

$$\lambda = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3} \tag{1-2-1}$$

式中，r 为载流线圈到 P 点的距离。若线圈密度为 n 匝/m，则 $\mathrm{d}l$ 长度上的线圈在 P 点产生的磁场应为

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3} n\mathrm{d}l \tag{1-2-2}$$

则对于长度从 $-L$ 到 $+L$ 的螺线管，其在轴线上任意 P 点产生的磁场应为

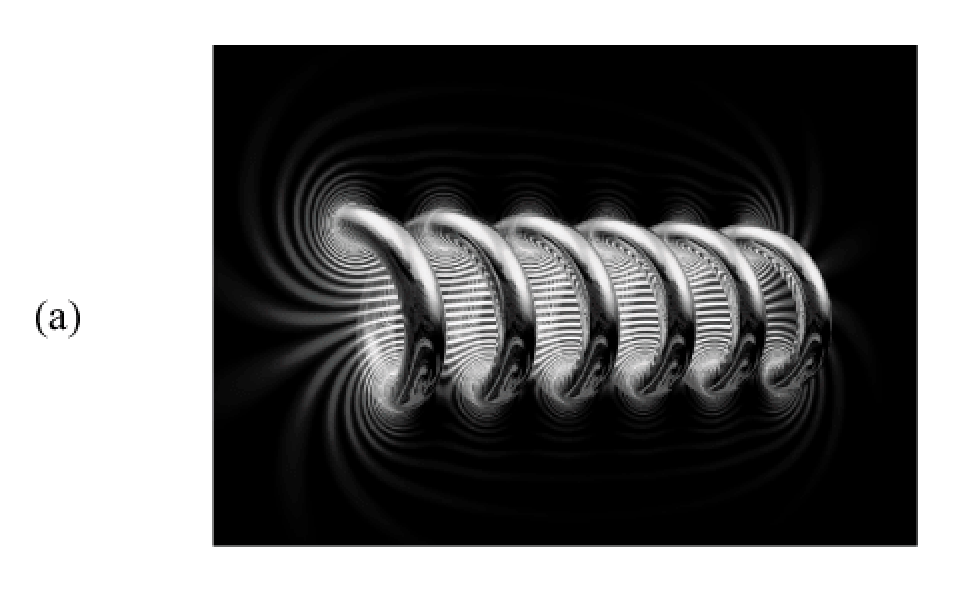
$$B = \int_{-L}^{L} \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3} n\mathrm{d}l = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\mu_0 In}{2} \sin\theta \mathrm{d}\theta$$

$$= \frac{\mu_0 nI}{2}\left(\frac{L+z}{\sqrt{R^2+(L+z)^2}}+\frac{L-z}{\sqrt{R^2+(L-z)^2}}\right) \tag{1-2-3}$$

式中，z 为 P 点到中心点 O 的距离，B 为螺线管在轴上任一点 P 所产生的磁感应强度。螺线管在轴线中心(即 $z=0$ 点)所产生的磁感应强度应为

$$B = \mu_0 nI \frac{L}{\sqrt{R^2+L^2}} \tag{1-2-4}$$

(a)



(b)

(c)

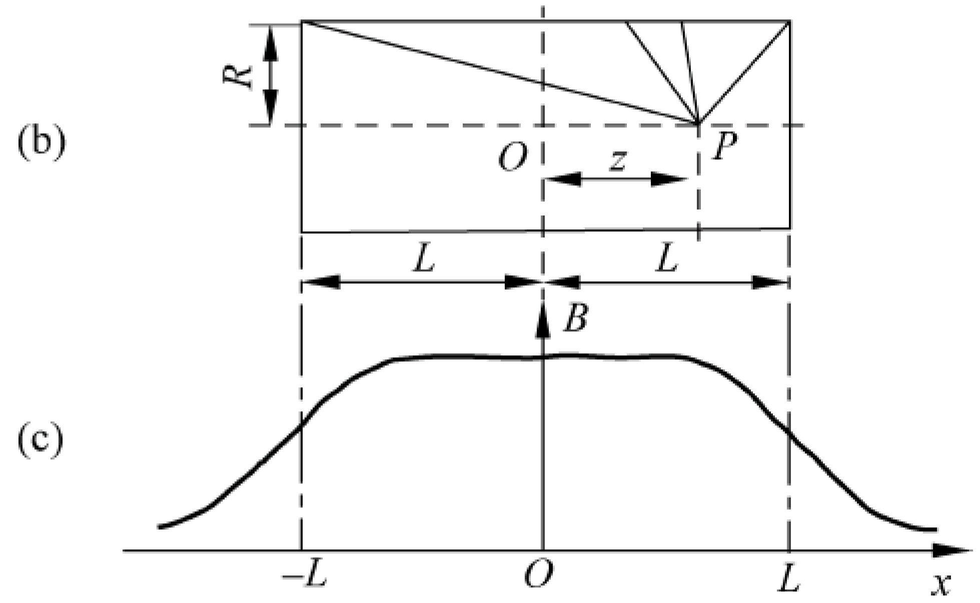


图 1-2-1　空心单层螺线管的磁场

对于无限长螺线管(即 $2L \to \infty$)，轴线上的磁场为

$$B_0 \approx \mu_0 nI \tag{1-2-5}$$

这说明，在均匀无限长螺线管的轴线上，磁场是均匀的，其轴线上的磁场值与中心点磁场值相等。

实际螺线管的长度总是有限的，但当螺线管的长度和半径比($2L/R$)大于 40 时，用式(1-2-5)计算中心点的场值与实测场值的误差小于 2%，因此式(1-2-5)对估算螺线管轴线上的场值是很有用的。

在 $2L \gg R$ 条件下，螺线管轴线上端口处的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2}\left(\frac{2L}{\sqrt{R^2+(2L)^2}}+0\right) \approx \frac{\mu_0 nI}{2} = \frac{B_0}{2} \tag{1-2-6}$$

由此可见，螺线管轴线上端口处的磁场仅为中心处的一半，即螺线管轴线上的磁场分布是中间部分较强，管两端较弱，如图 1-2-1(c)所示；在中间部分存在均匀区，均匀区的长短与 $2L/R$ 有关，它随 $2L/R$ 的增大而增长。单层螺线管磁场计算的准确度一般不难达到 0.4%，制作也容易，故常用来作为标准磁场。

为了提高螺线管产生的磁场，可采用多层螺线管。多层螺线圈的磁场，相当于若干半径不同、具有公共轴线的单层螺线管的磁场的叠加。

2. 计算螺线管轴线上的磁场

如图 1-2-2 所示的多层螺线管,其总匝数为 N,电流为 I,长度为 $2L$,线圈内、外半径分别为 R_1、R_2,线圈矩形端面面积为 $S=2L(R_2-R_1)$,N 匝导线所占面积为 S'。设电流均匀分布,则螺线管的电流密度为

$$\frac{NI}{S}=\frac{NI}{S'}\frac{S'}{S}=j\lambda \tag{1-2-7}$$

式中,j 为导线的电流密度,$j=NI/S'$;λ 为填充因子,$\lambda=S'/S$。

如果坐标原点取在线圈轴线的中心,轴线上任意一点 P 到 O 点的距离为 z,则 P 点的磁场仅有轴向分量。图 1-2-2 中,由截面为 $\mathrm{d}R\cdot\mathrm{d}l$ 的圆环形电流在 P 点产生的磁场为

$$\mathrm{d}B_z=\frac{\mu_0 j\lambda R^2}{2r^3}\mathrm{d}l\cdot\mathrm{d}R \tag{1-2-8}$$

故整个螺线管电流在 P 点产生的磁场为

$$\begin{aligned}B_z&=\int_{-L}^{L}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0 j\lambda R^2}{2r^3}\mathrm{d}l\cdot\mathrm{d}R\\&=\frac{\mu_0 j\lambda}{2}\int_{R_1}^{R_2}\left(\frac{L+z}{\sqrt{R^2+(L+z)^2}}+\frac{L-z}{\sqrt{R^2+(L-z)^2}}\right)\mathrm{d}R\\&=\frac{\mu_0 j\lambda}{2}\left[(L+z)\ln\frac{R_2+\sqrt{R_2^2+(L+z)^2}}{R_1+\sqrt{R_1^2+(L+z)^2}}+(L-z)\ln\frac{R_2+\sqrt{R_2^2+(L-z)^2}}{R_1+\sqrt{R_1^2+(L-z)^2}}\right]\end{aligned} \tag{1-2-9}$$

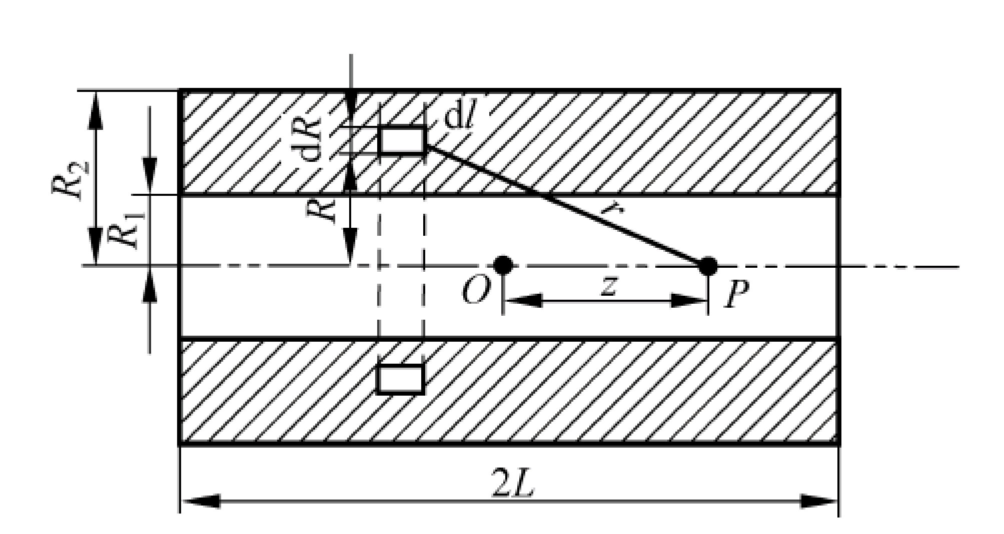


图 1-2-2　多层螺线管

为方便计算,常采用内径 R_1 归一化长度,即令 $\alpha=R_2/R_1$,$\beta=L/R_1$,$\gamma_0=z/R_1$,将它们分别代入上式得

$$B_z=\frac{\mu_0 j\lambda}{2}\left[(\beta+\gamma_0)\ln\frac{\alpha+\sqrt{\alpha^2+(\beta+\gamma_0)^2}}{\beta+\sqrt{1+(\beta+\gamma_0)^2}}+(\beta-\gamma_0)\ln\frac{\alpha+\sqrt{\alpha^2+(\beta-\gamma_0)^2}}{1+\sqrt{1+(\beta-\gamma_0)^2}}\right] \tag{1-2-10}$$

式中方括号内的量都变为无量纲的系数,如果令

$$F(\alpha,\beta\pm\gamma_0)=(\beta\pm\gamma_0)\ln\frac{\alpha+\sqrt{\alpha^2+(\beta\pm\gamma_0)^2}}{1+\sqrt{1+(\beta\pm\gamma_0)^2}} \tag{1-2-11}$$

则轴线上的磁场可表示为

$$B_z=\frac{\mu_0 jR_1\lambda}{2}[F(\alpha,\beta+\gamma_0)+F(\alpha,\beta-\gamma_0)] \tag{1-2-12}$$

这样,便可用简单的运算求得轴线上的磁场。

螺线管轴线中心点的磁场 B_0 是一个重要参数，由式(1-2-10)可求出

$$B_0 = \mu_0 j\lambda R_1 \beta \ln \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{1+\sqrt{1+\beta^2}} \tag{1-2-13}$$

如果令

$$F(\alpha,\beta) = \mu_0 \beta \ln \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{1+\sqrt{1+\beta^2}} \tag{1-2-14}$$

则 B_0 可表示为

$$B_0 = j\lambda R_1 F(\alpha,\beta) \tag{1-2-15}$$

式中，$F(\alpha,\beta)$称为 F 系数。图 1-2-3 为 F 系数图，图中给出了恒定的 $F(\alpha,\beta)$，即 α、β 间的关系曲线。显然，引入 F 系数以后，若已知线圈的尺寸，由式(1-2-15)就可方便地求得中心磁场。当线圈截面不是矩形的，或者电流密度分布不是均匀的，则需要定义适当的系数。

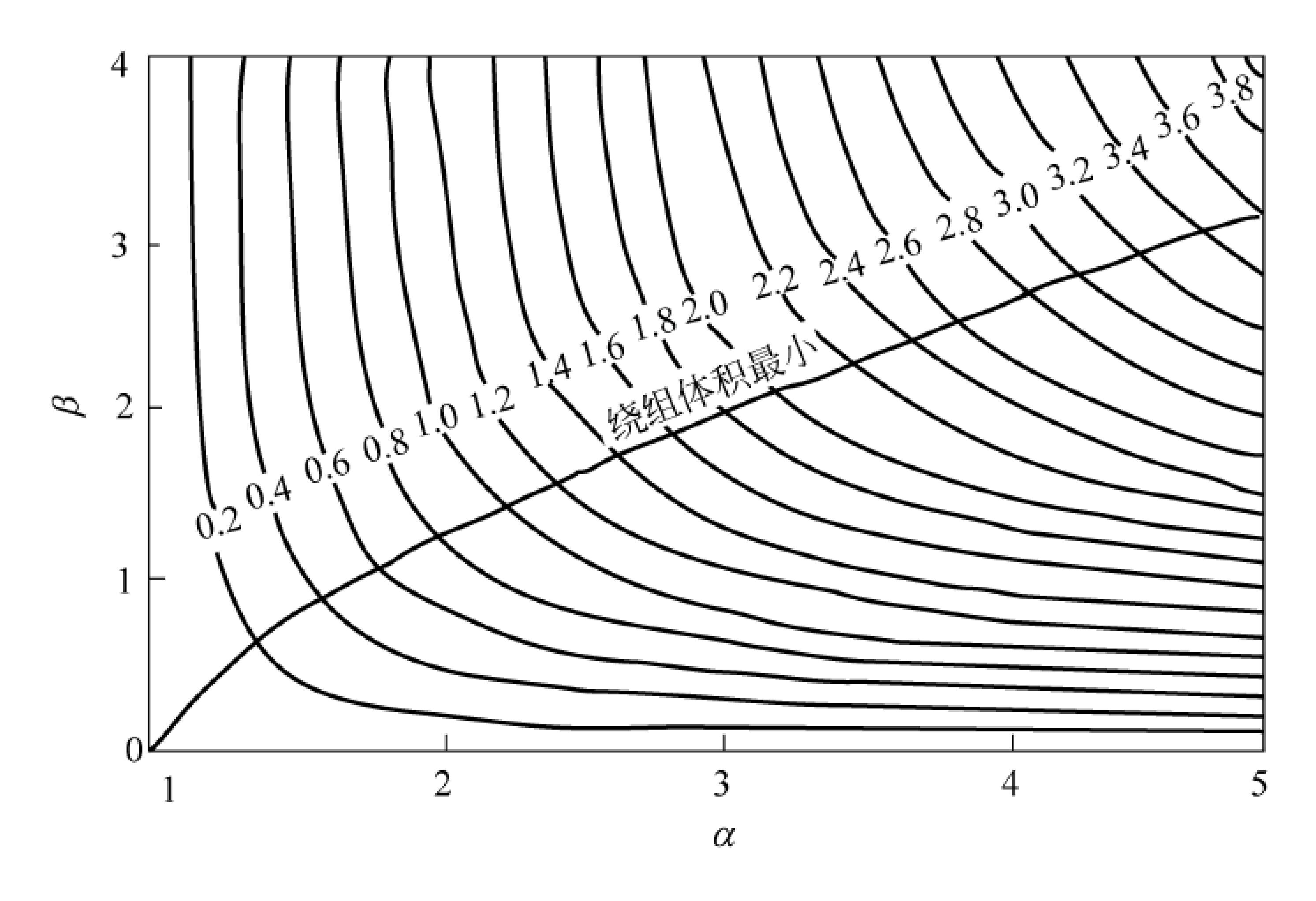


图 1-2-3　F 系数图

3. 螺线管中心区域磁场均匀度的计算

设计线圈时，常常要求精确地知道线圈中心区磁场的均匀度。在圆筒形线圈内，具有轴对称的磁场分布，中心区各点磁场与中心点磁场的差异可以方便地用勒让德函数展开计算。图 1-2-4 为螺线管半边截面图，Oz 为中心轴线，若以轴的中心点 O 为坐标原点，在中心点附近任一点 P 的轴向和径向磁场分量可以用勒让德函数 P_n 表示成无穷级数：

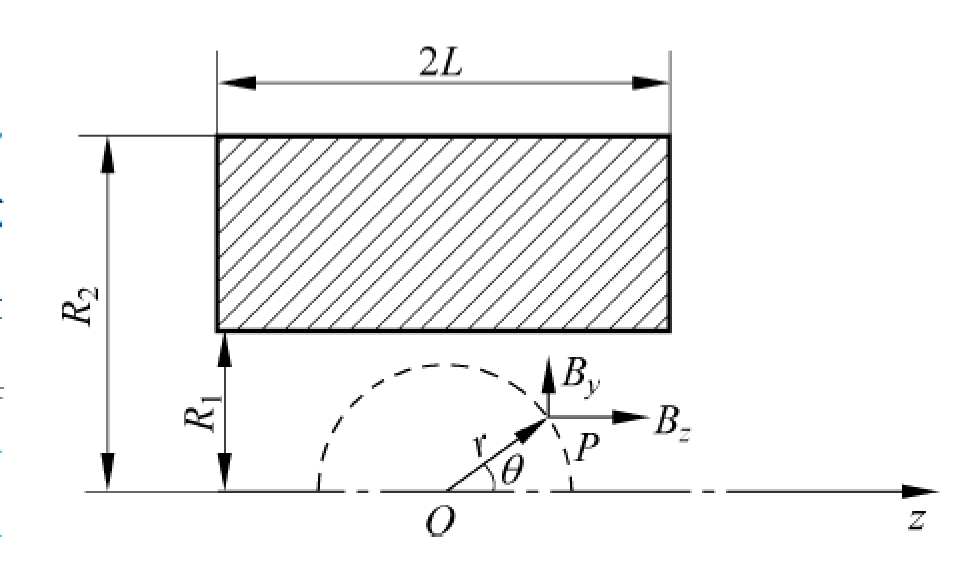


图 1-2-4　螺线管中心区磁场

$$\left.\begin{aligned} B_z(r,\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-2)!}\left[\frac{\mathrm{d}^{(2n-2)}B_z(0,z)}{\mathrm{d}z^{(2n-2)}}\right]_{z=0} \cdot r^{(2n-2)} \cdot P_{(2n-2)}(u) \\ B_y(r,\theta) &= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\theta}{(2n-2)!}\left[\frac{\mathrm{d}^{(2n-2)}B_z(0,z)}{\mathrm{d}z^{(2n-2)}}\right]_{z=0} \cdot r^{(2n-2)} \cdot P'_{(2n-2)}(u) \end{aligned}\right\} \tag{1-2-16}$$

式中，$u=\cos\theta$；$B_z(0,z)$为轴线上的磁场，可由公式(1-2-10)给出，其各级导数也能求出；

$P(u)$和$P'(u)$为勒让德函数及其导数，它们分别为

$$P_0(u)=1,\quad P'_0(u)=0$$
$$P_2(u)=(3u^2-1)/2,\quad P'_2(u)=6u/2$$
$$P_4(u)=(35u^4-30u^2+3)/8,\quad P'_4=(140u^2-60u)/8$$
$$P_6(u)=(231u^6-315u^4+105u^2-5)/16,\quad P'_6=(1386u^5-1260u^3+210u)/16$$
$$\vdots$$

为便于计算，式(1-2-16)通常直接写成下式：

$$\left.\begin{aligned}B_z(r,\theta)&=B_z(0,0)\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon_{2n}\left(\frac{r}{R_1}\right)^2P_{2n}(u)\right]\\B_y(r,\theta)&=-B_z(0,0)\sin\theta\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon_{2n}\left(\frac{r}{R_1}\right)^2P'_{2n}(u)\end{aligned}\right\}\tag{1-2-17}$$

式中，$B_z(0,0)$为轴线上中心点的磁场，由式(1-2-10)求出；R_1为线圈的内半径。对于矩形断面线圈，上式中的ε_2、ε_4、ε_6分别为

$$\varepsilon_2=\frac{1}{2\beta^2c_5}(c_1^{3/2}-c_3^{3/2})$$

$$\varepsilon_4=\frac{1}{12\beta^4c_5}\left[c_1^{3/2}\left(1+\frac{3}{2}c_2+\frac{15}{2}c_2^2\right)-\frac{3}{c_3^2}\left(1+\frac{3}{2}c_4+\frac{15}{2}c_4^2\right)\right]$$

$$\varepsilon_6=-\frac{1}{30\beta^6c_5}\left[c_1^{3/2}\left(1+\frac{3}{2}c_2+\frac{15}{8}c_2^2-\frac{35}{4}c_2^3+\frac{315}{8}c_2^4\right)-c_3^{3/2}\left(1+\frac{3}{2}c_4+\frac{15}{8}c_4^2-\frac{35}{4}c_4^3+\frac{315}{8}c_4^4\right)\right]$$

式中

$$c_1=\frac{1}{1+\beta^2},\quad c_2=\frac{\beta^2}{1+\beta^2},\quad c_3=\frac{\alpha}{\alpha+\beta^2},\quad c_4=\frac{\beta^2}{\alpha^2+\beta^2},\quad c_5=\ln\frac{\alpha+\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{1+\sqrt{1+\beta^2}}$$

对于某些情况，如具有尾端补偿的线圈，为了方便计算，式(1-2-17)改写成下列形式：

$$\left.\begin{aligned}B_z(r,\theta)&=\mu_0j\lambda R_2\left[M_0+M_2\left(\frac{r}{R_2}\right)^2P_2(u)+M_4\left(\frac{r}{R_2}\right)^4P_4(u)+M_6\left(\frac{r}{R_2}\right)^6P_6(u)+\cdots\right]\\B_y(r,\theta)&=-\sin\theta\left[M_2\left(\frac{r}{R_2}\right)^2P'_2(u)+M_4\left(\frac{r}{R_2}\right)^4P'_4(u)+M_6\left(\frac{r}{R_2}\right)^6P'_6(u)+\cdots\right]\end{aligned}\right\}\tag{1-2-18}$$

式中

$$M_0=\frac{\beta}{\alpha}\ln\frac{\alpha+\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{1+\sqrt{1+\beta^2}}$$

$$M_2=\frac{\chi}{2\beta}(c_1^{3/2}-c_3^{3/2})$$

$$M_4=\frac{\chi^3}{12\beta^3}\left[c_1^{3/2}\left(1+\frac{3}{2}c_2+\frac{15}{2}c_2^2\right)-\frac{3}{c_3^2}\left(1+\frac{3}{2}c_4+\frac{15}{2}c_4^2\right)\right]$$

$$M_6=\frac{\chi^5}{30\beta^5}\left[c_1^{3/2}\left(1+\frac{3}{2}c_2+\frac{15}{8}c_2^2-\frac{35}{4}c_2^3+\frac{315}{8}c_2^4\right)-c_3^{2/3}\left(1+\frac{3}{2}c_4+\frac{15}{8}c_4^2-\frac{35}{4}c_4^3+\frac{315}{8}c_4^4\right)\right]$$

由式(1-2-17)或式(1-2-18)可以精确地计算出$r<R_1$范围内任一点的磁场，而且便于

用计算机进行运算。

2.1.2　螺绕环

绕在圆环形骨架上的螺线形线圈叫做螺绕环，如图 1-2-5 所示。设有一均匀密绕的螺绕环，环的匝数为 N，通以电流 I，根据对称性可知，在与环共轴的圆周上，磁场的大小相等，方向沿着圆周的切线。

取安培环路为螺绕环内的同心圆，其半径为 R，根据安培环路定理得圆环上任一点的磁场为

$$B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi R}=\mu_0 nI \tag{1-2-19}$$

式中，n 为圆环单位长度上的匝数，$n=\dfrac{N}{2\pi R}$。式(1-2-19)与式(1-2-5)完全相同，因此螺绕环相当于一个首尾相接的螺线管，而且把磁场全部限制在环的内部。

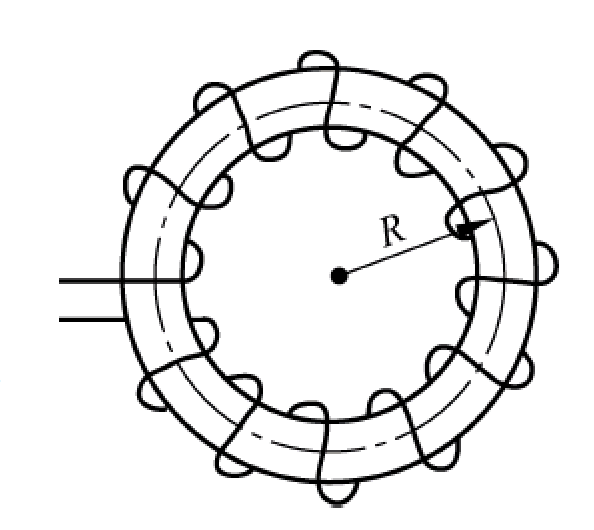


图 1-2-5　螺绕环

由式(1-2-19)可以看出，环内部的磁场与环的半径 R 成反比，离圆心距离越远，磁场值越小。也就是说，在圆环横截面积内，磁场分布的不均匀度与圆环的几何尺寸有关。

设圆环的内、外半径分别为 R_1、R_2，则圆环的平均半径 $R_0=(R_1+R_2)/2$，其几何轴线上的磁场值为

$$B_0=\frac{\mu_0 NI}{2\pi R_0} \tag{1-2-20}$$

一般 B_0 不能代表环内的平均磁场值。

严格地讲，环内磁场的平均值 B_{av} 要用积分的方法求得。例如有一矩形截面的螺绕环，环的内、外半径分别为 R_1、R_2，则环内平均磁场为

$$B_{av}=\frac{1}{R_2-R_1}\frac{\mu_0 NI}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1} \tag{1-2-21}$$

若令

$$R_{av}=\frac{R_2-R_1}{\ln(R_2/R_1)}$$

可得

$$B_{av}=\frac{\mu_0 NI}{2\pi R_{av}} \tag{1-2-22}$$

显然，当螺绕环内外半径比 $k\left(k=\dfrac{R_2}{R_1}\right)$ 不同时，对应的 B_{av} 和 B_0 的比值也不相同，表 1-2-1 给出了各种 k 值和 B_{av}/B_0 之间的关系。

表 1-2-1　螺绕环几何尺寸对环内磁场分布的影响

k	1/2	1/4	1/6	1/8	1/10	1/19
B_{av}/B_0	1.0986	1.0216	1.0094	1.0052	1.0033	1.0009

表 1-2-1 表明，k 越小，B_{av} 与 B_0 越接近。当 $k<\dfrac{1}{6}$，B_{av} 与 B_0 之差小于 1%。若误差在实际要求的范围之内，则可用式(1-2-20)近似计算的平均磁场。

由于螺绕环的匝数密度有限，其只能产生较低的磁场（一般不超过 10^{-2}T），因此只能用于软磁材料的磁化和测量。

2.1.3 亥姆霍兹线圈

亥姆霍兹线圈是一种在小范围区域产生近似均匀磁场的器件。由于亥姆霍兹线圈具有开敞性质，很容易将其他仪器置入或移出，也可以直接进行视觉观察，因此是物理实验常使用的器件。它是因德国物理学者赫尔曼·冯·亥姆霍兹而命名的。

亥姆霍兹线圈如图 1-2-6 所示，它由匝数相同、相互平行、同轴放置得很薄的两个对称圆线圈组成，线圈之间的距离 $2a$ 和线圈半径 R 相等，两线圈顺向串联，每个线圈匝数为 N。当线圈内通以电流 I 时，由于对称性，在线圈轴线上任一点 $P(x,0)$ 的磁场，为两个线圈分别在该点产生的磁场的代数和，即

$$B_{zP}=\frac{\mu_0 NIR^2}{2r_1^3}+\frac{\mu_0 NIR^2}{2r_2^3}=\frac{\mu_0 NIR^2}{2}\left(\frac{1}{(R^2+(a+x)^2)^{\frac{3}{2}}}+\frac{1}{(R^2+(a-x)^2)^{\frac{3}{2}}}\right) \tag{1-2-23}$$

式中，r_1、r_2 分别为两个线圈到 P 点的距离；x 为 P 点到中心点距离。亥姆霍兹线圈磁场不均匀率与 z 的关系式如式(1-2-24)所示。在 $z=\pm\frac{R}{2}$、线圈平面与 z 轴相交处，磁场数值与中心点的差别约为 7%。

$$\frac{\Delta B_z}{B_z}\approx -1.152\left(\frac{z}{R}\right)^4 \tag{1-2-24}$$

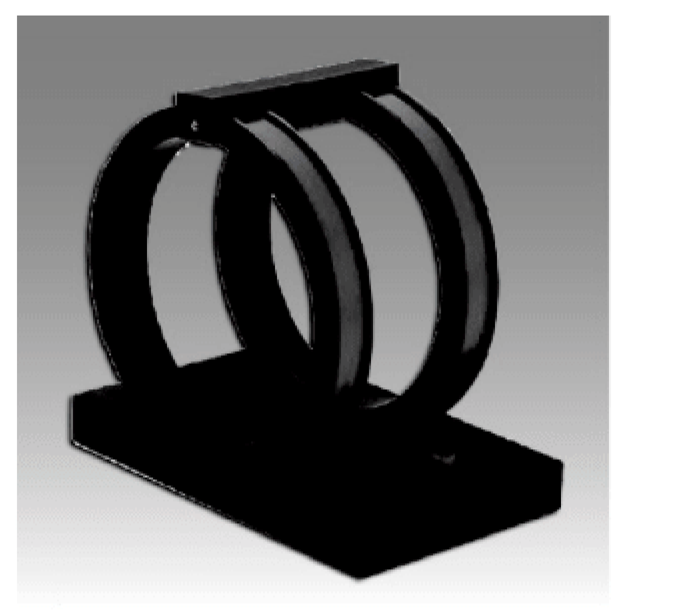
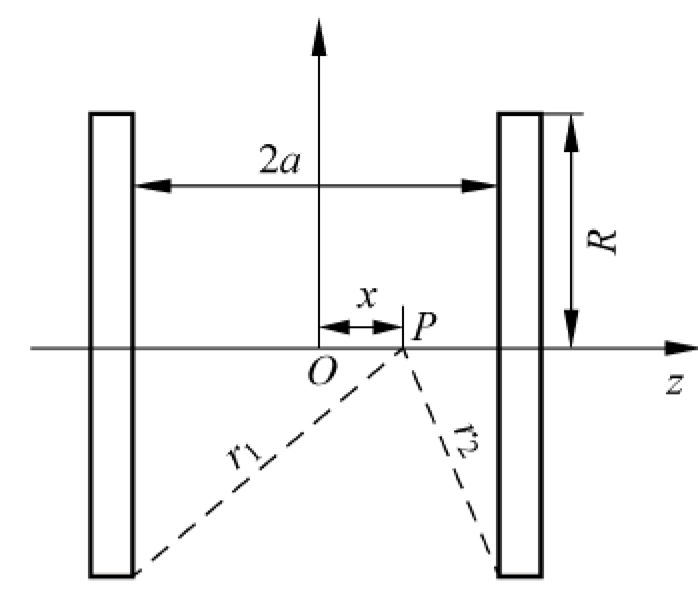



图 1-2-6 亥姆霍兹线圈示意图

亥姆霍兹线圈的磁场分布具有旋转对称性，能在较大的空间产生较均匀的磁场，如图 1-2-7 所示。表 1-2-2 给出了亥姆霍兹线圈中几个不同位置上的磁场 B_z 与中心点磁场 B_0 的比值。

表 1-2-2 亥姆霍兹线圈磁场的分布

Δz \ ΔR	0	0.05	0.10	0.15	0.20
0	1.000000	0.999997	0.999957	0.999781	0.999309
0.05	0.999993	1.000012	1.000036	0.999969	0.999647
0.10	0.999895	0.999968	1.000187	1.000444	1.000576
0.20	0.998157	0.998500	0.999496	1.001049	1.002995

表 1-2-2 反映了亥姆霍兹线圈磁场分布的均匀程度，考虑线圈中心处轴长为 0.2R、半径为 0.1R 的圆柱空间，根据表 1-2-2 中数据，可求得这个圆柱空间磁场的均匀度为$\pm 2\times 10^{-4}$。若中心处圆柱空间的轴长为 0.4R，半径为 0.2R，则对应的磁场均匀度为$\pm 3\times 10^{-3}$。由此可见，亥姆霍兹线圈磁场的均匀范围是相当大的。

亥姆霍兹线圈的主要优点是可以在比较大的空间范围内获得均匀的磁场，但场值不高，一般为 10^{-2} T 左右。经过精心设计和制造的亥姆霍兹线圈，可作为标准磁场源。

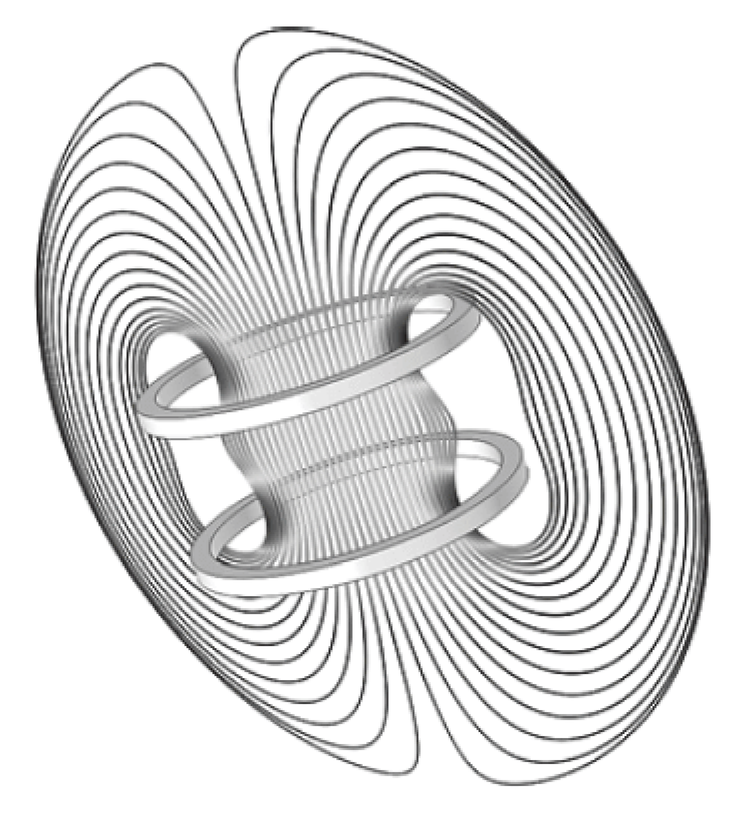


图 1-2-7　亥姆赫兹线圈的磁场

2.1.4　具有尾端补偿的线圈

尾端补偿线圈实际上是一个在两端加有尾端线圈的螺线管，尾端线圈与螺线管顺向串联，若通以电流，在中心区便能产生很均匀的磁场。图 1-2-8(a)为尾端补偿线圈的半边截面图，Oz 为中心轴线，若已知线圈的几何尺寸及所通过的电流，可以采用前面所述的叠加方法，方便地求出线圈产生的磁场。现在我们需要根据给定的磁场值 B 及中心区的均匀度，设计尾端补偿线圈的几何尺寸为 R_1、R_1'、R_2、L 及 L'。

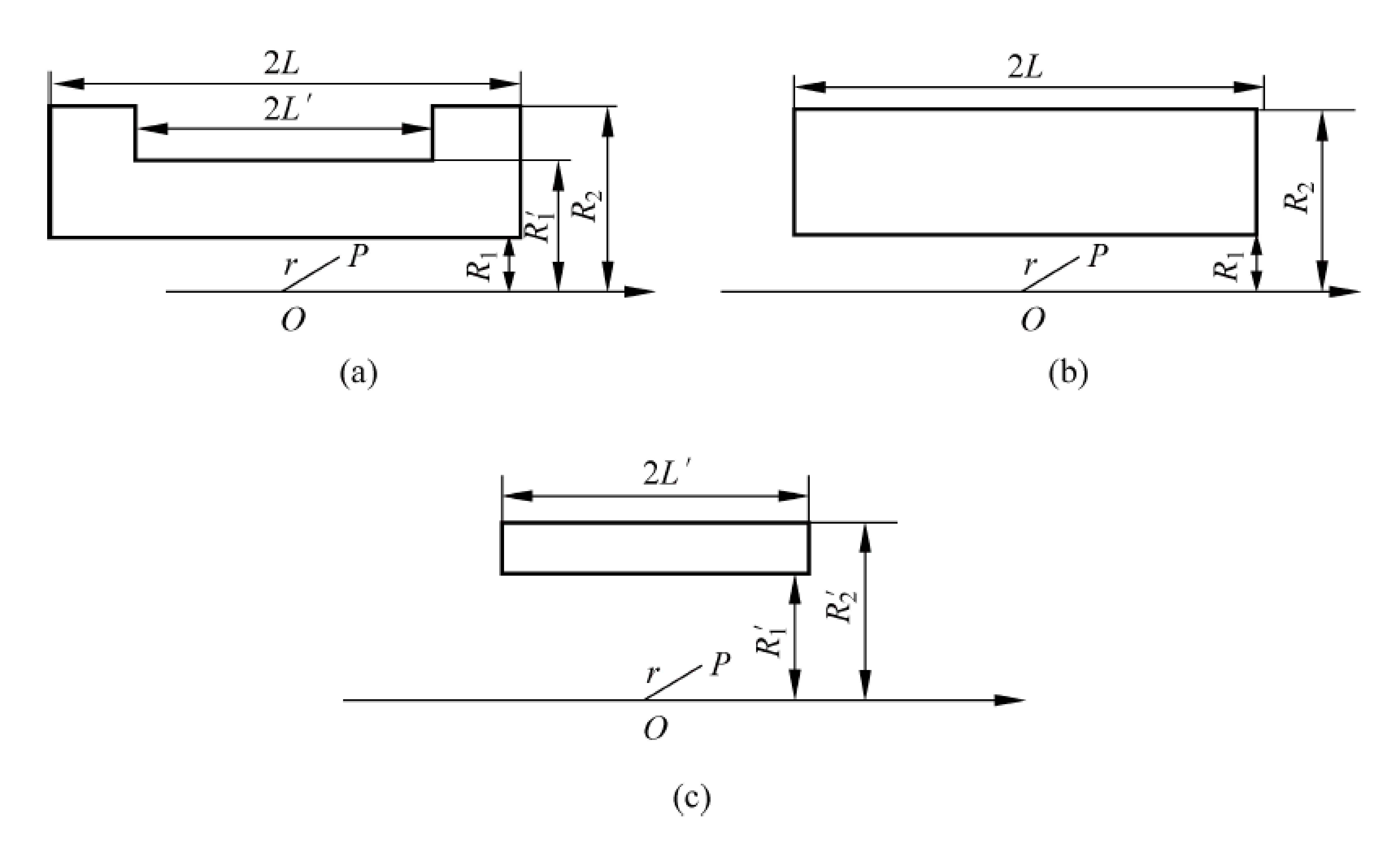


图 1-2-8　有尾端补偿的线圈

图 1-2-8(a)所示的尾端补偿线圈内任一点 P 的磁场，可以等效为图 1-2-8(b)、(c)所示两个螺线管在 P 点的磁场的叠加。图 1-2-8(b)所示的螺线管长为 $2L$，内外半径分别为 R_1、R_2，约化值$\alpha=R_2/R_1$，$\beta=L/R_1$，电流方向与尾端补偿线圈电流方向一致标为"+"号。图 1-2-8(c)螺线管长 $2L'$，内外半径分别为 R_1'、R_2'，约化值为 $\alpha'=R_2/R_1'$，$\beta'=L'/R_1'$，电流方向与尾端补偿线圈电流方向相反标为"－"号。根据式(1-2-18)，两螺线管的轴向磁场分别为

$$\begin{cases} B_{zb} = \mu_0 j\lambda R_2\left[M_0(\alpha,\beta) + M_2(\alpha,\beta)\left(\frac{r}{R_2}\right)^2 P_2(u) + \right. \\ \qquad \left. M_4(\alpha,\beta)\left(\frac{r}{R_2}\right)^4 P_4(u) + M_6(\alpha,\beta)\left(\frac{r}{R_2}\right)^6 P_6(u) + \cdots\right] \\ B_{zc} = \mu_0 j\lambda R_2\left[M'_0(\alpha',\beta') + M'_2(\alpha',\beta')\left(\frac{r}{R_2}\right)^2 P_2(u) + \right. \\ \qquad \left. M'_4(\alpha',\beta')\left(\frac{r}{R_2}\right)^4 P_4(u) + M'_6(\alpha',\beta')\left(\frac{r}{R_2}\right)^6 P_6(u) + \cdots\right] \end{cases}$$

尾端补偿线圈的磁场为以上两线圈磁场的叠加，即

$$\begin{aligned} B_z &= B_{zb} - B_{zc} \\ &= \mu_0 j\lambda R_2\left\{[M_0(\alpha,\beta) - M'_0(\alpha',\beta')] + [M_2(\alpha,\beta) - M'_2(\alpha',\beta')]\left(\frac{r}{R_2}\right)^2 P_2(u) + \right. \\ &\quad \left. [M_4(\alpha,\beta) - M'_4(\alpha',\beta')]\left(\frac{r}{R_4}\right)^4 P_4(u) + [M_6(\alpha,\beta) - M'_6(\alpha',\beta')]\left(\frac{r}{R_6}\right)^6 P_6(u) + \cdots\right\} \end{aligned} \tag{1-2-25}$$

注意展开式中的约化坐标改为 r/R_2，因为 R_2 为两螺线管的外半径，这将便于计算。若适当选择 α、β、α'、β' 的值，使式(1-2-25)中的 r^2 项、r^4 项趋于零，即

$$\left.\begin{aligned} M_2(\alpha,\beta) - M'_2(\alpha',\beta') \approx 0 \\ M_4(\alpha,\beta) - M'_4(\alpha',\beta') \approx 0 \end{aligned}\right\} \tag{1-2-26}$$

则式(1-2-10)中剩下的主要就是零次项，这时中心点附近的磁场均匀。一般具有尾端补偿的线圈只要尺寸合适，式(1-2-26)基本上能得到满足。式(1-2-26)的两个方程中，有四个未知数 α、β、α'、β'，必须补充两个条件才有定解。为此，可以借助计算机，用逐次逼近的方法进行计算。逐次逼近法就是设 α'、β' 代表在给定的 α、β 值下能近似满足方程组(1-2-26)的解，令 $\alpha'_1 = \alpha' + \mathrm{d}\alpha'$、$\beta'_1 = \beta' + \mathrm{d}\beta'$ 代表精确解，将 $M'_2(\alpha'_1,\beta'_1)$ 和 $M'_4(\alpha'_1,\beta'_1)$ 用泰勒级数展开，准确到一次项，则方程式(1-2-26)可写为

$$\begin{cases} M'_2(\alpha'_1,\beta'_1) = M'_2(\alpha',\beta') + \dfrac{\partial M'_2}{\partial \alpha'}\mathrm{d}\alpha' + \dfrac{\partial M'_2}{\partial \beta'}\mathrm{d}\beta' = M_2(\alpha,\beta) \\ M'_4(\alpha'_1,\beta'_1) = M'_4(\alpha',\beta') + \dfrac{\partial M'_4}{\partial \alpha'}\mathrm{d}\alpha' + \dfrac{\partial M'_4}{\partial \beta'}\mathrm{d}\beta' = M_4(\alpha,\beta) \end{cases}$$

因为 α'、β' 是已给定的近似解，则由上两式便可解出 $\mathrm{d}\alpha'$、$\mathrm{d}\beta'$，因而可以求出比较精确的解，即

$$\begin{cases} \alpha'_1 = \alpha' + \mathrm{d}\alpha' \\ \beta'_1 = \beta' + \mathrm{d}\beta' \end{cases}$$

如果 α'_1、β'_1 不能完全满足给定的精确要求，则再以 α'_1、β'_1 为近似解，重复上述步骤，逐步逼近，直到满足要求为止。

设计一个磁体除要求一定的均匀度以外，还要求有一定的场值 B。设计的场值 B_0 应尽量接近要求的场值 B。同样，可以用逼近的方法使 $\mathrm{d}B = B - B_0$ 符合要求。由于改变大线圈的半径对改变磁场值的作用大，所以要使 B_0 接近 B，应改变 α，由 $\mathrm{d}\alpha$ 可以求出接近要求的 $\alpha_1 = \alpha + \mathrm{d}\alpha$，逐次逼近，直到准确度符合要求。

随后，还需要进一步检验均匀度是否符合要求，如此反复逼近，直到均匀度、准确度均符

合要求，再根据最后求出的 α、β、α'、β' 决定补偿线圈的几何尺寸。

显然，上述逐次逼近的计算方法非常复杂，只有借助计算机才能快速准确地完成这一任务。

对于超导磁体，除上述条件外，还须考虑体积为最小等问题。由此可见，根据给定磁场值设计磁场线圈尺寸，是相当复杂的任务。

2.1.5　永磁体

永磁体是利用永磁材料的剩磁来产生磁场的，其主要特点是工作时不需要供电系统，磁场长期稳定，体积小，实用方便。不足之处是磁场空间小，均匀性不高，而且场值不高，一般为10^{-2}T 量级，只有在几毫米的小空气隙中，才有可能达到 1T 以上的磁场。另外，永磁体的磁场值不容易灵活的改变，改变之后也很难得到良好的重复。这可以用图 1-2-9 所示的磁滞回线来说明。要改变永磁体气隙中的磁场强度，唯一的办法是改变气隙的长度。假设永磁体原气隙状态对应于退磁曲线上的 a 点，若增大气隙的长度，磁体内部的磁状态便从 a 点沿退磁曲线下降到 b 点，如果再减小到原气隙长度，则永磁体的磁化状态就不再回到 a 点，而是变化到退磁曲线下面的 a' 点，如果再增大气隙，也不能回到 b 点。若要回到 b 点，必须重新将永磁体充磁到饱和，然后慢慢将充磁电流减小到零，一切回到开始使用永磁体的原气隙状态，再增大气隙，才能回到 b 点。若不经过这些过程，仅靠增减气隙的大小，磁场强度的大小是不能重复的，而且反复调节气隙的幅度越大、次数越多，则气隙中磁场强度的变化越大，所以要保持磁场的稳定性，永磁体的气隙最好不要调节。

制造永久磁铁时，选择性能优良的永磁材料和进行合理的磁路设计是很重要的。

1. 选用性能优良的永磁材料

永久磁铁是在外加磁化场去掉后仍保持一定剩余磁感应强度 B_r 的磁体。它是在有气隙的情况下工作的，一切有气隙的磁铁内部都会产生一个与磁化方向相反的退磁场。这样一来，即使在闭合磁路的情况下，材料也会具有较高的剩余磁感应强度，但是若没有足够大的矫顽力 H_c，开了气隙后，磁铁本身在退磁场作用下，剩余磁性会大大减弱，甚至不显磁性。所以制造永磁体必须选用剩余磁感应强度大且矫顽力高的硬磁材料。或者说，只有硬磁材料，才适合用于制造永久磁体。

硬磁材料性能指标除 H_c、B_r 外，还有最大磁能积$(BH)_{max}$。对于材料、形状和尺寸一定的永磁体，其气隙处的磁场与材料的磁能积有密切关系。研究如图 1-2-10 所示有气隙的环形永磁体，L 代表环形磁路长度，L_g 代表气隙长度，S 和 S_g 分别代表磁体截面积和气隙有效截面积。由于永磁体是无源的，所以磁场的闭合环积分为零，即

$$\left.\begin{aligned}&\oint_l H\,\mathrm{d}l = 0\\&HL + H_gL_g = 0\\&H_gL_g = -HL\end{aligned}\right\}\tag{1-2-27}$$

按磁通连续性原理，若忽略漏磁，则磁体内的磁通与气隙处的磁通相等，即

$$BS = B_gS_g\tag{1-2-28}$$

将式(1-2-27)乘以式(1-2-28)，经整理得气隙处的磁通为

$$B_g^2 = -\mu_0(BH)V/V_g\tag{1-2-29}$$

式中，V 和 V_g 分别为永磁体和气隙的体积。

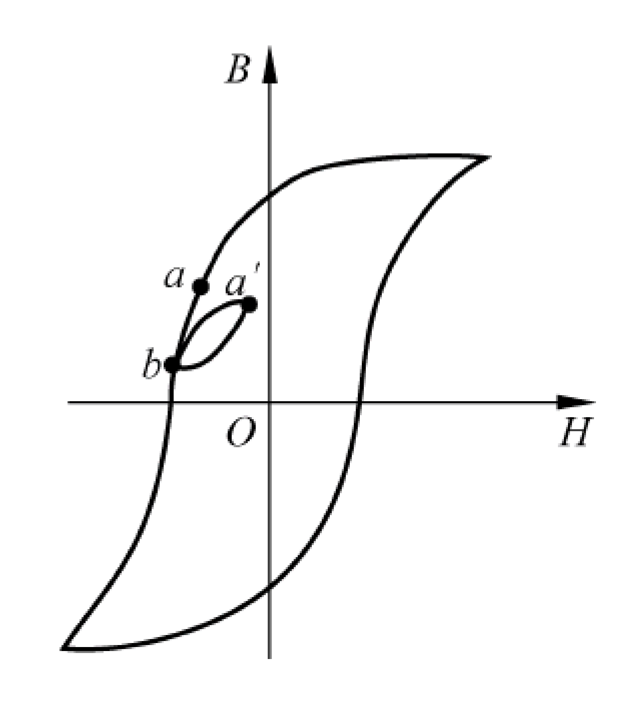


图 1-2-9 永磁体的磁滞回线

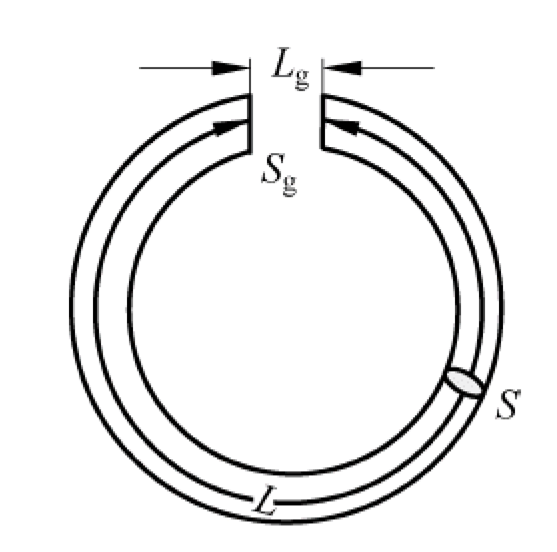


图 1-2-10 有气隙的环形永磁体

由式(1-2-29)可以看出,在 V 和 V_g 给定的情况下,B_g 决定于最大磁能积$(BH)_{max}$,所选用材料的磁能积越高,气隙中产生的磁场越强;在气隙及所需要的磁场值已确定的情况下,永磁体的体积与磁能积成反比,所选用材料的磁能积越高,磁体的体积越小。

为了便于选用永磁材料,表 1-2-3 列出了几种常用永磁材料的磁性能。

表 1-2-3 几种永磁材料的磁特性

材料	成分/%（其余是铁）	B_r/T	$H_c/(A\cdot m^{-1})$	$BH/(J\cdot m^{-3})$	主要用途
碳钢	(0.9～1.0)C	0.9	4000	1600	同步电机,磁滞电机
铬钢	1.0C,3.5Cr	0.9	5000	2300	
钨钢	1.0C,1.5W	0.98	4800	2000	
钴钢	1.0C,(5.0～9.0)Cr,(0～1.5)W,3.0Co,(0～1.5)Mo	0.72	10400	2000～3000	
铝镍钴	21Ni,12Al,5Co	0.71	35800	11100	永磁铁,永磁发电机,扬声器,仪器用磁铁,磁控管,行波管
	17Ni,10Al,12Co,(5.5～6)Cu	0.8	39700	13500	
	14Ni,8Al,24Co,3Cu	1.23	54500	40000	
	14Ni,8Al,24Co,3Cu	1.35～1.33	5700～5800	60000～52000	
	14.5Ni,7.6Al,34.5Co,3Cu,5.31Nb	1.13	133000	107000	
钡铁氧体	BaO_6, FeO_3 各向同性	0.21	140000	8000	小型直流电机,玩具,吸附磁铁,扬声器
	晶粒定向	0.40	154000	29600	
锶铁氧体	SrO_6,FeO_3 晶粒定向	1.4	175600	29600	
稀土永磁镨钴	$PrCo_5$	0.49	214000	34700	
钐钴	$SmCo_5$	0.90	720000	160000	

由表 1-2-3 可以看出，合金钢的磁性能比碳钢高，稀土永磁材料的磁性能更高。当前通用的永磁材料是铝镍钴和铁氧体，铁氧体价格便宜，但铝镍钴的矫顽力和磁能积值高。新近发展的稀土永磁，具有更高的矫顽力和磁能积，是一种非常引人注目的高性能新型永磁材料。

2. 进行合理的磁路设计

永磁体工作在退磁曲线上，只有选定工作点对应的磁能积为最大时，气隙中才能产生最大磁场。这一工作点 P 称为最佳工作点，如图 1-2-11 所示。永磁体的工作点主要决定于它的几何尺寸及工作气隙，因此合理地设计永磁体的尺寸，使其工作在最佳工作点上，能充分发挥材料的磁性能，这就是磁路设计的任务。

磁路设计的问题归结为已知工作气隙的尺寸 L_g、S_g 和所需要的磁场值 B_g，以及所选用材料的退磁曲线，求永磁体的最佳尺寸。这里仅讨论磁路设计的一般原理。

首先，研究忽略漏磁的理想情况，图 1-2-11 左边所示曲线为永磁材料的退磁曲线，由于该曲线很接近于一段双曲线，如果把它近似按双曲线处理，则有

$$B_p/H_p = B_r/H_c \tag{1-2-30}$$

按此，可方便地用作图法求出最佳工作点。在图 1-2-11 中，由 B_r 和 H_c 点分别作平行于 H 轴和 B 轴的直线，两直线相交于 G 点，连接 OG，OG 线与退磁曲线相交的那一点 $P(H_pB_p)$，即为对应于 $(BH)_{max}$ 的最佳工作点。

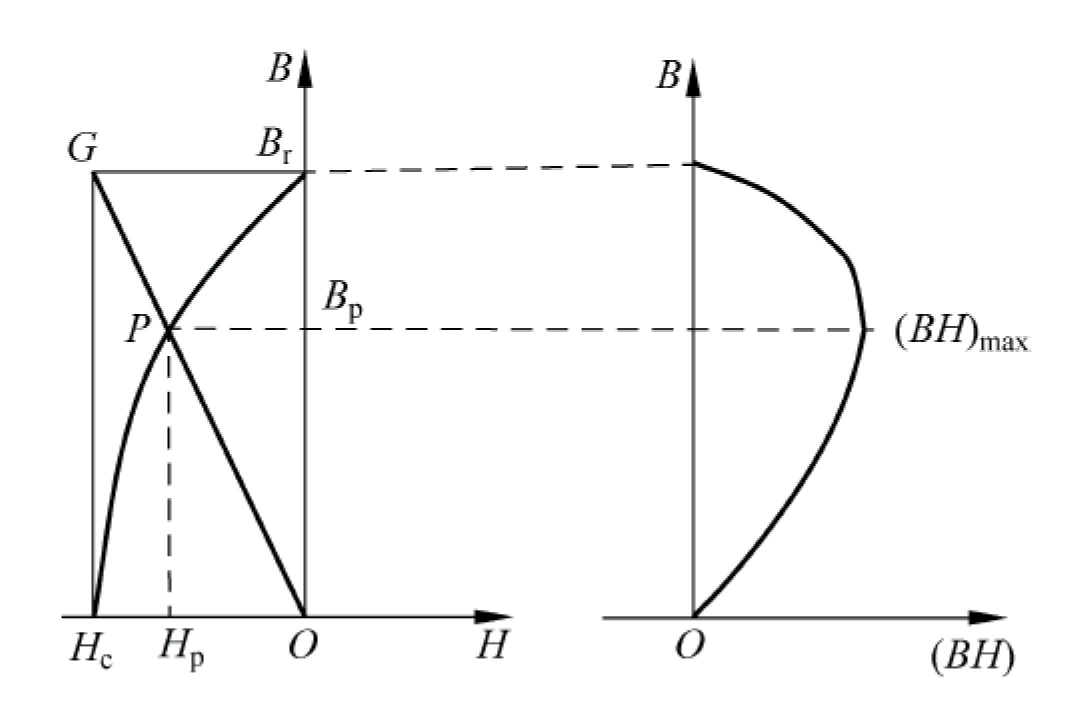


图 1-2-11　永磁体退磁曲线及最大磁能积

现在说明如何选定永磁体的尺寸，使它的工作点落在对应于最大磁能积的位置上。已知

$$\left.\begin{aligned} H &= -H_g \frac{L_g}{L} \\ B &= \mu_0 H_g \frac{S_g}{S} \end{aligned}\right\} \tag{1-2-31}$$

要使 B 和 H 的乘积为最大值，它们必须满足式(1-2-30)，将 B 和 H 代入式(1-2-31)，得

$$\frac{L}{S} = -\frac{B_r L_g}{\mu_0 H_c S_g} \tag{1-2-32}$$

由式(1-2-29)可知，永磁体的磁能积与气隙中的磁感应强度的平方成正比。如果永磁体的磁能积为最大值 $(BH)_{max}$，则对应在气隙中有最大磁感应强度，即

$$B_g^2 = -\mu_0 (BH)_m V/V_g$$

将 $V=LS$，$V_g=L_gS_g$ 代入上式得

$$LS = \frac{-B_g^2}{\mu_0 (BH)_{max}} S_g L_g \tag{1-2-33}$$

将式(1-2-32)与式(1-2-33)相乘得

$$L = \frac{B_g}{\mu_0} L_g \sqrt{\frac{B_r}{(BH)_{max} H_c}} \tag{1-2-34}$$

将式(1-2-33)除以式(1-2-32)得

$$S = B_g S_g \sqrt{\frac{H_c}{(BH)_{max} B_r}} \tag{1-2-35}$$

按此，只要把所选定的气隙尺寸 L_g、S_g，要达到的磁感应强度 B_g 以及所用永磁材料的 B_r、H_c 和$(BH)_{max}$代入式(1-2-34)和式(1-2-35)，就可求出永磁体的最佳尺寸。

上述计算是针对简化后的理想情况，而实际的磁路比较复杂，图 1-2-12 所示为接近真实磁路的情况。图中斜线段代表永磁体，p 部分为软磁材料，g 是空气隙。实际磁路与理想情况相比，有两点不同。

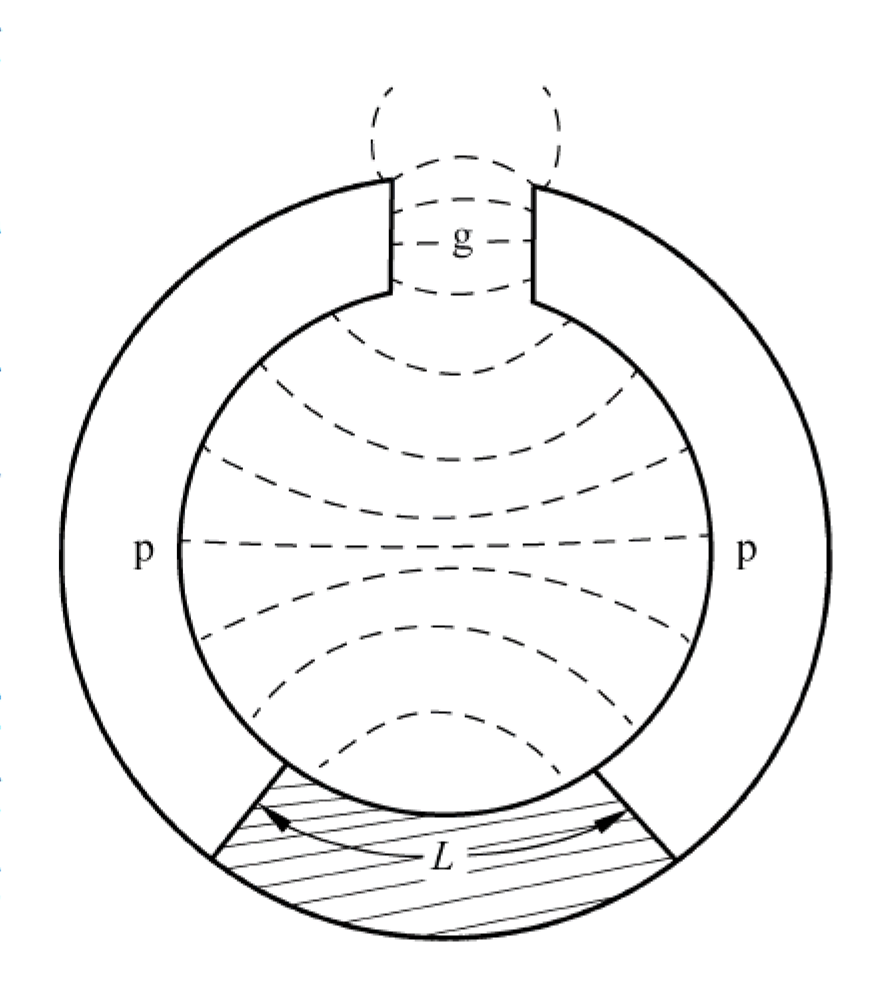


图 1-2-12　含有永磁体的磁路

首先，存在漏磁。设永磁体中的磁通为 Φ，由于沿磁路有漏失，所以实际通过空气隙的磁通量 Φ_g 只是永磁体总磁通量的一部分，即

$$\Phi = BS = K_1 B_g S_g \tag{1-2-36}$$

式中，K_1 为漏磁系数，它代表永磁体磁通量与空气隙磁通量之比，即 $K_1 = BS/(B_g S_g)$。这个系数在各种磁路中差别很大，一般为 2～100，这说明空气隙磁通量一般不到永磁体磁通量的一半，有的很小。

另外，由于磁路由永磁材料、软磁材料及空气隙组成，各段之间结合处存在气隙。如果认为各段磁路中磁场强度的方向与该段长度元方向一致，则按全电流定律应有

$$\oint_l H\,dl = \int_L H\,dL + \int_{l_p} H_p\,dl_p + \int_{l_b} H_b\,dl_p + \int_{l_g} H_g\,dl_g = 0$$

式中，L 为永磁体的长度；l_p 为软磁材料的长度；l_b 为各段结合处气隙的总长度；l_g 为工作空气隙长度；H_p 是软磁部分的磁场强度，由于软磁材料的 μ_p 较空气隙的 μ_0 大得多，所以 H_p 很小，因而在软磁体部分的磁压降很小，有时可以忽略；H_b 是各段结合处气隙的磁场强度，这部分的磁压降一般不能忽略。此外，在空气隙中，磁力线大部分是弯曲的，如果按直线情况计算写成 $H_g L_g$，要比沿弯曲磁力线积分的数值偏小。综合上述因素的影响，磁动势的公式写为

$$-HL = K_2 H_g L_g \tag{1-2-37}$$

式中，K_2 称为磁阻系数，其值一般为 1.05～1.45。将式(1-2-37)、式(1-2-36)分别与理想情况下的式(1-2-27)、式(1-2-28)相比较，它们之间具有相似的形式，因此，用类似的方法可以推出与式(1-2-34)、式(1-2-35)相似的公式，即

$$L = K_2 \frac{B_g}{\mu_0} L_g \sqrt{\frac{B_r}{(BH)_{max} H_c}} \tag{1-2-38}$$

$$B = K_1 B_g B_g S_g \sqrt{\frac{H_c}{(BH)_{max} B_r}} \tag{1-2-39}$$

当永磁体的材料选定后，$(BH)_{max}$、B_r、H_c 可以从相应的退磁曲线上求出，需要解决的问题是如何选定系数 K_1、K_2，使之接近实际情况。K_2 值变化范围不大，初次设计时可以估计一数值。而 K_1 由于磁路结构不同，其变化范围很大，其值的确定比较复杂。图 1-2-13 给出了几种常用的磁路结构，对不同结构的磁路的 K_1 值，可以参照下列经验公式：

$$K_1 = 1 + \frac{L_g}{S_g}\left(1.1U_a \frac{0.67a}{0.67a + L_g}\right)\left(1 + \frac{L_g}{a}\right) \tag{a}$$

$$K_1 = 1 + \frac{L_g}{S_g}\left(1.7U_a \frac{a}{a + L_g} + 0.64b\sqrt{\frac{U_c}{c} + 0.25} + 0.33U_b\right) \tag{b}$$

$$K_1 = 1 + \frac{L_g}{S_g}\left(1.7U_a \frac{a}{a + L_g} + 1.4b\sqrt{\frac{U_c}{c} + 0.25} + 0.33U_b\right) \tag{c}$$

$$K_1 = 1 + \frac{L_g}{S_g}\left[1.7U_a \frac{l}{e + L_g} + 0.67\frac{0.67a}{0.67 + L_g + 2e}\left(1 + \frac{L_g + 2e}{a}\right)\right] \tag{d}$$

$$K_1 = 1 + \frac{L_g}{S_g}\left(1.7U_a \frac{a}{a + L_g} + 1.4h + 0.94b\sqrt{\frac{U_c}{c} + 0.25}\right) \tag{e}$$

$$K_1 = 1 + \frac{L_g}{S_g}\left(1.7U_a \frac{a}{a + L_g} + 0.94b\sqrt{\frac{U_c}{c} + 0.25}\right) \tag{f}$$

$$K_1 = 1 + \frac{L_g}{S_g}\left[1.1U_a \frac{0.67Q}{0.67Q + L_g}\left(1 + \frac{L_g}{Q}\right)\right] \tag{g}$$

式中，U_a、U_b、U_c 是图 1-2-13 中各部分截面周界的平均值；式(g)中 $Q=(D+d-2L_g)\pi/6$。

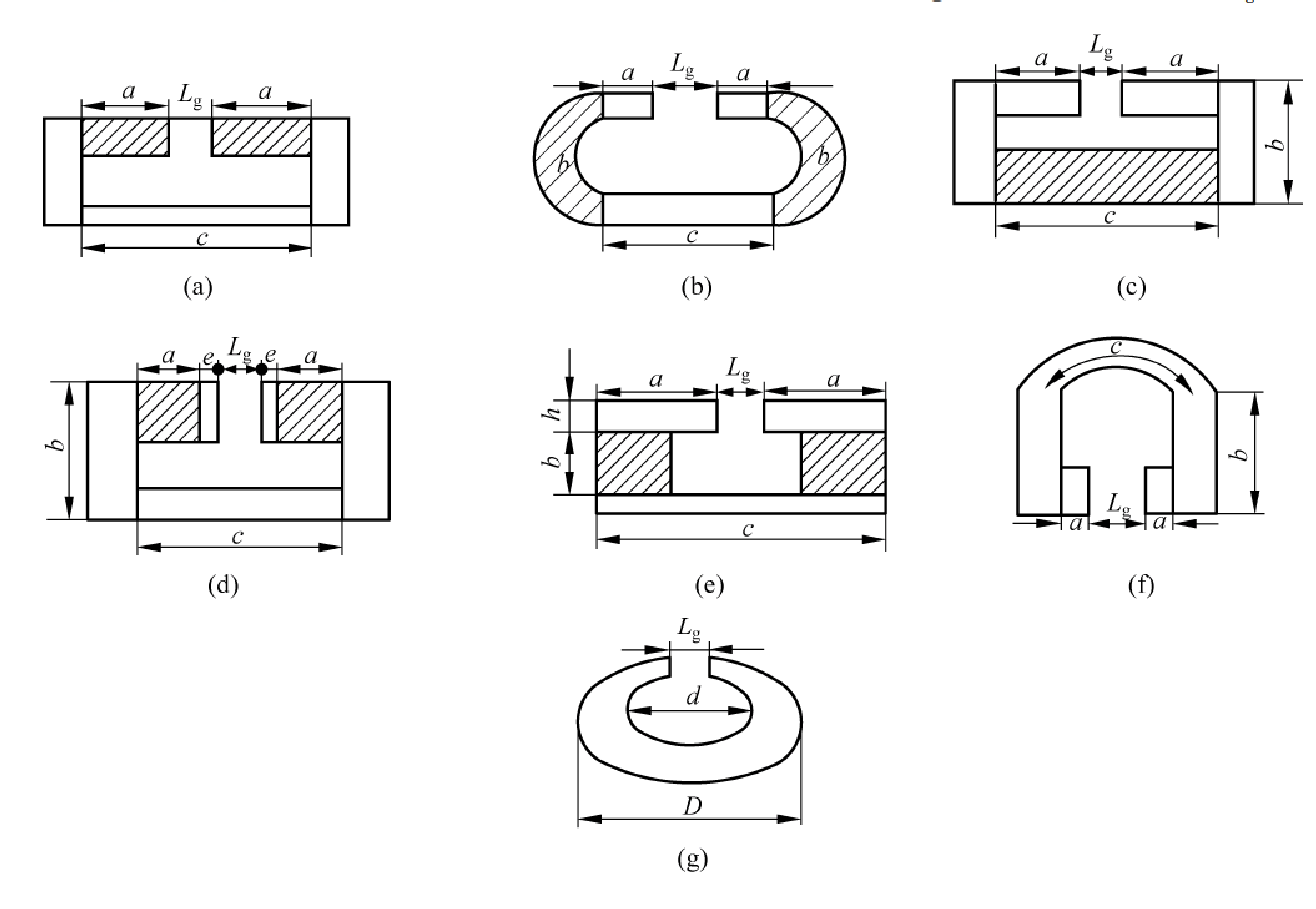


图 1-2-13　几种永磁体磁路

由上述几种磁路可以看出，永磁体离空气隙处越远，漏磁越大，漏磁系数 K_1 也越大。图 1-2-13(a)的漏磁系数最小，图 1-2-13(c)的漏磁系数最大，其余结构的漏磁系数均可由上述经验公式确定。

综上所述，设计一个在选定的空气隙中产生所需要磁场值的永磁体时，其步骤可归纳为：首先根据给定的 L_g、S_g 和 B_g 选定永磁材料，在选定材料的退磁曲线上找出 B_r、H_c 和 $(BH)_{max}$；然后按照使用的要求，初步设计出整个磁路的轮廓，以及各段磁路的大小和布局，再估算出 K_1、K_2 值，从而计算出永磁体的尺寸，即 L 和 S 值。将计算出的 L 和 S 再代入式(1-2-38)和式(1-2-39)中，核算 B 和 H 是否相应地落在最大磁能积上。如果核算结果差得太远，就要调节 L 和 S 及磁路其他部分的大小，直到计算结果接近要求为止。

近年来，由于铝镍合金和稀土合金材料的发展，已经制造出大型优质永久磁。而且由于选择了较大的极头直径和精工极面，磁铁的均匀度也有所提高。此外，电子计算机的推广和应用，也为各种各样的复杂的磁路设计提供了方便。

2.1.6 电磁铁

电磁铁是一种能产生较强磁场的装置。原理上它相当于一个带有空气隙的铁心线圈，由于铁心的饱和磁感应强度很高，因而能产生很强的磁场。目前常用的电磁铁主要有单轭型、双轭型和封闭型等类型。单轭型又称外斯型，它是应用最早的一种电磁铁，其轭铁成“Π”字形，构造简单，如图 1-2-14(a)所示。单轭型电磁铁的优点是磁场间隙大，极间距离可调；缺点是漏磁太大，均匀性较差，由于极间有很大的吸引力，会使磁极的平行度受到影响。双轭型电磁铁如图 1-2-14(b)所示，由两个单轭组成，它与前者相比，机械性能有了改善，磁通分布对称，但装卸样品不方便。为克服此缺点，可改制成如图 1-2-14(c)所示弯曲双轭型。另外，还有一种封闭型，又称毕特型，如图 1-2-14(d)所示，其特点是整个电磁铁几乎都是封闭的，轭铁面积大，磁阻低，磁通分布对称，磁极制成圆锥形，磁通集中，漏磁少，因此这种类型的电磁铁产生的磁场比较均匀；缺点是装卸样品不方便。

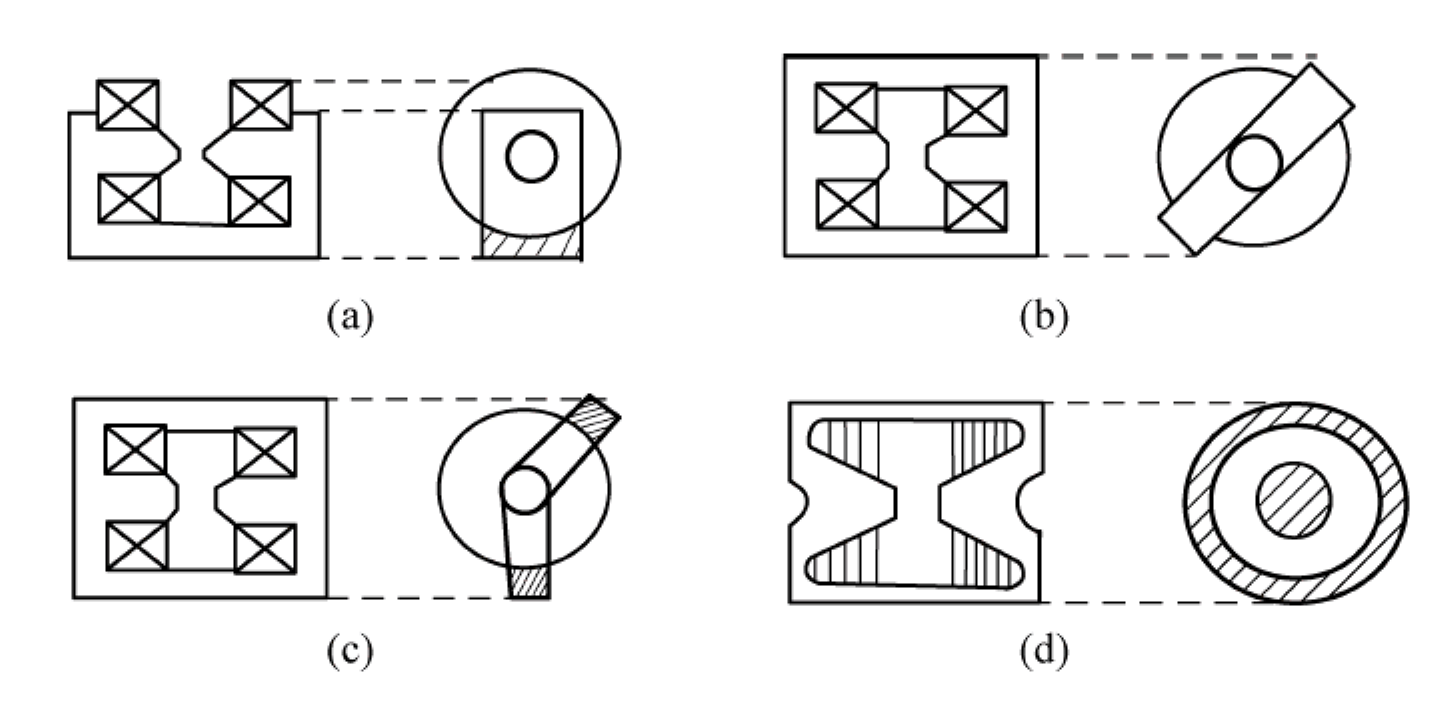


图 1-2-14 电磁铁的型式

(a) 单轭型；(b) 双轭型；(c) 弯曲双轭型；(d) 封闭型

下面以常用的外斯型电磁铁为例，对电磁铁的原理及设计中的几个问题进行讨论。

1. 电磁铁极间磁场的计算

图 1-2-15 为外斯型电磁铁的结构示意图，图中 EFG 为磁轭，AA′为磁极，DD′为极头，NN′为激磁线圈。极头的作用是在极间产生强的磁场，一般采用高饱和磁材料制成，目前较

为理想的极头材料是含钴 50%的合金，它的饱和磁感应强度比纯铁高 1.2%左右。

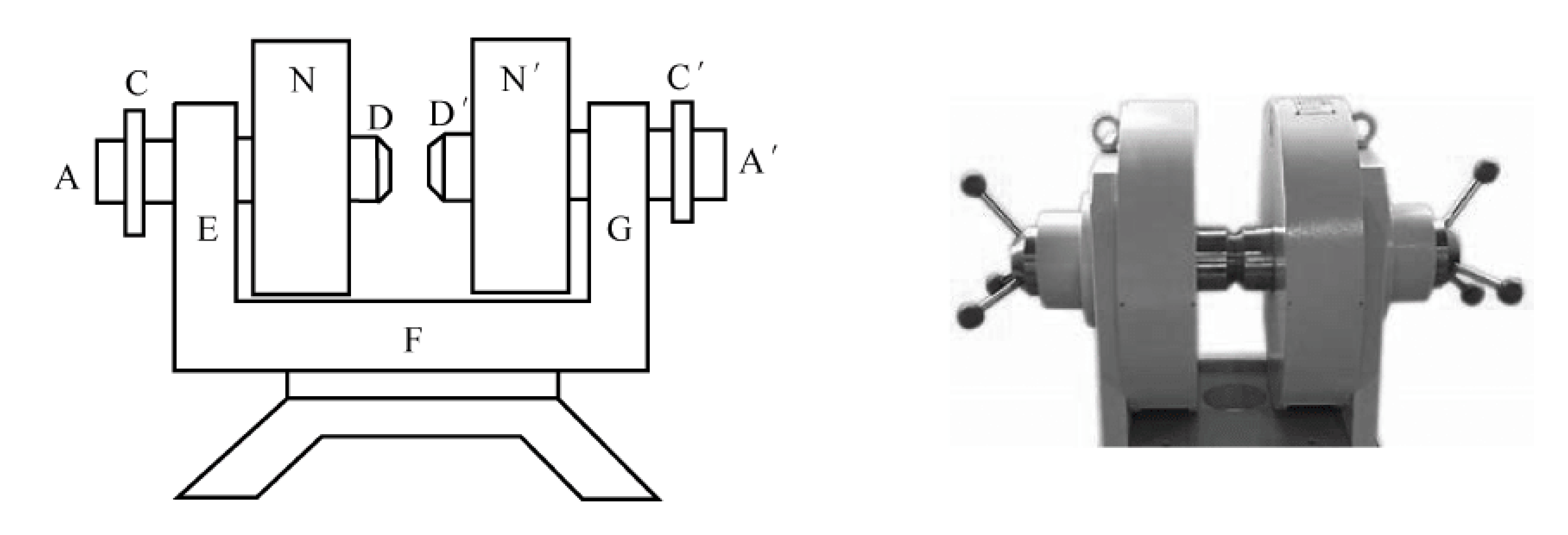


图 1-2-15　外斯型电磁铁结构示意图

设图 1-2-15 所示电磁铁的磁轭、磁极(包括极头)及空气隙的平均长度分别为 l_1、l_2、l_0，截面面积和磁导率分别为 S_1、S_2、S_0 和 μ_1、μ_2、μ_0，激磁线圈匝数均为 N，线圈通过的电流为 I。根据全电流定律

$$\oint_l H\,\mathrm{d}l = NI \tag{1-2-40}$$

在忽略漏磁的情况下：

$$NI = F_{\mathrm{m}} = \Phi R_{\mathrm{m1}} + \Phi R_{\mathrm{m2}} + \Phi R_{\mathrm{m0}} \tag{1-2-41}$$

式中，F_{m} 为磁动势；Φ 为磁通；R_{m1}、R_{m2}、R_{m0}分别为各段的磁阻，其值为

$$\begin{cases} R_{\mathrm{m1}} = l_1/(\mu_1 S_1) \\ R_{\mathrm{m2}} = l_2/(\mu_2 S_2) \\ R_{\mathrm{m0}} = l_0/(\mu_0 S_0) \end{cases}$$

将磁阻值代入上式，得

$$B_0 = \frac{\Phi}{S_0} = \frac{NI}{\dfrac{l_1 S_0}{\mu_1 S_1} + \dfrac{l_1 S_0}{\mu_2 S_2} + \dfrac{l_0}{\mu_0}} \tag{1-2-42}$$

式(1-2-42)为电磁铁极间磁场的估算公式，由于忽略了漏磁和杂散磁场等影响，由式(1-2-42)所计算的值要比实际值高。一般的解决方法是将计算值乘以一个 0.8 左右的系数，其结果与实际值基本相符。式(1-2-42)表明，电磁铁极间磁感应强度与激磁电流成正比，与磁阻成反比，因此，当 l_0、S_0、NI 一定时，μ_1、μ_2、S_1、S_2 越大，磁阻越小，则磁极间磁感应强度 B_0 越强。所以电磁铁应用磁导率大的工业纯铁或低碳钢制成。当 NI、μ_1、μ_2、S_1、S_2 选定后，极间气隙 l_0 越小，B_0 越大，因此，改变极间距离可以改变极间磁感应强度的大小。此外，考虑到一般铁心工作在磁化曲线膝部稍下的低场部分，如图 1-2-16 所示，其 μ 值较大，磁阻可以忽略，因而式(1-2-42)还可进一步简化为

$$B_0 \approx \frac{\mu_0 NI}{l_0} \tag{1-2-43}$$

由式(1-2-43)可以得到，电磁铁的极间磁场与激磁电流成正比。当电流增加到使铁心接近饱和时，铁心的磁导率急剧下降，气隙内的磁感应强度趋于铁心的饱和磁感应强度。由此可见，电磁铁产生的磁场的上限，受铁心材料的饱和磁感应强度的限制，最高磁场为 3T 左右。

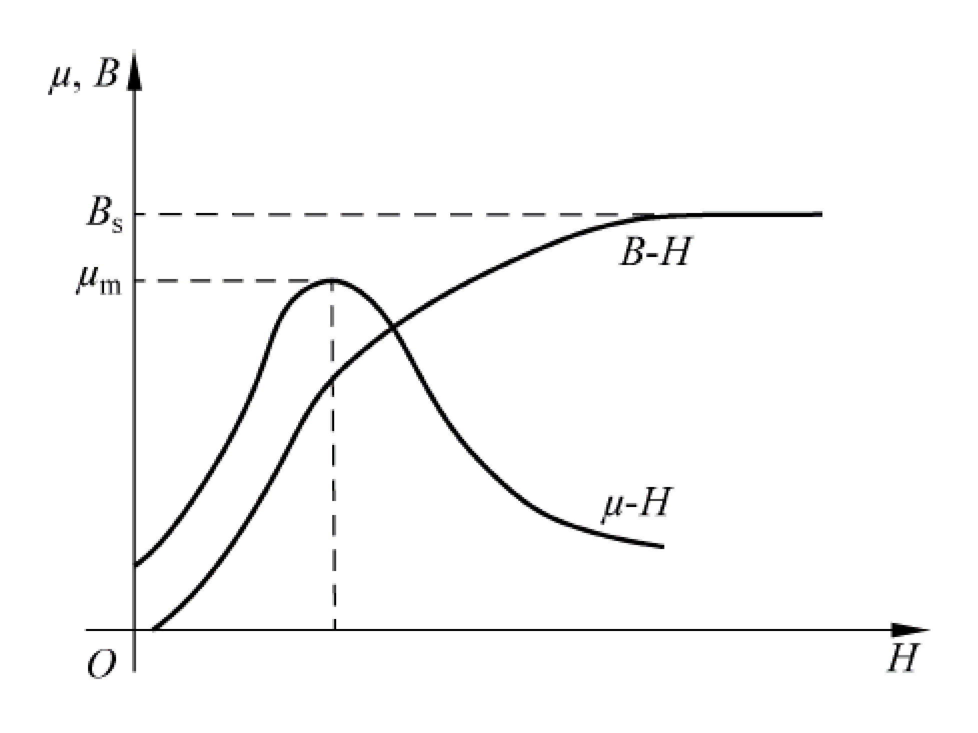


图 1-2-16 μ-H，B-H 曲线

2．电磁铁极头的设计

当激磁电流和极间气隙一定时，电磁铁极间气隙的磁感应强度的大小和均匀度与极头的形状有关。下面以常用的圆柱形极头和圆台形极头进行比较，假设两种极头所用材料及平均尺寸相同，激磁线圈的匝数 N 和电流 I 相同，圆柱形极头气隙磁通全部集中在 S_2、l_0 空间，而圆台形极头气隙磁通全部集中在台形顶面 S_3、l_0 空间，则两种极头的气隙磁场分别为

$$B_{0柱} = \frac{NI}{\frac{l_1 S_2}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2 S_2}{\mu_2 S_2} + \frac{l_0}{\mu_0}}$$

$$B_{0台} = \frac{NI}{\frac{l_1 S_3}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2 S_3}{\mu_2 S_2} + \frac{l_0}{\mu_0}}$$

比较上两式的分母就可看出，由于 $S_3 < S_2$，所以 $B_{0台} > B_{0柱}$，即说明圆台形极头产生的磁场比圆柱形的强，但均匀区较小。下面用磁荷理论进一步说明极头形状与气隙磁场的关系。

图 1-2-17 所示为圆柱形极头，假设极头被均匀磁化，磁化强度 M 沿 Z 轴方向，磁荷密度为 $\sigma=\mu_0 M$，极间距离为 $2L$，在极头端面上，选取宽度为 $\mathrm{d}r$ 的同心圆环带侧面图的剖线部分，该圆环带在气隙中心点 O 所产生的磁场由毕奥-萨伐尔定律求得：

$$\mathrm{d}B = \frac{\sigma \mathrm{d}S}{4\pi x^2}\cos\theta_i \tag{1-2-44}$$

式中，$\mathrm{d}S=2\pi r\mathrm{d}r$；$x$ 为 $\mathrm{d}r$ 到 O 点的距离；θ_i 为 x 与轴线的夹角。由此可得，两极头端面磁荷在中心 O 点产生的总磁感应强度为

$$B = \mu_0 M(1-\cos\theta) \tag{1-2-45}$$

式中第一项表示当极间距离远小于极头两端面直径时磁场的极限值，这个极限值等于极头的磁极化强度，由式(1-2-45)可以看出，随着极间距离的增大，中心点的磁场值将下降。

圆台形极头如图 1-2-18 所示，端面半径为 r_3，底面半径为 r_2，圆锥角为 θ。假设极头被均匀磁化，磁化强度 M 与极轴方向一致，极间中心 O 点的磁场除由端面上的磁荷决定外，还要加上圆台面上磁荷的作用。前一部分由式(1-2-45)求出，为

$$B_3 = \mu_0 M(1 - \cos\theta) \tag{1-2-46}$$

后一部分圆台面上的磁荷密度为 $\sigma\sin\theta$，图 1-2-18 剖线所示圆环带的半径为 r，面积为 $\mathrm{d}S$，该圆环带在中心 O 点产生的磁感应强度的轴向分量为

$$\begin{aligned} \mathrm{d}B_{\mathrm{r}} &= \frac{\sigma \mathrm{d}S\sin\theta}{4\pi x^2} - \cos\theta_{\mathrm{i}} \\ &= \frac{1}{2}\mu_0 M\sin^2\theta\cos\theta \mathrm{d}r/r \end{aligned} \tag{1-2-47}$$

一对上底半径为 r_2、下底半径为 r_3 的圆台面在中心 O 点产生的磁场为

$$B = \int_{r_3}^{r_2} 2\mathrm{d}B = \mu_0 M\sin^2\theta\cos\theta\ln\frac{r_2}{r_3} \tag{1-2-48}$$

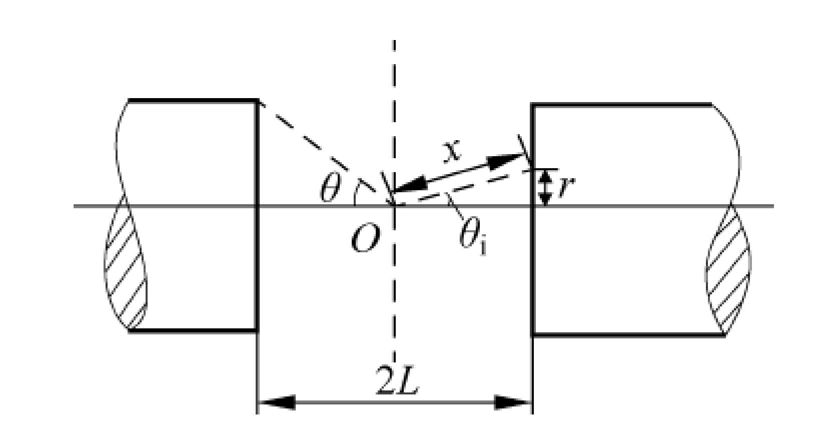


图 1-2-17　圆柱形极头

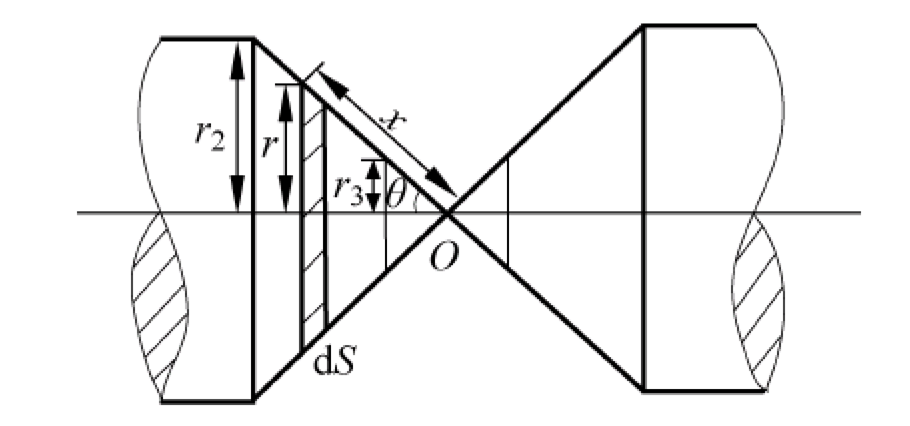


图 1-2-18　圆台形极头

令 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}\theta=0$，可求出对应最大磁场的圆锥角，即

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}\theta} = 2\sin\theta\cos^2\theta - \sin^3\theta = 0$$

$$\tan\theta = \sqrt{2}$$

$$\theta = 54°44'$$

这就是圆台形极头获得最强磁场的条件。实际上，极头不容易达到均匀磁化，由实验方法获得极大磁场值的条件是 $\theta=60°$。

综上所述，圆台形极头产生的磁场应为圆台面和端面磁荷共同作用的结果，即

$$B_{台} = \mu_0 M\left(1 - \cos\theta + \sin^2\theta\cos\theta\ln\frac{r_2}{r_3}\right) \tag{1-2-49}$$

3. 电磁铁磁场的稳定性

电磁铁磁场的稳定性，主要由磁化电流的稳定程度决定。而电流的不稳定可能是由于电源电压的波动或温升而引起负载电阻变化等因素所造成。为使电流保持稳定，通常采用稳流装置。

稳流的方法很多，其中以采用电子稳流器最为广泛，稳定电流范围可以从微安级到几十安。图 1-2-19 所示为串联反馈式稳定流源的原理图，其中 V 为调整管，N 为比较放大器，E_s 为基准电源，R_s 为标准电阻，R_0 为负载电阻。显然，电流 I_0 的稳定性，主要取决于基准电源 E_s、标准电阻 R_s 及放大器 N 这三个环节。若要提高 I_0 的稳定性，应选用开环增益足够大的运算放大器，以及输出电阻大、输入电阻小和放大倍数高的调整管。

如果电磁铁的电源设备是专用的直流电源，可采用闭环的自动调节系统，如图 1-2-20 所示。在磁化电流电路中，串联一只用锰铜制成的标准电阻 R_m，当供电回路电流发生偏移时，电阻 R_m 上的电压降也发生变化；其变化值经过放大和补偿后，再送到发电机激磁线圈，

从而调整发电机的输出电流；由于是闭路系统，故能自动调节，可以使几安到几十安的电流获得(1～5)×10^{-4}的稳定度。

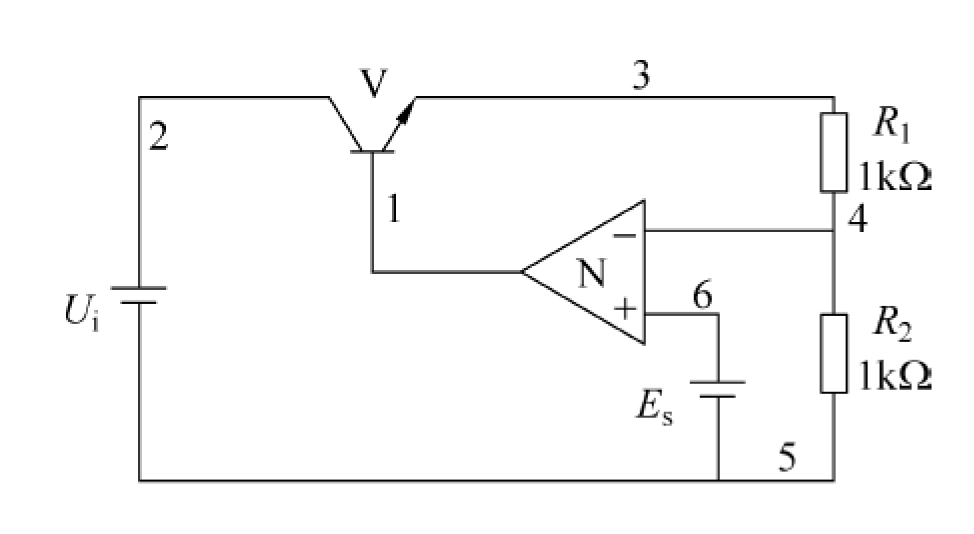


图 1-2-19 恒流源原理图

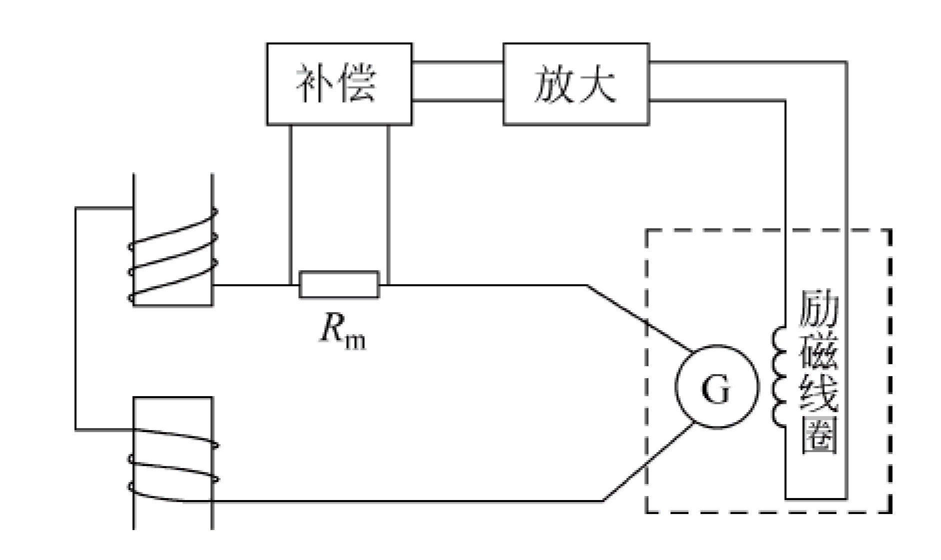


图 1-2-20 闭环稳流系统

我们知道，当磁化电流的稳定度达到一定程度后，再提高电流的稳定度，不仅在技术上比较困难，而且对于提高磁场的稳定度已经没有意义。因为这时由于温度和其他因素(包括周围环境的杂散磁场、磁场发生器的几何尺寸和磁阻变化等)所引起的磁场的波动已起主要作用，所以这时必须采用磁场反馈系统进行补偿，才能获得更高的磁场稳定度。磁场反馈系统的基本原理，是由磁敏感元件从磁场中取出偏离的磁场信号，用以调整控制磁场电源，从而达到稳定磁场的目的。

磁敏感元件的种类很多，例如霍尔片探头、线圈探头等，这些探头对磁场的起伏反应十分灵敏，能鉴别微小的磁场变化，产生感应电动势或电位差，再经过放大电路可用以控制磁场源。这样利用磁场的反馈系统补偿，能获得更加稳定的磁场。

电磁铁的设计比较复杂，涉及的问题较多，以上仅论述了磁场的粗略估算及一些设计原则，进行电磁铁的具体设计时，需要看有关资料。

2.1.7 大功率直流螺线管

电磁铁所能产生的磁场值，受铁心材料的饱和磁感应强度和温升的限制，因此，当需要产生 3T 以上的磁场值时，一般就不采用电磁铁，而是干脆去掉铁心成为空芯螺线管，通以大的稳定电流来产生强磁场。这就是大功率直流螺线管。

大功率直流螺线管的研制，一直都是依据法布利在 1898 年给出的基本公式：

$$H = G\sqrt{\frac{P\lambda}{\rho d}} \tag{1-2-50}$$

式中，H 为螺线管中心的磁场强度；P 为螺线管所消耗的功率；ρ 为导线电阻率；d 为螺线管内径；λ 为导体的填充系数；G 为依赖于线圈形状和电流分布的空间因子。

由式(1-2-50)可见，大功率螺线管产生的磁场强度，与所消耗的功率的平方根成正比。当消耗的功率一定时，螺线管的内半径越小，产生的磁场强度越大；反之磁场强度一定时，螺线管的内半径越大，所需要的功率也越大。

在研制大功率螺线管时，必须注意以下三个主要问题。

1. 需要大功率电源

要产生强磁场，必须具备大功率电源。目前世界上常采用的直流大功率电源有三种：第一种是直流发电机，它的容量大，利用调节发电机的励磁电流或调节串联在磁化回路中的电阻，可以改变磁化电流的大小。但由于电机铁心有剩磁，其输出电压不能连续调至零。其

中有一种带飞轮的发电机组，输出电压稳定、纹波小，而且允许短时间过载。第二种为蓄电池组供电，蓄电池的稳定性最好，但其容量有限，维护比较麻烦。第三种是可控硅整流电源，这种电源是以小的控制电流调节大的激磁电流，能够连续调节，但输出电压较低时，纹波较大，需要采用良好的滤波电路。

2. 冷却问题

大功率螺线管通以大电流就会产生大量的热量，因此需要进行强迫冷却。最常用的冷却剂是循环水，水的来源虽然很方便，但是其要求的线圈结构相当复杂，水循环所需要的动力很大，而且要求用高纯度的去离子水，以免材料被腐蚀和引起大量漏电，因此设备费用和维护费用很高。近几十年来，由于低温技术的发展，大功率螺线管已经广泛采用低温液体作为冷却剂，例如液氮、液氢、液氖等，它们都是很适用的冷却剂，不但可以排热，而且螺线管的导电体在低温下电阻率大大下降，从而可以用较细的导线绕制螺线管，这样既节省了材料，又减小了体积。

3. 电磁力问题

通以恒定大电流的螺线管可以产生很强的磁场，在强磁场中，载流螺线管会受到很大的电磁力作用，该力为

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} \tag{1-2-51}$$

式中，B 为线圈产生的磁感应强度；F 为径向单位面积所受到的电磁力。上式说明，大功率螺线管所受的电磁力与磁感应强度的平方成正比。当 $B=25\text{T}$ 时，电磁力超过铜的机械强度，螺线管必遭破坏。

由于上述三个方面的问题，要设计一个通用的大功率螺线管并不容易，第一台大功率螺线管是1939年由美国麻省理工学院毕特教授研制的，称为毕特型水冷磁体，磁体为一组沿半径开槽的薄铜圆环片叠堆成的螺线管，片与片之间加绝缘层，每个圆片上有规则地钻了许多小孔，以便装成沿轴向通水冷却的循环管道。这种磁体沿轴线方向电流分布均匀，效率高。到目前为止，毕特型水冷磁体仍得到广泛应用。大功率螺线管由于受发热和电磁力的限制，其所能产生的最大磁场为25T，超过此值，必须采用其他办法产生磁场。

表1-2-4列出了一些国家制作的大功率螺线管的主要参数，以供参考。

表1-2-4　大功率螺线管

实验室名称	磁场强度/(10^6A/m)	工作孔径/10^{-2}m	消耗功率/kW	冷却方法	电源
美国洛斯阿拉克斯	4.936	6.3	0.015	液氢	—
法国里昂	5.573	—	1.3	水	电动发电机(7kA,190V)
美国贝克莱大学	7.962	10	7.5	煤油	电动发电机(8.5kA,700V)
美国麻省理工学院	17.516	2.5	8	水	电动发电机

续表

实验室名称	磁场强度/(10^6 A/m)	工作孔径/10^{-2} m	消耗功率/kW	冷却方法	电源
美国克利夫兰研究中心	7.962	30	—	液氖	—
美国波士顿磁学实验室	10.032	2.5	1.88	局部沸腾水	电动发电机(10kA,170V)
美国海军研究实验室	7.962	2.8	—	水	电动发电机(8kA,250V)
美国加利福尼亚大学	7.962	5	6	煤油	电动发电机(4kA,1000V)
荷兰莱顿低温实验室	3.931	4.5	—	苯,冷水	水银整流器(4kA,1000V)
日本东京大学	9.554	—	3	—	—
日本东北大学金属研究所	7.962	5	—	水	水银整流器(10kA,350V)

2.1.8 超导磁体

早在1911年荷兰物理学家卡麦林和翁纳斯就发现,将水银冷却到稍低于4.2K时,其电阻会急剧下降到零。这种奇异的现象引起了人们广泛的关注,人们把这种电阻突然消失的零电阻现象叫做超导电现象。此时物体从正常态转变到一种新的状态,称为超导态,把这种具有超导态的物体叫做超导体,转变时对应的温度称为临界温度。

必须注意,这里所指的“零电阻”是相对而言。严格说来,并不意味着电阻绝对消失为零,根据测量,超导体的电阻率小于$10^{-23}\Omega\cdot$cm,而良导体铜在4.2K时,电阻率为$10^{-9}\Omega\cdot$cm,两者相比起来至少相差10^{14}倍,即超导体的电阻率还不到铜的电阻率的百万分之一。因此,不妨认为超导体的直流电阻为零,或者说超导体是一种具有完全导电性的理想导体。

几十年来,发现的超导体材料很多,例如铌、铅、锡和许多合金及化合物,但它们的临界温度都没有超过23.2K。1986年瑞士科学家柏诺兹和缪勒首先发现钡镧铜氧多相氧化物的转变温度有可能达到30K,这大大地激发了人们寻找高临界温度超导体的热情。此后不到一年的时间里,美国、日本、中国等都开始从事这项研究工作,并获得70K、100K、200K的高温超导体。高温超导体的发现是一项重大突破,它将会带来一场深刻的、广泛的工业革命。下面简单介绍超导体和超导磁体的基本特征。

1. 超导体的基本特性

1) 完全导电性

前面介绍过,当温度下降到一定值T_c以下时,物体从正常态转变为超导体,出现零电阻现象,这个转变温度T_c称为该物体的临界温度。零电阻特征已为许多科学家用下述实验所证实:首先将超导环置于磁场中,然后使其冷却至超导态,再将磁场去掉,由于电磁感应作用,在超导环内将感应出电流,且该电流几乎能长期无损地存在。这就证实了超导体在超导态时电阻为零的特征,或者说,它具有完全导电的性能。实验和理论都证明,超导体对流过

的电流及外加磁场都有一定的限制，若超过了这一限制，超导电性将被破坏，这一限定电流称为临界电流 I_c，相应的限定磁场称为临界磁场 H_c。

2）抗磁性（迈斯纳效应）

实验证明，超导体不论在有无外磁场的情况下进入超导态，其体内的磁通恒为零（即 $\Phi=0$），也就是说超导体具有抗磁的特性，这种特性也称为迈斯纳效应。迈斯纳效应不能用超导体的完全导电性加以解释，在完全导电体中不存在电场，即 $E=0$，否则会出现无穷大电源密度。根据麦克斯韦方程

$$-\frac{\partial B}{\partial t}=\nabla\times E \tag{1-2-52}$$

当 $E=0$ 时，则

$$-\frac{\partial B}{\partial t}=0 \tag{1-2-53}$$

这意味着完全导电体内的磁通量是不可能改变的，但实验否定了这个推论，超导体无论在什么情况下进入超导态，其内部磁通永远为零，可见完全抗磁性并非由完全导电性派生出来，它是超导体的另一基本属性。

外磁场之所以无法穿透到超导体的内部，是因为在它的表面上能感生出正好抵消外磁场的电流。外磁场只能穿过超导体的表面层，表面层被称为磁场的穿透深度，只有当超导体的厚度远大于磁场穿透深度时，才具有完全抗磁性。

3）磁通量子化特性

一超导环处于外磁场中，若将环冷却到它的临界温度以下，由于迈斯纳效应，超导环的实体部分的磁通将被排斥出来，但是环的中空部分的磁通量基本不变。随后，即使去掉外磁场，只要超导环仍处于超导态，其中空部分的磁通便能守恒地存在下去，这部分因超导电性而被永远保存的磁通称为“冻结磁通”。显然，冻结磁通是由于前面所述超导体表面层感生的电流所致。

理论和实验都证明，超导环所包围的磁通不但守恒，而且是量子化的，即冻结磁通只能取一些分立值，而不能够以连续的方式改变，其值为

$$\Phi=n\frac{h}{2e} \tag{1-2-54}$$

式中，$n=0,1,2,\cdots$；h 为普朗克常数；$2e$ 为电子对电荷。

式(1-2-54)说明，冻结磁通在一定磁场内保持一定值，其大小为 $\frac{h}{2e}$ 的整数倍。当 $n=1$ 时，冻结磁通为

$$\Phi_0=\frac{h}{2e}\approx 2.07\times 10^{15}\,\mathrm{Wb} \tag{1-2-55}$$

式中，Φ_0 为磁通的最小变化量，称为磁通量子。超导环中的冻结磁通为磁通量子的整数倍，即

$$\Phi=n\Phi_0 \tag{1-2-56}$$

2. 超导磁体的特点

由于超导体的直流电阻为零，因此很细的超导线就可以通过很大的电流，而且无功率损耗。超导体的这一特性，使人们首先想到，利用超导线绕制成小型线圈，可以获得很强的磁

场，这就是超导磁体。

超导磁体产生的磁场的强弱与超导材料的性能有关，每种超导体材料都具有临界温度 T_c，温度必须低于 T_c，材料才能进入超导态。一旦温度高于 T_c，立即转变为正常态。不仅如此，超导材料还受临界磁场 H_c 和临界电流 I_c的限制。图 1-2-21 画出了某一超导材料由 T_c、H_c 和 I_c 所围成的三维曲面。超导材料必须在这个曲面以内使用，才为超导态。

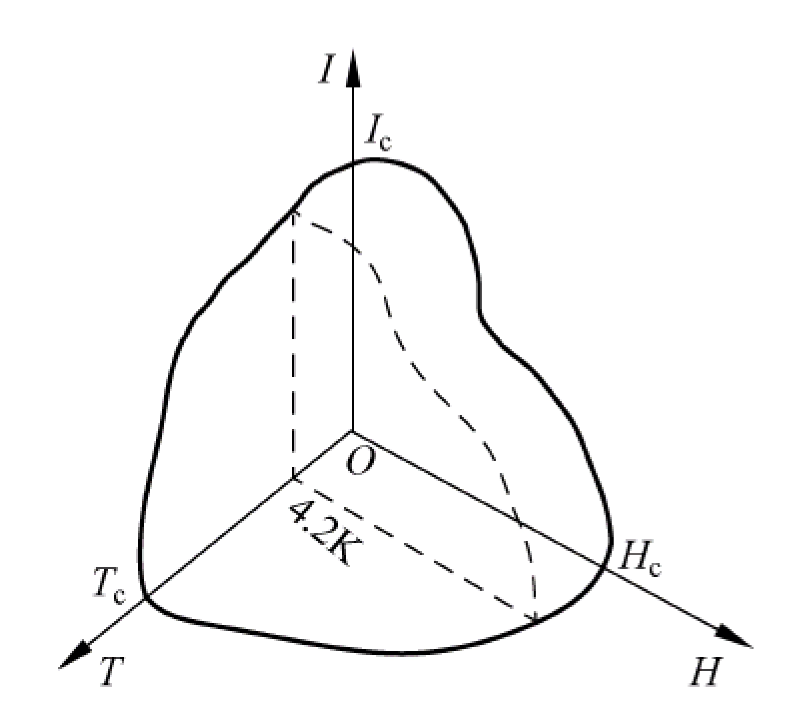


图 1-2-21 超导材料的 T_c、H_c 和 I_c

在实际应用中，为产生强磁场，总希望所选择的超导材料具有尽可能高的 T_c、H_c 和 I_c，而且可以加工成带材或线材，性能稳定，成本不高。而一般 Ⅰ 类超导材料，例如铌、铅等其临界场值很低，对制造磁体无实用价值。后来发现了 Ⅱ 类超导材料，它们具有较高的临界参量(见表 1-2-5)，特别是铌钛(NbTi)、铌三锡(Nb_3Sn)和钒三镓(V_3Ga)等是制造磁体的良好超导材料。一旦室温超导体用于实际中，研制出室温超导磁体，将是磁场源的重大突破。

表 1-2-5 几种常用低温超导材料性能

超导材料	T_c/K	H_c/T 测量温度 4.2K	J_c/(10^9 A • m^{-2})	
			5T	10T
NbTi(铌钛)	9.5	12	1.2	0.3
NbZr(铌锆)	11	8	1.0	—
Nb_3Sn(铌三锡)	18	20	5	0.25
V_3Ga(钒三镓)	15	22	4	2.0
Nb_3Al(铌三铝)	17	29	—	—
Nb_3AlGa(铌三铝镓)	21	40	—	—

超导磁体实际上就是一个空心螺线管，它与常规磁体相比有如下优点：线圈电阻为零，没有焦耳热损耗，因而耗电量低(只需供给制冷机)；不需要庞大的水冷设备，也免去了常规线圈设计上的许多限制；绕组允许的电流密度大，因而体积小、质量轻，易于在较大空间获得较强的磁场；磁场稳定性好，均匀度高，一般可达 10^{-9}数量级，超导线圈励磁后，可以用超导开关使其闭环持续运行，不受外电源的影响，因此具有很高的时间稳定性；易于启动，并且能长期运行，运行费用低，比常规磁体具有更好的经济和运行特性。

由于超导材料和低温装置价格比较高，目前高温超导材料仍在研究之中，因此超导磁体若要实现在生产实际中的广泛应用，还需要进一步的努力。但从发展角度来看，超导磁体的研究和应用将具有广阔的前景。

由于材料的限制，超导磁体产生的最强磁场约为 20T。若要建立更强磁场，可采用大功率螺线管和超导螺线管组成的混合磁体，它能产生 30T 以上的强磁场。

2.1.9 脉冲强磁场

磁场按其形态可分为连续稳定磁场和脉冲磁场两种。前面所述均为连续稳定磁场，其

场值大小有限，如 20 世纪 30 年代，美国毕特教授首先用大功率水冷螺线管产生的磁场达到 10T 水平。60 年代初达到 20T 水平。到 70 年代末，实用超导和水冷螺线管相结合的复合磁体产生的磁场多是以脉冲形式出现，例如实用电容器组或飞轮发电机组等贮能装置，对大功率螺线管放电，能产生约 50T 的脉冲磁场；用加固螺线管的方法，可将磁场提高到 50～100T；用单层破坏性线圈，采用电磁力压缩磁通法可产生 300T 左右的磁场；用爆炸磁通压缩法可产生 1000T 的脉冲强磁场。脉冲法采用贮能设备将能量储存起来，然后在短时间内将全部储存的能量放出来，所以能产生很强的磁场。

直流磁体产生一定的强磁场，需要消耗相当大的功率，而且这些功率大部分被转化为焦耳热而损耗掉了，且必须用冷却系统将这部分焦耳热带走。在科研和工程实际应用中，有些情况下脉冲磁场就能满足要求，即脉冲磁场所需要的能量，可以通过调节回路阻抗以低速度贮存在储备设备中，在需要时，将储存的能量以高速率向磁体释放，因而能产生很强的脉冲磁场，并且消耗的能量比直流磁体少很多，由于发热时间短，还可以省去庞大的冷却设备。因此，脉冲磁体是一种十分经济适用的磁场源。

脉冲磁场源种类很多，下面进行简单介绍。

1. 电容放电式脉冲强磁场

高压电容器是最方便的储能装置，它的适应性很强，能为脉冲磁体提供很大的能量。

历史上最先进行脉冲磁场实验的是苏联的卡皮查，他用直径为 1×10^{-3}m 的线圈产生了 50T 的磁场，并且还讨论了 100T 磁场产生的方法。他将发电机短路，使转子的机械能转换成电能，并将电能储存在电容器组中，以产生强磁场。

图 1-2-22 为电容放电式脉冲强磁场源的原理电路，图中 L 为螺线管电感，R 为回路总电阻，C 为电容器组总电容，U 为电源电压，S 为引燃管或火花间隙开关。当开关 S 倒向左边时，电源向电容器组充电，直到电容两端电压等于电源电压 U；然后将开关 S 倒向右边，电容器通过电感和电阻放电，在放电回路里，如果选择 R 略大于 $2\sqrt{L/C}$，则电容最大放电电流近似为

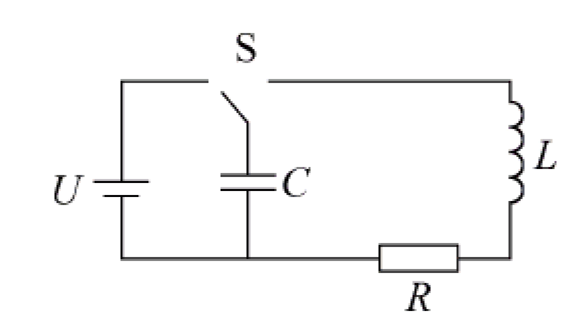


图 1-2-22　电容放电式脉冲强磁场源的原理电路

$$I_{\mathrm{m}}\approx\frac{2U}{eR} \tag{1-2-57}$$

式中，$e=2.718$。由此可见，在参数满足上述条件的前提下，提高电源电压 U，或减小放电回路电阻 R，或增大电容 C，都可提高放电电流，从而产生更强的脉冲磁场。

2. 晶闸管式脉冲强磁场

所谓晶闸管式脉冲磁场，是将晶闸管作为开关，将螺线管 L 短时间与电网电源连接，从而能直接从电网中获得很大的能量。

图 1-2-23 为全周波晶闸管脉冲磁场源的原理线路，以两个方向并联的晶闸管 VT_1、VT_2 作为开关，将螺线管短时间地接到电网电源上。每当晶闸管触发一次，VT_1、VT_2 先后在电源的正负半周各导通一次，因而螺线管内只通过一个周波的脉冲大电流。由于螺线管只在很短的时间(约 20ms)内与电网电源直接连接，因而能取得很大的能量，产生很强的脉冲磁场。

晶闸管脉冲磁场装置的特点是体积小、易控制、使用方便，但在使用时必须考虑电源的

过滤能力及线圈的温升问题。

3. 爆炸法脉冲强磁场

爆炸法可产生约1000T的超强磁场,是目前产生最强磁场的方法。设想一个具有无限大的电导的管子(不锈钢管),其内包含有沿轴向的磁通,再将其沿径向压缩,由于在理想情况下,磁通不能渗入管壳,所以磁通和管子同时被压缩。由于总磁通是一定的,因而压缩后的磁通密度将会增大。

图1-2-24为爆炸法结构原理图,电容器C先充电储存能量,需要时合上开关S,当亥姆霍兹线圈1产生的磁场达到最大值时,通过雷管2点燃炸药3,由于爆炸使线圈内的不锈钢管4压缩,管内磁通密度增加,因而在短时间内产生超强磁场。压缩时间可达10μs,压缩图像由高速相机摄影,而磁场可以用线圈测量或用示波器观测。因为磁感应强度和其穿过的面积成反比,在实验中,若知道钢管直径被压缩到原来的1/5倍,则压缩后的磁场值大约可提高25倍,也就是说,如果原来的磁场为4T,则爆炸后产生的脉冲场值可达100T。

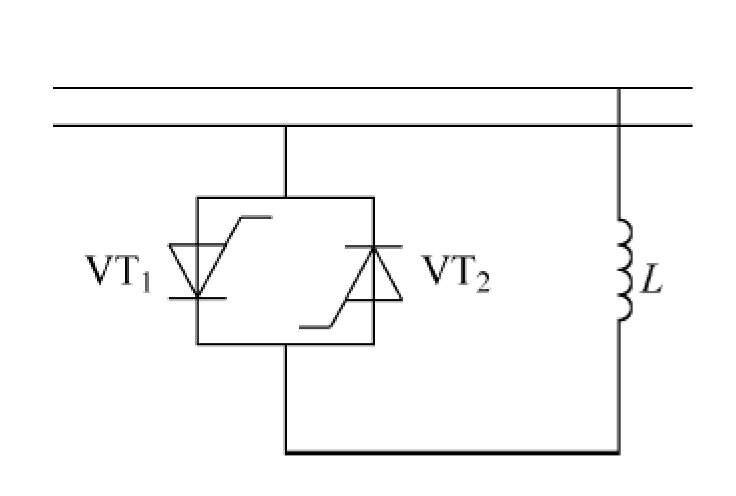


图1-2-23 晶闸管式脉冲磁场源

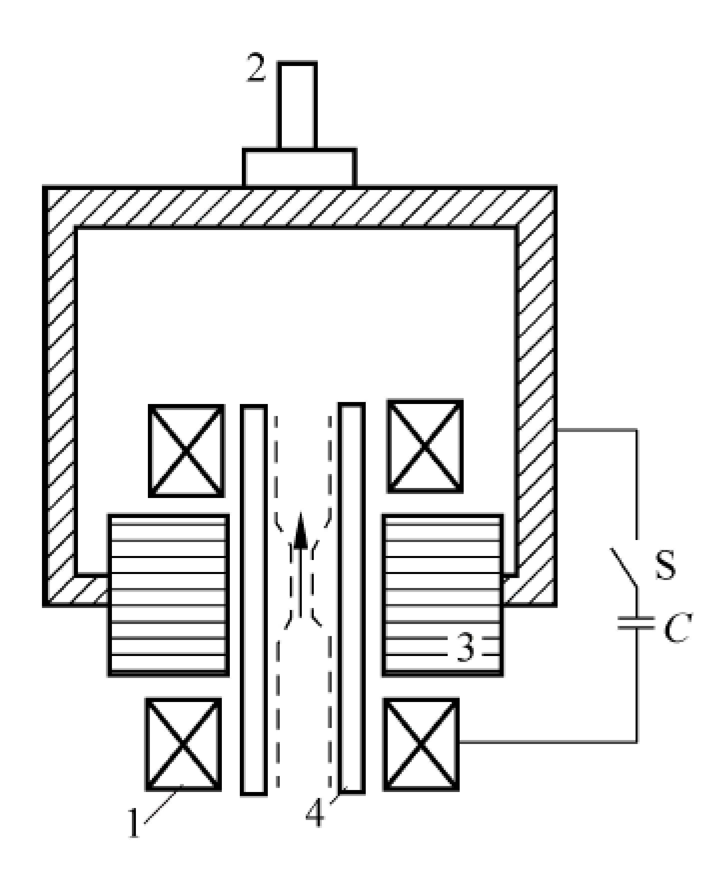


图1-2-24 爆炸法结构原理图

4. 电磁力压缩磁通法脉冲磁场

爆炸法的优点是产生的磁场值高,缺点是使用不安全,在测量过程中,磁体和被测物体都被破坏而不能收回。为克服上述缺点,可以采用电磁力压缩磁通法,也称为库内鲁法。其原理如图1-2-25所示,在外面的单匝一次线圈中通以脉冲大电流,其内部的二次金属环为抵消一次线圈的磁场而产生感应电流,因此,二次金属环内侧的磁场要比外侧弱,磁场对环施加压力,使其向内收缩,这样环内较弱的磁场在瞬间被激烈地浓缩,因而产生更强的磁场。电磁力压缩磁通法免除了爆炸法的危险性,还保存了一级线圈,但产生的磁场值低于爆炸法。

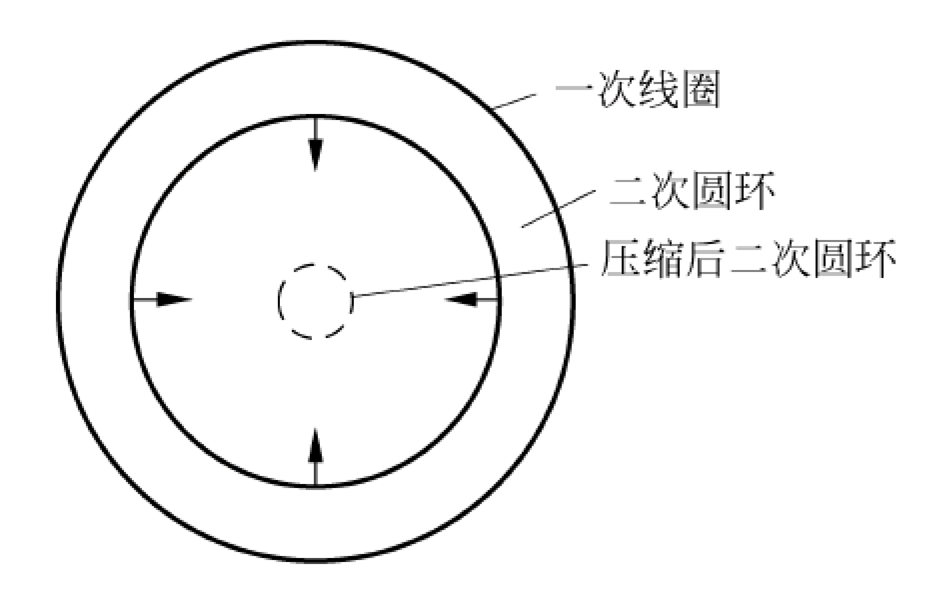


图1-2-25 电磁力压缩磁通法原理图

以上是人为产生脉冲强磁场的一些方法,但目前最强的磁场不是人为产生的,而是存在于自然界中的。据天文学观察证实,白矮星、脉冲星等星体的收缩,可能产生高达$10\sim10^8$T的超强磁场,这比人为产生的最强磁场要高几个数量级,是巨大的大自然力。因此人们需继续探索大自然,向极强磁场领域、向宇宙空间进军。

22　霍尔元件磁场测量原理与特性

2.2.1　霍尔效应

霍尔效应是磁电效应的一种，这一现象是霍尔(A. H. Hall，1855—1938)于 1879 年在研究金属的导电结构时发现的。将一块半导体或导体材料，沿一个方向加以磁场，沿另一个与磁场垂直的方向通以电流，则在与磁场和电流垂直的方向产生出电动势 V_H，如图 1-2-26 所示，这种现象称为霍尔效应。V_H 称为霍尔电压。

后来发现半导体、导电流体等也有这种效应，而半导体的霍尔效应比金属强得多。霍尔效应是研究半导体材料性能的基本方法。利用霍尔效应制成的各种霍尔元件，广泛地应用于工业自动化技术、检测技术及信息处理等方面。根据霍尔效应实验测定的霍尔系数，能够判断半导体材料的导电类型、载流子浓度及载流子迁移率等重要参数。流体中的霍尔效应是研究磁流体发电的理论基础。

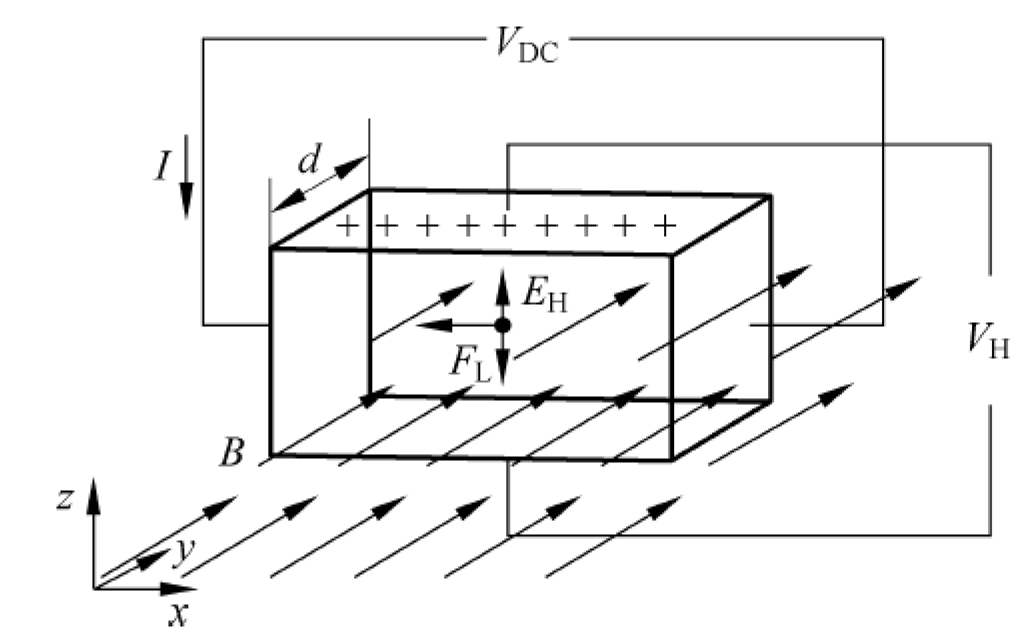


图 1-2-26　霍尔效应原理图

实验表明，在磁场不太强时，电位差 V_H 与电流强度 I、磁感应强度 B 和板的厚度 d 成正比，即

$$V_H \propto IBd \tag{1-2-58}$$

如图 1-2-26 所示，假设有一块长为 l、厚为 d 的 N 型单晶薄片，置于沿 y 轴方向的磁场 B 中，在 x 轴方向通以电流 I，则其中的载流子——电子所受到的 z 轴负方向的洛伦兹力 F_m 的大小为

$$F_m = -evB \tag{1-2-59}$$

式中，v 为电子的漂移运动速度，其方向沿 x 轴的负方向；e 为电子的电荷量。自由电子受力偏转的结果，向侧面积聚，同时在另一侧面上出现同数量的正电荷，在两侧面间形成一个沿 z 轴负方向上的电场(即霍尔电场)，使运动电子受到一个沿 z 轴正方向的电场力 F_E：

$$F_E = e\frac{V_H}{d} \tag{1-2-60}$$

最后达稳定状态时有

$$F_E = F_m \tag{1-2-61}$$

得

$$V_H = Bdv \tag{1-2-62}$$

若 N 型单晶中的电子浓度为 n，则流过样片横截面 S 的电流为

$$I = neSv \tag{1-2-63}$$

得

$$v = \frac{I}{neS} \tag{1-2-64}$$

得

$$V_H = Bdv = \frac{d}{neS}BI = K_H BI \tag{1-2-65}$$

式中，K_H 称为霍尔元件的灵敏度，$K_H=\frac{d}{neS}$，一般来说，K_H 越大越好，以便获得较大的霍尔电压 V_H。因 K_H 和载流子浓度 n 成反比，而半导体的载流子浓度远比金属的载流子浓度小，所以采用半导体材料作为霍尔元件灵敏度较高。又因 K_H 和样品沿 x 轴方向的长度成反比，所以霍尔片都切得很薄。

上面讨论的是 N 型半导体样品产生的霍尔效应；对于 P 型半导体样品，由于形成电流的载流子是带正电荷的空穴，与 N 型半导体的情况相反，原 N 型半导体中积累负电荷的侧面积累正电荷，与之对应的另一侧面积累负电荷。根据两侧面电位的高低，就可以判断半导体材料的导电类型是 P 型还是 N 型。

如果霍尔元件的灵敏度 R_H 已知，测得了控制电流 I 和产生的霍尔电压 V_H，则可测定霍尔元件所在处的磁感应强度为 $B=\frac{V_H}{IK_H}$。

有些高斯计就是利用霍尔效应来测定磁感应强度的。选定霍尔元件，即 K_H 已确定，保持控制电流 I 不变，则霍尔电压 V_H 与被测磁感应强度 B 成正比。

2.2.2 霍尔效应的副效应

上述推导是从理想情况出发的，实际情况要复杂得多，在产生霍尔电压 V_H 的同时，还伴有四种副效应，副效应产生的电压叠加在霍尔电压上，造成系统误差。下面结合图 1-2-27 进行说明。

(1) 厄廷豪森(Eting Hausen)效应引起的电势差 V_E。由于电子实际上并非以同一速度 v 沿 x 轴负向运动，速度大的电子回转半径大，能较快地到达节点 3 的侧面，从而导致 3 侧面较 4 侧面集中较多能量高的电子，结果 3、4 侧面出现温差，产生温差电动势 V_E。可以证明 $V_E \propto IB$。容易理解 V_E 的正负与 I 和 B 的方向有关。

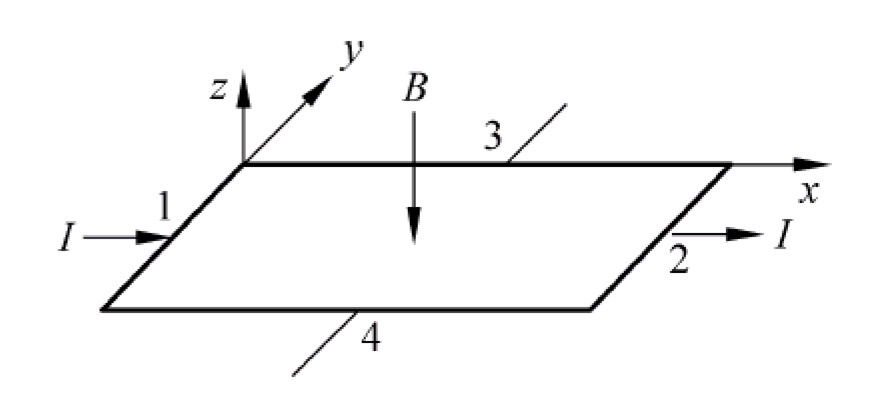


图 1-2-27 在磁场中的霍尔元件

(2) 能斯特(Nernst)效应引起的电势差 V_N。焊点 1、2 间接触电阻可能不同，通电发热程度不同，故 1、2 间的温度可能不同，从而引起热扩散电流。与霍尔效应类似，该热流也会在 3、4 间形成电势差 V_N。若只考虑接触电阻的差异，则 V_N 的方向仅与磁感应强度 B 的方向有关。

(3) 里纪-勒杜克(Righi-Leduc)效应产生的电势差 V_R。能斯特效应的热扩散电流的载流子由于速度不同，一样具有厄廷豪森效应，又会在 3、4 间形成温差电动势 V_R。V_R 的正负仅与磁感应强度 B 的方向有关，而与 I 的方向无关。

(4) 不等电势效应引起的电势差 V_0。由于制造的困难及材料的不均匀性，3、4 两点实际上不可能在同一条等势线上。因此，即使未加磁场，当 I 流过时，3、4 间也会出现电势差 V_0。V_0 的正负只与 I 的方向有关，而与磁感应强度 B 的方向无关。

2.2.3　副效应引起的系统误差的消除

综上所述，在确定的磁场 B 和电流 I 下，实际测出的电压是 V_H、V_E、V_N、V_R 和 V_0 这 5 种电压的代数和。应根据副效应的性质，改变实验条件，尽量消减它们的影响。

上述 5 种电势差与 B 和 I 的方向的关系见表 1-2-6。

表 1-2-6　电势差与 B 和 I 的方向的关系

V_H		V_E		V_N		V_R		V_0	
I	B	I	B	I	B	I	B	I	B
有关	有关	有关	有关	无关	有关	无关	有关	有关	无关

根据以上分析，这些副效应引起的附加电压的正负与电流或磁场的方向有关，可以通过改变电流和磁场的方向，来消除 V_N、V_R 和 V_0，具体做法如下。

给样品加（$+B$、$+I$）时，测得 3、4 两端横向电压为

$$V_1 = V_H + V_E + V_N + V_R + V_0 \tag{1-2-66}$$

给样品加（$+B$、$-I$）时，测得 3、4 两端横向电压为

$$V_2 = -V_H - V_E + V_N + V_R - V_0 \tag{1-2-67}$$

给样品加（$-B$、$-I$）时，测得 3、4 两端横向电压为

$$V_3 = V_H + V_E - V_N - V_R - V_0 \tag{1-2-68}$$

给样品加（$-B$、$+I$）时，测得 3、4 两端横向电压为

$$V_4 = -V_H - V_E - V_N - V_R + V_0 \tag{1-2-69}$$

由以上四式可得

$$\left.\begin{aligned} V_1 - V_2 + V_3 - V_4 &= 4V_H + 4V_E \\ V_H &= \frac{1}{4}(V_1 - V_2 + V_3 - V_4) - V_E \end{aligned}\right\} \tag{1-2-70}$$

通常 V_E 比 V_H 小得多，可以忽略不计，因此霍尔电压为

$$V_H = \frac{1}{4}(V_1 - V_2 + V_3 - V_4) \tag{1-2-71}$$

若要消除 V_E 的影响，可将霍尔片置于恒温槽中，也可将工作电流改为交流电。因为 V_E 的建立需要一定的时间，而交变电流来回换向会使 V_E 始终来不及建立。

2.2.4　霍尔传感器

随着半导体工艺技术的发展，将霍尔元件、放大器、温度补偿电路及稳压电源做在一个芯片上，称为霍尔集成传感器（又称霍尔传感器）。霍尔传感器分为线性型霍尔传感器和开关型霍尔传感器两种。线性型霍尔传感器由霍尔元件、线性放大器和射极跟随器组成，它输出模拟量。开关型霍尔传感器由稳压器、霍尔元件、差分放大器、斯密特触发器和输出级组成，它输出数字量。

常见的霍尔传感器封装有 TO-92、SOT23、MSOP、SOIC 等，如图 1-2-28(a)所示。其内部包含对磁场敏感的霍尔元件，如图 1-2-28(b)所示。典型的霍尔传感器的输出电压与外加磁场强度呈图 1-2-28(c)所示的关系。可见，霍尔传感器在一定的磁感应强度范围内有较好

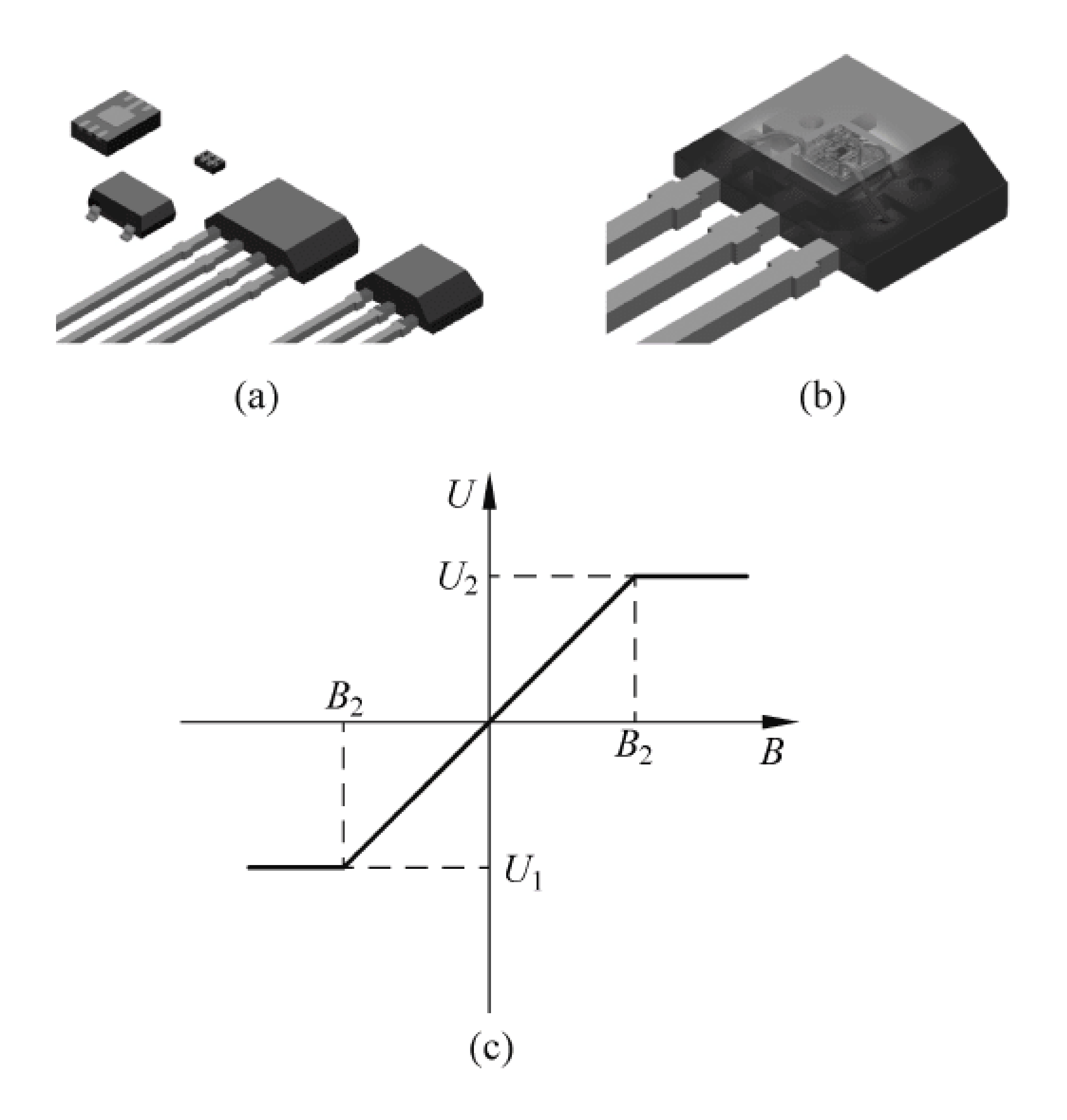


图 1-2-28 霍尔传感器

（a）不同封装的霍尔传感器；（b）霍尔传感器透视图；（c）典型的霍尔传感器的输出电压与外加磁场强度曲线

的线性度，磁感应强度超出此范围时则呈现饱和状态。

由于电流附近存在磁场，其大小与导线中的电流成正比，故可以利用霍尔传感器测量出磁场，从而确定导线中电流的大小。利用这一原理可以设计制成霍尔电流传感器。其优点是不与被测电路发生电接触，不影响被测电路，不消耗被测电源的功率，特别适合于大电流传感。

两块永久磁铁同极性相对放置，将线性型霍尔传感器置于中间，其磁感应强度为零，这个点可作为位移的零点，当霍尔传感器在 z 轴上作 Δz 位移时，传感器有一个电压输出，电压大小与位移大小成正比。如果把拉力、压力等参数变成位移，便可测出拉力及压力的大小，按这一原理可制成力传感器。

霍尔传感器还广泛应用于漏磁检测中的磁场测量，以及转数、转速、风速、流速、接近开关、关门告知器、报警器和自动控制电路的测量等，是应用最为广泛的磁测量传感器。

23 电磁感应法

2.3.1 电磁感应磁场测量原理

根据法拉第电磁感应定律，当线圈所交链的磁通 Φ 发生变化时，线圈中将产生感应电动势 e，感应电动势的大小与线圈内磁通链 $\psi(\psi=N\Phi)$ 的变化率成正比。在 e 的参考方向与 Φ 的参考方向符合右手螺旋定则的条件下，电磁感应定律表示为

$$e=-\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} \tag{1-2-72}$$

将上式对时间积分得

$$\Delta\psi=\int_{t_1}^{t_2} e\mathrm{d}t \tag{1-2-73}$$

式中，$\Delta\psi$ 为线圈内磁通链 ψ 的改变量，它与被测磁场有关。由上式可看出，若能测出感应电动势对时间的积分值，便可求出磁感应强度。据此，用感应法测量磁场，首先需要解决测量线圈的研制问题。

测量线圈的形状很多，有球形的、圆柱形的、方形的、扁平的等。形状的选择应根据具体情况确定。

从式(1-2-73)可以看出，电磁感应法测量的磁感应强度不是某一点的值，而是探测线圈界定范围内磁感应强度的平均值。如果被测磁场是非均匀的，探测线圈所界定的区域内的磁场有显著的变化，这时探测线圈所交链的磁通量就不能准确地反映某点的磁场，所以在不均匀磁场中的测量结果是线圈区域内磁场的平均值。因此，为了尽可能准确地获取某一点的磁场值，就应该使用尽可能小的线圈。但探测线圈减小时，相应的感应电势也要减小，会使测量灵敏度受到影响。显然，探测线圈的分辨力和灵敏度是互相矛盾的，为了兼顾两方面，在设计探测线圈时，对于不均匀磁场，应保证所测得的平均磁场值与探测线圈几何中心的磁场值相等，这种线圈称为点线圈。

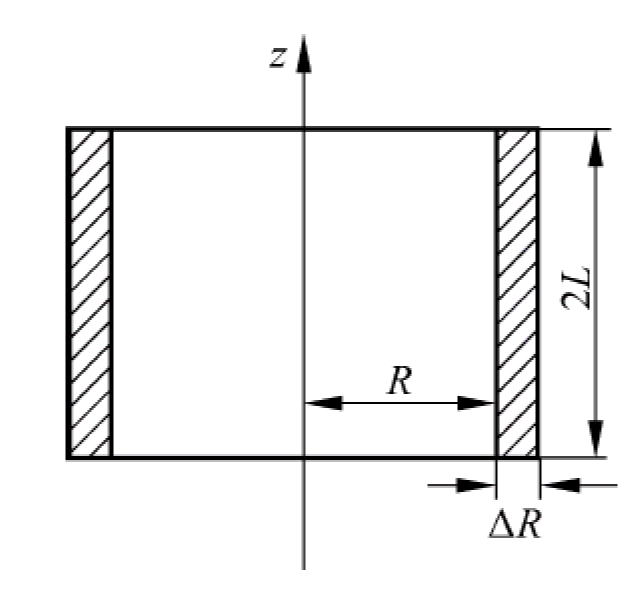


图 1-2-29　薄壁圆柱形点线圈的截面图

圆柱形点线圈如图 1-2-29 所示，线圈半径为 R，长度为 $2L$，面积为 S(图中阴影部分面积)，轴向线匝密度为 n，其轴线沿 z 轴方向，并假定为薄壁线圈(即图中 $R\gg\Delta R$)。将探测线圈置于非均匀磁场中，假定探测线圈中心的磁感应强度为 $B_z(0)$，在该点上磁场的方向平行于线圈轴线。在线圈界定范围内任一点的磁感应强度的 z 轴分量与 $B_z(0)$ 有微小差异，其值可以用马克劳林级数来表示，为

$$B_z(x,y,z)=B_z(0)+x\frac{\partial B_z(0)}{\partial x}+y\frac{\partial B_z(0)}{\partial y}+z\frac{\partial B_z(0)}{\partial z}+\frac{x^2}{2!}\frac{\partial^2 B_z(0)}{\partial x^2}+\frac{y^2}{2!}\frac{\partial^2 B_z(0)}{\partial y^2}+\frac{z^2}{2!}\frac{\partial^2 B_z(0)}{\partial z^2}+\cdots \tag{1-2-74}$$

面积为 S 的每匝线圈所交链的磁通为 $\int_S B_z(x,y,z)\mathrm{d}S$，那么整个圆柱形线圈所交链的磁通链为

$$\psi=n\int_{2L}\int_S B_z(x,y,z)\mathrm{d}S\mathrm{d}z=n\int_V B_z(x,y,z)\mathrm{d}V \tag{1-2-75}$$

式中，V 为圆柱形线圈所包围的体积。将式(1-2-74)代入式(1-2-75)，并逐项积分，如果所研究的点就是探测线圈的中心点，B_z 沿中心点展开，则所有奇次项的体积积分为零。此外，由于四次幂项比二次幂项小得多，因此，四次幂项以上的各项都可以忽略。式(1-2-75)简化为

$$\frac{\psi}{n}\approx B_z(0)V+\frac{1}{2!}\frac{\partial^2 B_z(0)}{\partial x^2}\int_V x^2\mathrm{d}V+\frac{1}{2!}\frac{\partial^2 B_z(0)}{\partial y^2}\int_V y^2\mathrm{d}V+\frac{1}{2!}\frac{\partial^2 B_z(0)}{\partial z^2}\int_V z^2\mathrm{d}V \tag{1-2-76}$$

如果三个积分项相等，而且为一常数 C，则式(1-2-76)右边二次幂项之和应为

$$C\left(\frac{\partial^2 B_z(0)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 B_z(0)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 B_z(0)}{\partial z^2}\right)=C\,\nabla^2 B_z(0) \tag{1-2-77}$$

由于探测线圈处于无源区，所以 $B_z(0)$ 的拉普拉斯方程应为零，故有

$$C\left(\frac{\partial^2 B_z(0)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 B_z(0)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 B_z(0)}{\partial z^2}\right)=0 \tag{1-2-78}$$

则式(1-2-76)简化为

$$\frac{\psi}{n}\approx B_z(0)V \tag{1-2-79}$$

也就是说，在上述条件下，探测线圈所测得的平均磁感应强度近似等于线圈中心点的磁感应强度。

再来研究式(1-2-76)的三个积分项，由于旋转对称性，$\int_V x^2\mathrm{d}V=\int_V y^2\mathrm{d}V$，因此，只需求出 $\int_V x^2\mathrm{d}V=\int_V z^2\mathrm{d}V$ 成立的条件，根据这个条件经积分、整理便可得到

$$\frac{1}{2}LR^4=\frac{2}{3}R^2l^3 \tag{1-2-80}$$

于是可求出薄壁圆柱形的点线圈的尺寸应满足的条件为

$$\frac{l}{R}=\sqrt{\frac{3}{4}}=0.866 \tag{1-2-81}$$

这种长度与直径比率为 0.866 的薄壁圆柱形的点线圈，在非均匀磁场中，能测得其中心轴向磁场的精度为三级。

类似的分析方法可用于厚壁圆柱形的点线圈。图 1-2-30 所示为一均匀密绕的圆柱形线圈，内半径为 R_1，外半径为 R_2，长度为 $2L$，轴向线匝密度为 n，径向单位长度上的线匝层数为 m。将式(1-2-80)在线圈壁上沿径向方向积分得

$$\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{2}lR^4m\mathrm{d}R=\int_{R_1}^{R_2}\frac{2}{3}l^3R^2m\mathrm{d}R \tag{1-2-82}$$

经积分、整理，得出厚壁圆柱形点线圈的尺寸应满足的条件为

$$\frac{l}{R}=0.670\sqrt{\frac{1-p^5}{1-p^3}} \tag{1-2-83}$$

式中，$p=R_1/R_2$，如果 $p<0.3$，式(1-2-76)中二次幂项的贡献比 $B_z(0)$ 小 2×10^{-3} 倍。由此可见，在这种条件下，探测线圈所测得的平均值，基本上只取决于 $B_z(0)$，而磁场的不均匀性对该值的影响极小。

根据电磁感应定律，感应电动势与磁通的变化成正比，即使测量恒定磁场，也必须设法使线圈交链的磁通发生变化。因此，还必须考虑测量线圈的频率响应问题。

测量线圈的等效电路如图 1-2-31 所示，其中 R、L、C 分别为线圈的电阻、电感和电容，e 为线圈的感应电动势，R_T 为线圈所接负载电阻。等效电路的方程式为

$$LC\frac{\mathrm{d}^2U}{\mathrm{d}t^2}+\left(\frac{L}{R_T}+RC\right)\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}+\left(1+\frac{R}{R_T}\right)U=e \tag{1-2-84}$$

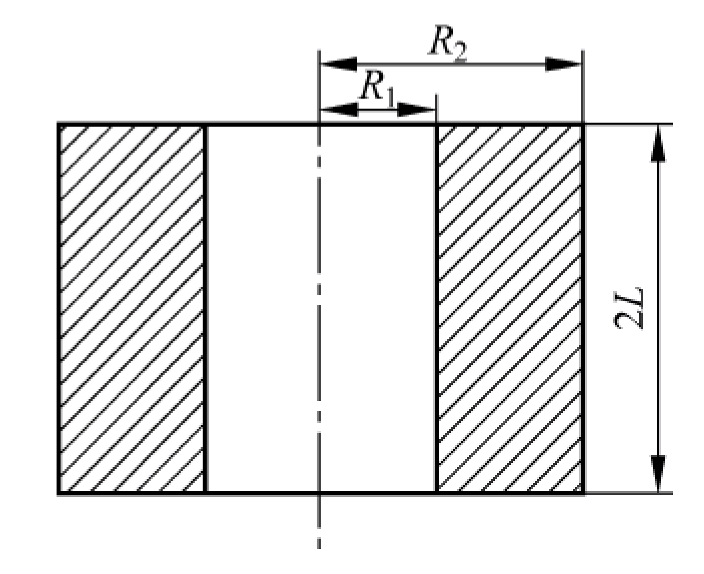


图 1-2-30 厚壁圆柱形点线圈的截面图

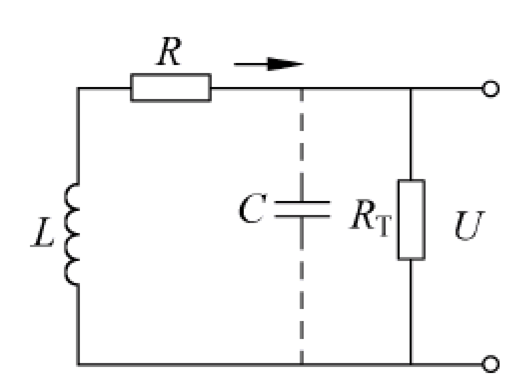


图 1-2-31 测量线圈的等效电路

若令 $a=\dfrac{R_T}{R_T+R}$，$t=x\tau_p$，$\tau_p=2\pi\sqrt{LCa}$，$K=\sqrt{a\left(\dfrac{1}{2R_T}\sqrt{\dfrac{L}{C}}+\dfrac{R}{2}\sqrt{\dfrac{C}{L}}\right)}$，则式(1-2-84)的齐次方程为

$$\frac{d^2U}{dx^2}+4\pi K\frac{dU}{dx}+(2\pi)^2U=0 \tag{1-2-85}$$

其特征根为

$$p_{1,2}=-2\pi K\pm 2\pi\sqrt{K^2-1} \tag{1-2-86}$$

由于 K 值的不同，方程的解可能有三种情况：①$K<1$ 的欠阻尼情况；②$K>1$ 的过阻尼情况；③$K=1$ 的临界阻尼情况。下面以 $K=1$ 的临界阻尼情况为例加以说明。

首先研究图 1-2-31 电路对阶跃输入的零状态响应。设阶跃输入为

$$e=\begin{cases}0, & t\leqslant 0\\ E_0\ \text{为常数}, & t>0\end{cases} \tag{1-2-87}$$

则式(1-2-84)的解为

$$U(x)=aE_0(1-(1+2\pi x)e^{-2\pi x}) \tag{1-2-88}$$

如果将从最小值的 10% 到最大值 90% 所需要的时间定义为响应的上升时间，则按式(1-2-88)求得的响应上升时间为

$$t_\tau=\frac{3.35}{2\pi}\tau_p\approx 0.53\tau_p \tag{1-2-89}$$

由此得出，对于 $K=1$ 的情况，当输入的脉冲持续时间 $t_p\gg t_\tau$ 或 $t_p\gg\tau_p$ 时，电路对该输入有比较好的频率响应。

对于 $K<1$ 和 $K>1$ 情况的解也可用类似的方法得到。图 1-2-32 作出了临界情况和两个过阻尼、两个欠阻尼振荡的频率响应曲线。

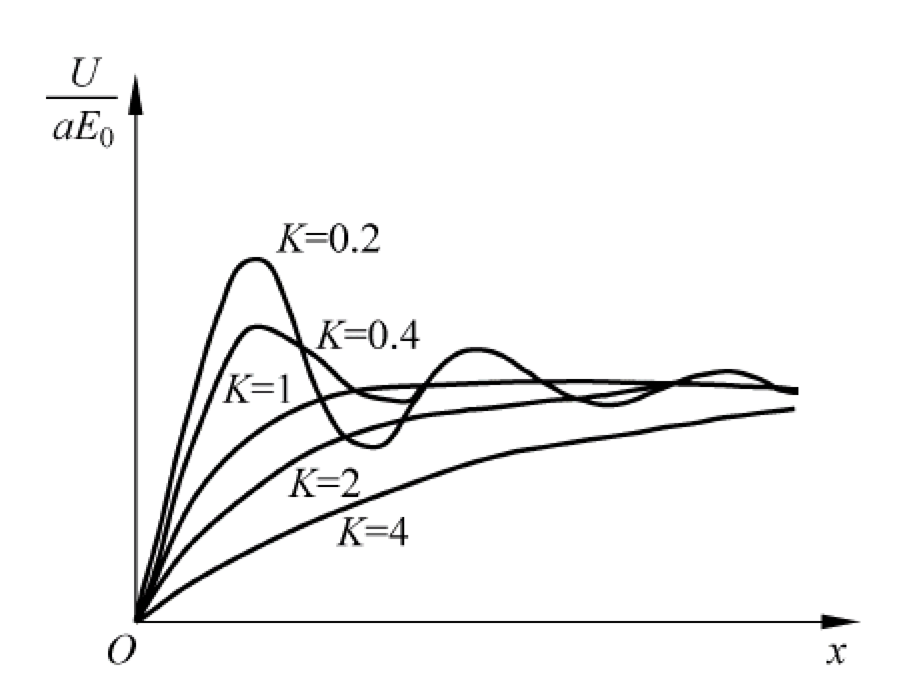


图 1-2-32　对阶跃输入的频率响应

再研究图 1-2-31 所示电路对稳态正弦输入的响应。设输入信号为正弦量 $e(t)=\mathrm{Im}(E_i e^{j\omega t})$，其输出信号仍为正弦量 $U(t)=\mathrm{Im}(U_0 e^{j(\omega+\varphi)})$。定义电路的传递函数为输出与输入信号之比，将两正弦信号代入式(1-2-84)，求得传递函数为

$$F(j\omega)=\frac{E_0}{U_0}=\frac{R_T}{(R+R_T-R_TLC\omega^2)+j\omega(L+RR_TC)} \tag{1-2-90}$$

引入无因次频率

$$y=\frac{\omega}{2\pi/\tau_p} \tag{1-2-91}$$

则传递函数为

$$F(j\omega)=\frac{a}{(1-y^2)+j2yK}=F_1+jF_2=\frac{|F(j\omega)|}{\varphi} \tag{1-2-92}$$

衰减输出幅值为

$$|F(j\omega)|=\sqrt{F_1^2+F_2^2}=\frac{a}{\sqrt{(1-y^2)^2+(2Ky)^2}} \tag{1-2-93}$$

由图 1-2-33 可以看出，只有在 $K<1/\sqrt{2}$ 时，幅值曲线才可能出现最大值。当 $y \ll y_m$ 和 $K\approx 1/\sqrt{2}$ 时，幅值特性曲线是水平的直线。也就是说，在上述条件下，电路对正弦输入的幅值响应是最佳的。

图 1-2-34 所示为不同 K 值的相位特性，其表达方式为

$$\phi=\arctan\frac{F_2}{F_1}=-\arctan\frac{2Ky}{1-y^2} \tag{1-2-94}$$

式中，最小相位误差($\phi=0$)处在 $K=0$ 的极限情况，这种情况是不可能有的。然而，由图 1-2-34 可以看出，在 $K=1/\sqrt{2}$ 附近，相位特性曲线近似是一条直线，即输出信号相对于输入信号的相位延迟与角频率无关。

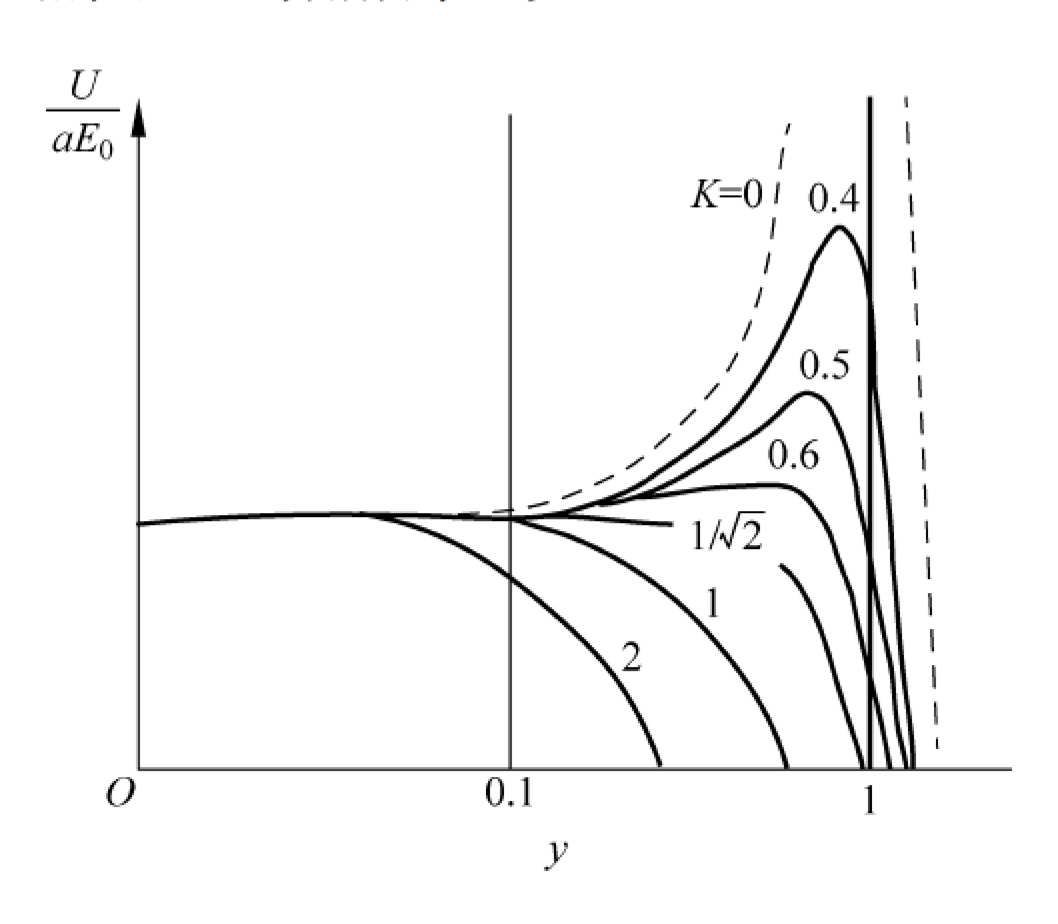




图 1-2-33 稳态正弦输入的幅值特性曲线

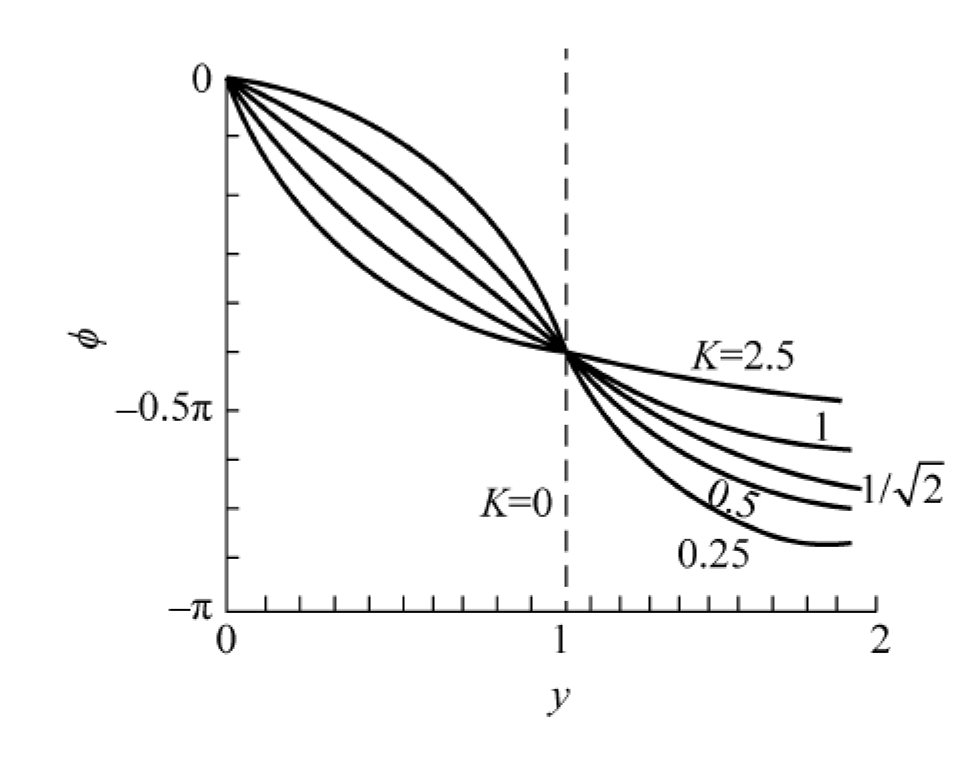


图 1-2-34 稳态正弦输入的相位特性曲线

以上分析说明，当满足 $y\ll y_m$ 和 $K\approx 1/\sqrt{2}$ 的条件时，图 1-2-31 所示的测量线圈等效电路对稳态正弦信号有良好的幅值和相位响应特性。

再回到式(1-2-72)，当测量线圈交链的磁通发生变化时，所感应的电动势与磁通链的变化率成正比，若能测出感应电动势对时间的积分值，便可求出线圈所在处的平均磁感应强度。

2.3.2 电磁感应磁场测量方法

根据积分的方式和测量线圈运动方式的不同，感应法测量磁场可分为冲击法、磁通计法、电子积分器法、数字磁通计法、转动线圈法和振动线圈法。

1. 冲击法

利用冲击检流计测量磁场的方法称为冲击法。图 1-2-35 为冲击法测量磁场的原理，图中冲击检流计与探测线圈串联，N 是探测线圈的匝数，L 是该线圈的自感系数，R 为电路的

等效电阻,G 是冲击检流计。

当探测线圈中有磁通变化时,感应电动势为

$$e = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{1-2-95}$$

感应电动势在电路中产生脉冲电流 i,根据基尔霍夫定律

$$e + iR + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{1-2-96}$$

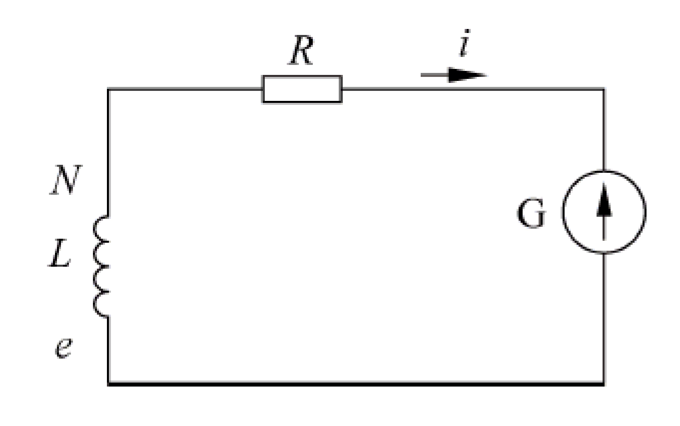


图 1-2-35　冲击法原理图

将式(1-2-96)积分得

$$\int_0^{\tau} e\mathrm{d}t + \int_0^{\tau} iR\,\mathrm{d}t + \int_0^{\tau}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = 0 \tag{1-2-97}$$

式中,τ 为脉冲电流作用时间。由于脉冲电流在 $t=0$ 和 $t=\tau$ 两个时刻都为零,因此上式中最后一项积分为零,其余两项积分得

$$N\Delta\Phi = RQ \tag{1-2-98}$$

式中,$\Delta\Phi$ 为探测线圈的磁通变化量;Q 为通过冲击检流计的电量。在电量 Q 的作用下,冲击检流计的线框要发生冲击偏转,其最大冲击偏转角 α_m 与通过它的电量 Q 成正比(见 4.4.1 节说明),即

$$\alpha_m = S_Q Q \tag{1-2-99}$$

或

$$Q = C_Q\alpha_m \tag{1-2-100}$$

式中,S_Q 为冲击检流计的电量灵敏度;C_ϕ 为冲击检流计的磁通冲击常数,$C_\phi = RC_Q$,C_ϕ 可用标准互感器标定。因此

$$N\Delta\Phi = RC_Q\alpha_m$$

即

$$\Delta\Phi = \frac{RC_Q}{N}\alpha_m = \frac{C_\phi}{N}\alpha_m \tag{1-2-101}$$

式(1-2-101)说明,当 C_ϕ 恒定时,冲击检流计的最大偏转与探测线圈内磁通的改变量成正比,即根据最大偏转 α_m 可以测定探测线圈的磁通改变量。由于 $\Delta\Phi = \int e\mathrm{d}t$,因此,从这种意义上说,冲击检流计是一个积分器,可用以测量感应电动势对时间的积分值。

用冲击检流计测量磁通的变化量,是基于其线框的偏转发生在电流脉冲终止之后的假定,这要求脉冲电量通过冲击检流计的时间 τ 必须要远小于冲击检流计的自由运动周期 T_0,也就是说只有满足 $T_0 \gg \tau$ 时,冲击检流计才能视为积分器。一般来说,由于磁化装置具有很大的自感,且受电磁铁铁心和大块样品中的涡流以及磁化电路中杂散电容的影响,脉冲电量通过的时间 τ 会增加,从而不能很好地满足 $T_0 \gg \tau$ 的条件。在这种情况下,冲击检流计的最大偏转 α_m 不仅与 $\Delta\Phi$ 有关,而且与脉冲电流的形状及持续时间 τ 有关,τ 越大,α_m 越小,进而引入了测量误差,这种误差称为非瞬时误差,它是冲击法的主要误差,测量时应加以克服。

2. 磁通计法

利用磁通计(韦伯计)测量磁场的方法称为磁通计法。磁通计与冲击检流计极为相似,它的基本测量方程为

$$\Delta\Phi = \frac{C_\phi\alpha_m}{N} \tag{1-2-102}$$

与冲击检流计所不同的是，磁通计的活动线框采用扭力系数极小（即 $D\approx0$）的非金属悬挂，因而悬丝的恢复力矩极小，甚至趋于零。这说明磁通计活动线框的初始位置可以是任意的，没有固定的零点。因此，式(1-2-102)中的 α_m 指的是相对偏转，可表示为 $\Delta\alpha$。

磁通计的自由运动周期定义为

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}} \tag{1-2-103}$$

式中，J 为活动线框的转动惯量。由于磁通计的 $D\approx0$，所以 $T_0\to\infty$。式(1-2-103)表明磁通计总是处于严重的过阻尼运动状态，因此，积分条件（$T_0\gg\tau$）可以得到充分满足，磁通计测量持续时间特别长的脉冲电量也不会引入非瞬时误差。

磁通计常数 C_ϕ 的单位为 Wb/mm，当回路外接电阻（除磁通计内阻以外）在较小范围内时，C_ϕ 与外接电阻无关，保持为常数。一般磁通计上都标有额定的外接电阻值（为 8～20Ω）。若外接电阻超过标定的额定电阻值时，磁通计常数与磁通冲击常数一样是外接电阻的函数。

磁电式磁通计的优点是实用简便，测量所需要的时间少，而且不存在非瞬时误差，因此，能用于测量脉冲磁场、直流磁场，还可用于强磁场领域和磁后效应显著的材料的磁性测量。它的缺点是灵敏度较低，只能用于粗略检测。

3. 电子积分器法

在冲击法中，冲击检流计只能逐点地完成瞬时电动势的时间积分，而电子积分器的特点是能对缓慢变化的磁场进行连续积分运算。因此，电子积分器的发展，有利于实验测量的自动化。

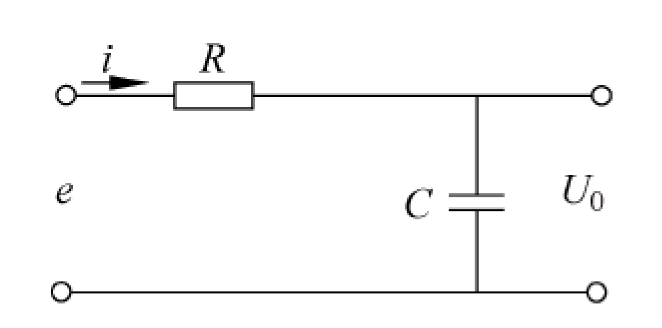


图 1-2-36　简单的 RC 积分电路

图 1-2-36 为一简单的 RC 积分器，设在 RC 回路中电流为 I，电路方程

$$\left.\begin{aligned} e &= iR + \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t \\ U_0 &= \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t \end{aligned}\right\} \tag{1-2-104}$$

当电路的时间常数 $RC\gg T$（T 为电动势 e 的周期）时，$iR \gg \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t$，因此，$e\approx iR$，将其代入上式，得

$$U_0 = \frac{1}{RC}\int e\mathrm{d}t \tag{1-2-105}$$

以上结果说明，当电路时间常数 RC 很大时，输出电压 U_0 近似与输入电压的积分器成正比。但 RC 值太大，会使输出信号很小，测量灵敏度极低。而当 RC 不是很大时，这个积分是有误差的。

为了提高积分精度，通常采用电容反馈式的电子积分器，如图 1-2-37 所示，这种积分器由运算放大器、电容和电阻组成。由于运算放大器的输入阻抗极高，流过电阻 R 的电流基本上就等于电容 C 的充电电流，从而保证在积分过程中流入电容器 C 中的电流 I 与输入电压成正比，即

图 1-2-37　电容反馈式积分电路

$$I = \frac{e}{R} \tag{1-2-106}$$

电容上的电压

$$U_C = \frac{1}{C}\int I\mathrm{d}t \tag{1-2-107}$$

因此

$$U_0 = -\frac{1}{RC}\int e\mathrm{d}t \tag{1-2-108}$$

上述结果表明，电容反馈式电子积分器是一个比较理想的积分器，容易实现输出电压 U_0 为输入信号 e 对时间的积分。

与简单 RC 积分器比较，电子积分器因电容折合到输入端的等效电容为 $(1+K)C$，故等效的积分时间常数为 $RC(1+K)$。这样，尽管 R、C 值不能取得很大，但因运算放大器开环增益高，极容易满足等效积分时间常数远大于信号周期(即 $RC(1+K)\gg T$)的条件，因此电子计分器的积分精度高，即使测量缓慢变化的信号，也不会由于积分不完整而引入误差。

4. 数字磁通计法

数字磁通计采用积分的方式，是一种新型的磁通测量装置。其基本原理是将感应电动势转换为与之成正比的一系列脉冲，再用计数器在一定时间间隔内累积计数，从而获得感应电动势的积分值，实现磁通量的数字测量。

数字磁通计的原理框图如图 1-2-38 所示，它是由测量线圈、放大器、滤波器、U-f 变换器、计数器等主要部件构成。测量线圈的感应电压与磁通的变化率成正比，即

$$U = N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{1-2-109}$$

式中，N 为测量线圈的匝数。在磁通变化比较小的情况下，U 只有几百纳伏，为了使 U-f 变换器得到适当的电压值，并消除干扰，需要加大滤波环节。U-f 变换器是将电压转换成一系列的脉冲信号，其频率与感应电压成正比，即

$$f = KU = KN\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{1-2-110}$$

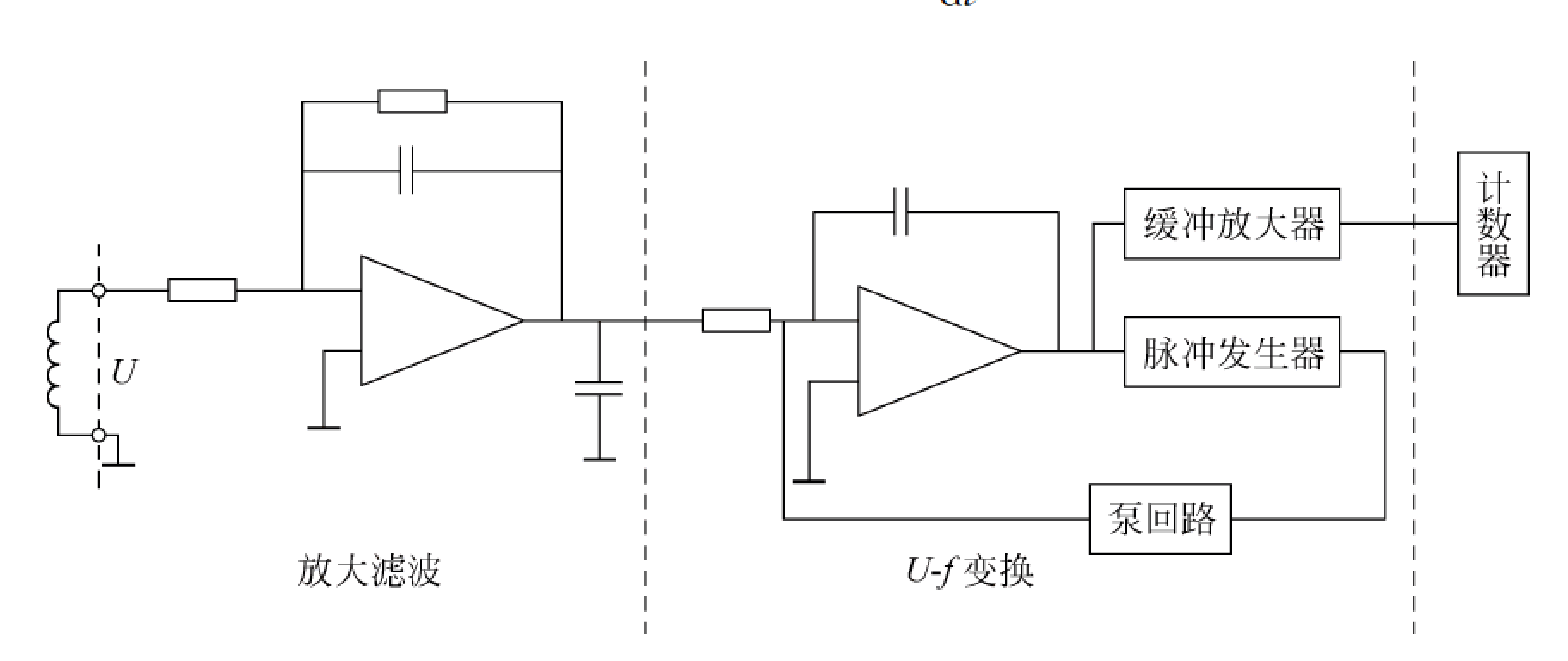


图 1-2-38　数字磁通计原理图

U-f 变换器的输出送给计数器，计数器在测量线圈产生感应电压的时间间隔内进行累积(即积分)计数，并用数字显示，为

$$n = \int_0^t f \mathrm{d}t = KN\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} \mathrm{d}\Phi = KN\Delta\Phi \tag{1-2-111}$$

式中，K 为 U-f 变换器的比例常数；N 是测量线圈的匝数。K、N 均为常数，所以计数器所计与数字磁通的变化成正比。

数字磁通计的优点是解决了积分漂移问题，因为这种测量系统主要是由 U-f 变换器和可逆计数器组成，前者漂移很小，后者除了±1 个字的随机误差外，没有其他漂移。因此数字磁通计的准确度高，一般为 0.5%～0.1%，有的可达 0.01%。数字磁通计精度高，测量速度快，可以直接用数字显示或打印机打印。若配上数字-模拟变换器，还可以驱动 x-y 记录仪，实现 B-H 曲线的连续自动测量。

5. 转动线圈法

根据电磁感应定律，只要线圈交链的磁通发生变化，不论引起变化的原因是什么，在测量线圈中就有感应电动势。对于恒定磁场，利用线圈的各种运动，如弹动、转动、振动或移动等，都能引起线圈交链的磁通发生变化，在线圈中产生感应电动势。在某些特定的情况下，感应电动势正比于被测磁场，不用积分器，由感应电动势便能直接测量磁场。如将一个匝数为 N、面积为 S 的测量线圈放在待测恒定磁场 B 中，由电动机带动，以恒定的角速度 ω 绕垂直于磁场的轴旋转，此时，线圈交链的磁链 ψ 是时间的周期函数，即

$$\psi(t) = NSB\sin\omega t \tag{1-2-112}$$

线圈两端感应的电压为

$$U(t) = \frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t} = NSB\omega\cos\omega t \tag{1-2-113}$$

由式(1-2-113)可以看出，当线圈旋转角速度恒定时，线圈感应的电压是一个频率为 ω、幅值正比于被测磁场的正弦信号，该信号通过滑环、电刷收集，经精密整流后，接到直流电压表上，便可得到被测磁场值。如果不经整流，可以直接用平均值电压表测量。但不能用有效值电压表，以防因转速不稳定而引起波形失真，造成误差。

转动线圈法是发电机原理的直接应用，故又称为测试发电机。这种方法简单，由于线圈是连续旋转的，所以它的灵敏度要比冲击法或磁通计法高得多。由于其传感器不是半导体器件，而是旋转线圈，因此不受温度影响，它在强磁场和弱磁场中均具有良好的线性度。而且其测量范围宽，应用范围广，既可测均匀磁场、恒定磁场，又可测量非均匀磁场和交变磁场甚至脉冲磁场。

由式(1-2-113)可以看出，转动线圈法的测量精度受转速稳定性及电压测量精度的限制，其测量精度一般为 1%左右，若采取一定措施，测量精度可提高到 0.1%～0.01%，例如图 1-2-39 所示的双线圈结构旋转线圈磁强针，它的一个线圈置于待测磁场 B 中，另一个线圈置于标准磁场 B_0 中，两个线圈固定在同一轴上，由电动机带动，以同样的角速度 ω 旋转，这时两个线圈的感应电压之比，就是待测磁场值与标准磁场值之比。若调整精密电位计的电阻 R_W 使两线圈的电压平衡，则可从电位计的调节盘上读出待测磁场值，即

$$B = \frac{N_0 S_0 B_0}{NS(R_1 + R_2)} R_W = CR_W \tag{1-2-114}$$

式中，N_0、S_0 为置于标准磁场中的线圈匝数和面积；N、S 为置于待测磁场中的线圈匝数和面积；$C = N_0S_0B_0/(NS(R_1+R_2))$，当两个线圈、线路电阻及标准磁场都选定后，$C$ 为常数。所以由电位计上的电阻 R_W 即可确定待测磁场的值。从上式可以看出，采用双线圈结构可

以消除电源波动、电机转速不稳定等因素的影响，使测量精度提高到 $10^{-4}\sim10^{-5}$。

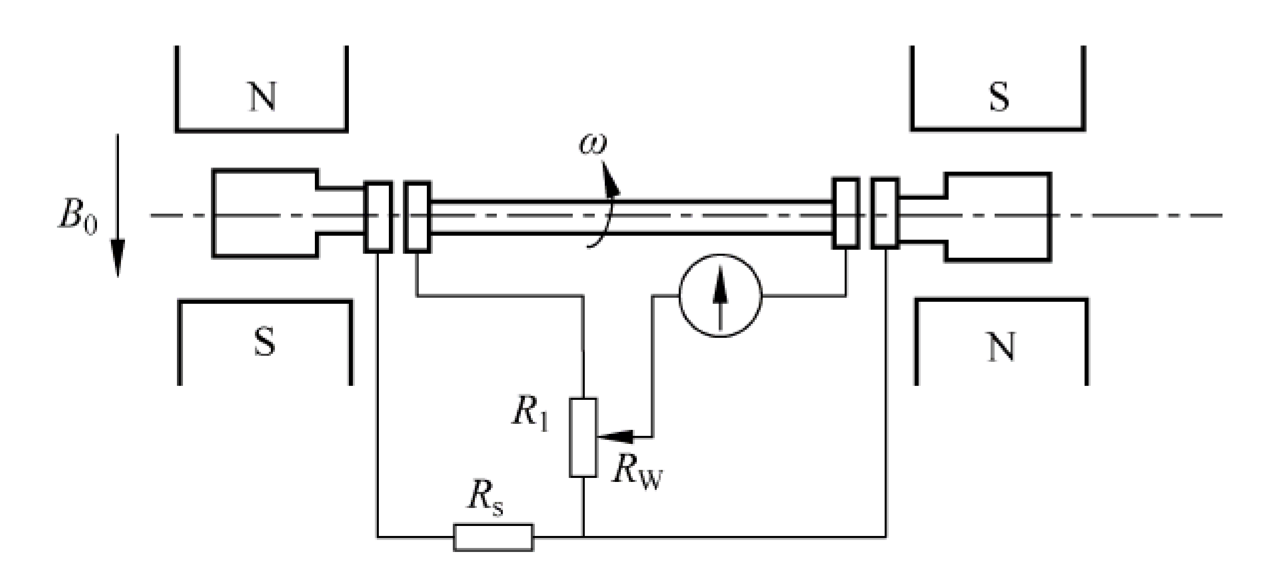


图 1-2-39 双线圈测试发电机原理图

转动线圈法由于滑环和电刷的接触问题，会引入噪声，从而限制了它的灵敏度。为此，可以采用转动变压器结构，其原理如图 1-2-40 所示，转动变压器 TP 有两个绕组，一个是固定的，另一个与探测线圈 N 相连组成回路，并同探测线圈一起以角速度 ω 旋转。在被测磁场中，探测线圈的感应电动势在回路中引起交变电流，因此在转动变压器的固定绕组中感应出正比于被测磁场的电动势。这样就可省去滑环和电刷，降低噪声，从而提高灵敏度。

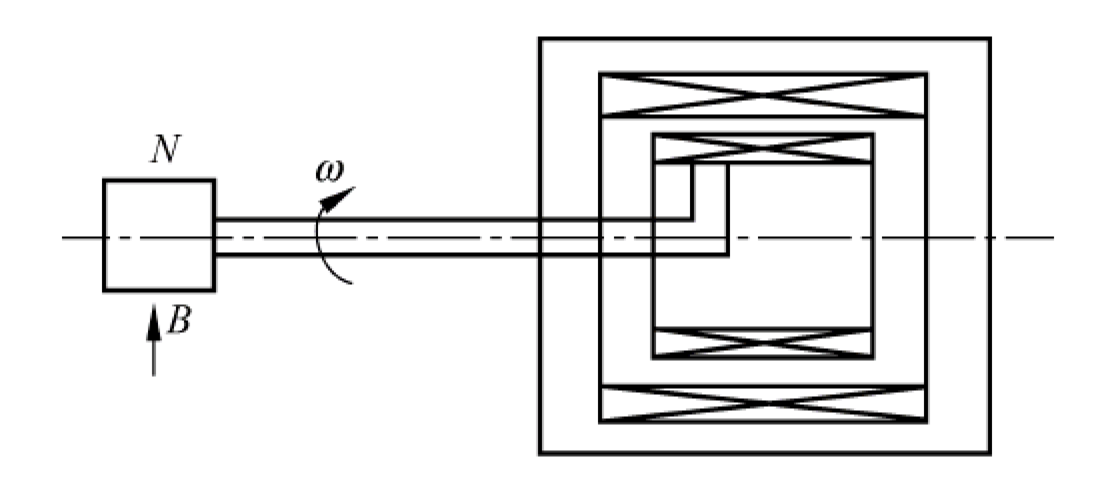


图 1-2-40 旋转变压器原理图

6. 振动线圈法

振动线圈法与转动线圈法相似，也是直接应用发电机原理的一种方法。将线圈平面平行于磁场放置，并使线圈绕组垂直于磁场的轴线做小角度的摆动，则线圈感应的电压为

$$U(t) = NS\omega B\cos\omega t \tag{1-2-115}$$

式中，ω 为线圈摆动的角速度。只要测出 U 和 ω，便可求得 B。这种方法的精度一般为 ±(2%～3%)，主要用于磁性材料的测量。

24 磁电阻效应法

1883 年美国科学家开尔文首先发现在磁场作用下导体的电阻会发生变化。随后，人们发现某些金属或半导体，其电阻率随磁场的增加而增加，并将这一现象称为磁阻效应。

2.4.1 半导体磁阻元件

半导体磁阻效应分为两类：一类是材料本身的磁阻效应，称为物理磁阻效应；另一类是由于半导体的形状结构不同，在同样的磁场作用下，其电阻增加率不一样，这种与半导体形状尺寸有关的磁阻效应，称为几何磁阻效应。

1. 物理磁阻效应

在讨论半导体的霍尔效应时,没有考虑载流子速度的统计分布,认为它们都按同一平均速度运动,形成与外电场方向一致的电流,忽略了磁阻效应。而实际发现还存在着比平均速度快和慢的载流子:比平均速度快的载流子,受到的洛伦兹力大于霍尔电场力,载流子向洛伦兹力作用方向偏转;比平均速度慢的载流子,向霍尔电场力作用方向偏转。如图 1-2-41 中的 b 和 c 所示,存在着向两侧偏转、并且做弧线向前运动的载流子。由此可见,向两侧偏转的载流子的漂移路程增加,引起电阻率增加,显示出磁阻效应。

图 1-2-42 所示为半导体元件的磁阻特性曲线,图中 ρ 和 ρ_0 分别是磁场为 B 和为零时元件的电阻率。在弱磁场下,电阻率随磁场按平方规律增加;随着磁场的增高,电阻率与磁场之间逐渐呈线性关系。因此 ρ/ρ_0 与 B 的特性曲线为与纵轴对称的抛物线。

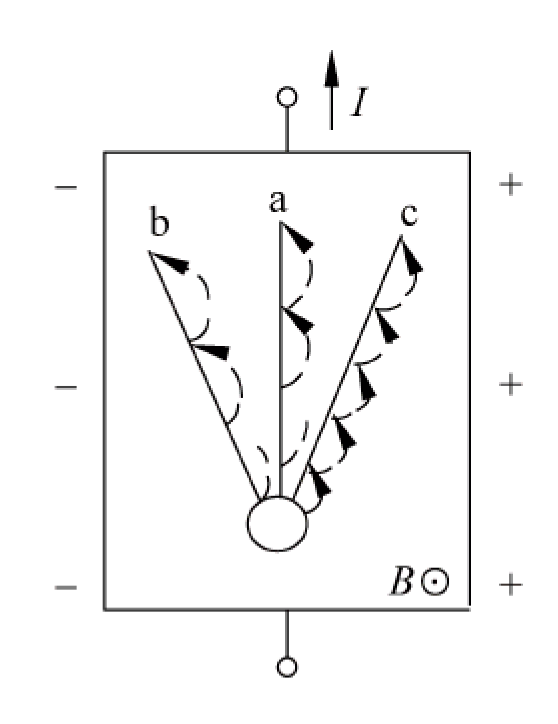


图 1-2-41 载流子偏转示意图

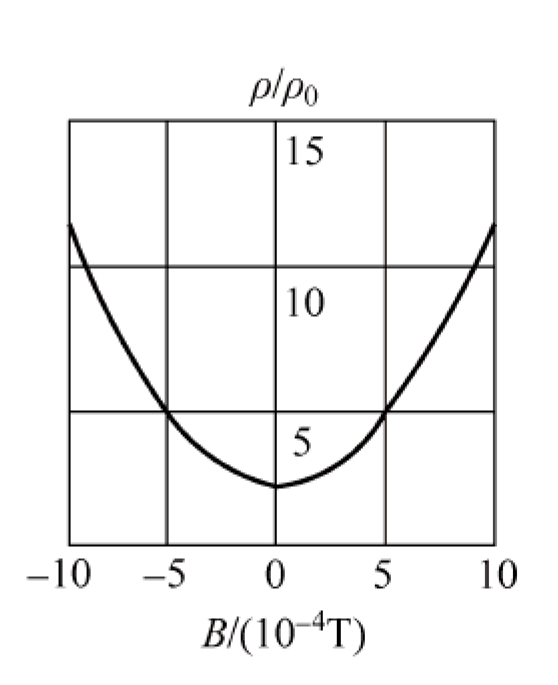


图 1-2-42 磁阻特性曲线

最早利用磁阻效应的材料是金属铋,它的磁阻效应大,线性范围宽。一般将铋制成螺线形状,使其平面垂直于被测磁场,两端引出线接至电桥或电位计上,测量磁阻元件在磁场作用下电阻值的变化。由此可见,只要预先在已知磁场中校准出 ρ 与 B 的关系曲线,就可以求出待测磁场值。但因铋材料性脆、接触电阻大、受应力和温度影响大,因此很少使用。后来发现了磁阻效应更大的材料,如砷化铟、磷砷化铟等。

利用磁阻效应测量磁场的优点是测量方便,有较好的重复性。但因受温度影响和非线性的限制,需要采取恒温和逐点校准措施。磁阻效应最适宜于在低温和强磁场中使用,例如铋螺线在室温下,磁场从 0 增加到 1.8T 时,电阻只增加 1 倍。可是在液氮中,则可增加 43.4 倍。在 0.1～10T 的较高磁场中,若采用恒温措施,测得精度可达 0.1%,但在较低磁场中,测量精度将会明显下降。

2. 几何磁阻效应

因电流控制极的短路作用,磁阻效应还与元件的尺寸和形状有关。这种效应称为几何磁阻效应。

对于 $l>b$ 的长方形元件,在没有磁场作用时,电流方向与电流控制极端垂直,如图 1-2-43(a)所示。如果加上外磁场,便产生霍尔效应,由于载流子所受洛伦兹力与霍尔电场力相互平衡,电流方向基本不变,仅在电流控制极附近因引线的短路作用引起电流方向变化,如图 1-2-43(b)所示。在磁场作用下,这种长方形元件的电阻变化很小,磁阻效应可以忽略,故称为霍尔元件。若改变元件的尺寸,使 l/b 减小,磁阻效应增加,对于 $l \ll b$ 的扁条状元件,由于电流控制极短路作用大,电流受磁场作用偏转得很厉害,如图 1-2-43(c)所示,这种

扁条状元件的霍尔效应可以忽略,而磁阻效应显著,故称为磁阻元件。几何磁阻效应最显著的元件是柯尔比诺圆盘,一个电极焊在圆盘中央处,另一个电极接在圆盘外圆周侧面上,电流从圆盘中央以辐射形式漂移到外圆周侧面电极上。当有外磁场作用时,电流呈螺旋状流动,如图 1-2-43(d)所示,因而电极间电阻明显增加。由上面讨论可知,如果把几个扁条形元件串联起来,就会组成灵敏度高的磁阻器件。例如在 $l>b$ 的长方形半导体薄片上面,铺设许多平行的等间距的金属条,或在元件表面上蒸镀许多平行栅状金属丝,如图 1-2-43(e)所示,这种栅状磁阻器件既增加了磁场为零时的电阻值,又提高了磁阻效应的灵敏度,是比较理想的磁阻器件。

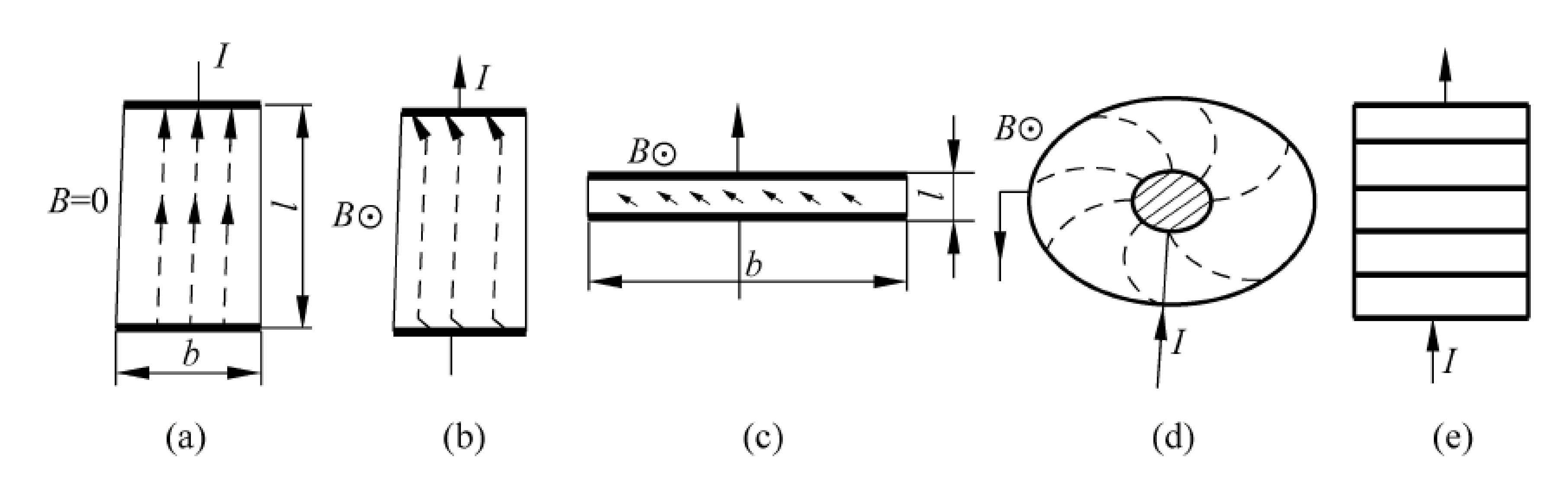


图 1-2-43　不同形状磁阻元件的电流分布图

磁阻元件比霍尔元件简单,通常是两端器件,只要选择高迁移率的材料做成电阻就可以。由于磁阻效应受温度影响和非线性限制,可以采用恒温装置和逐点校正措施,以提高测量精度。

2.4.2　磁敏二极管

继霍尔元件和磁阻元件之后,又出现了一类新型半导体磁敏元件,叫做磁敏二极管和磁敏三极管,它们对磁场的灵敏度很高,比霍尔元件高数百甚至数千倍,而且还能区别磁场的方向。

图 1-2-44 所示为磁敏二极管的结构图,在高纯度锗片的两端用合金法制成 P 型和 N 型区域,中间称为近本征区 i,其长度应大于载流子的扩散长度,为了提高它的磁敏度的不对称性,在 i 区的一个侧面上,用扩散杂质或喷沙的方法制成高复合区 r,而在相对的另一侧保持为光滑无复合表面,这样便形成 P^+-i-N^+ 型磁敏二极管。在电路中用图 1-2-44(b)所示符号表示。加横线处为高复合区。

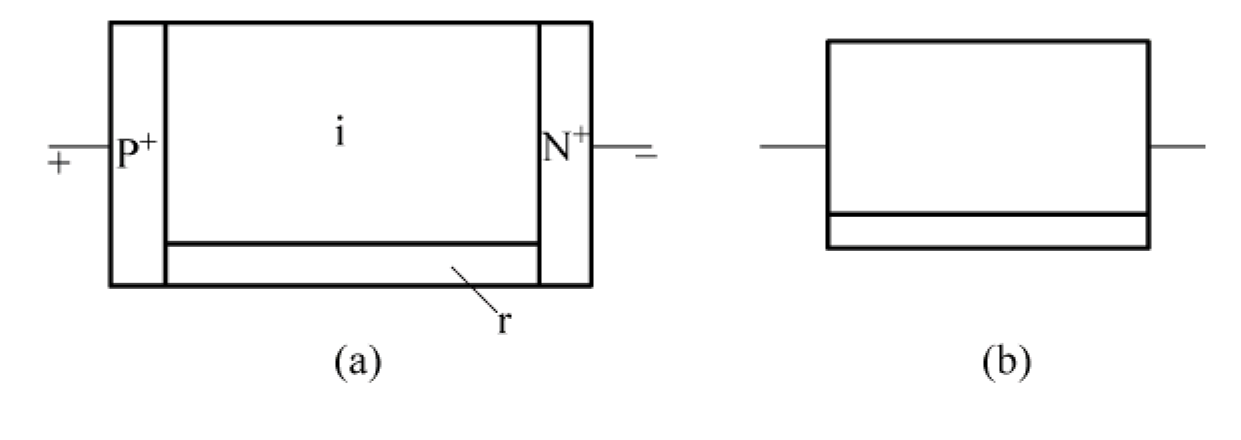


图 1-2-44　磁敏二极管

加正向偏压(即 P 接正极,N 接负极)时,若无外磁场作用(即 $B=0$),将由 P^+、N^+ 区向 i 区注入大量的载流子(空穴和电子),仅有少数空穴和电子复合,因此,通过 P^+-i-N^+ 的电流密度大,即电阻小,如图 1-2-45(a)所示。

若在正向磁场作用下，即如图 1-2-45(b)所示，由 P^+、N^+ 区注入 i 区的空穴和电子受洛伦兹力的作用，均向高复合区偏转，载流子很快复合，这个复合率比没有磁场作用时大得多，因此，载流子密度减小，电阻增加，其结果使 i 区压降增大，而分配在 P^+-i 结和 N^+-i 结的偏压减小，进而控制了载流子的注入量，使 i 区电阻进一步增加，直到稳定为止。最后，由于正向磁场作用的结果，磁敏二极管的电阻增加。

若在反向磁场作用下，如图 1-2-45(c)所示，洛伦兹力使载流子背离复合区，因而复合作用减弱，i 区载流子密度增加，电阻减小，其结果使 i 区压降减小，而分配在 P^+-i 结和 N^+-i 结的偏压增大，这将进一步使载流子向 i 区注入，使 i 区电阻更加减小，直到某种稳定状态。最后，由于反方向磁场作用的结果，磁敏二极管的电阻减小。

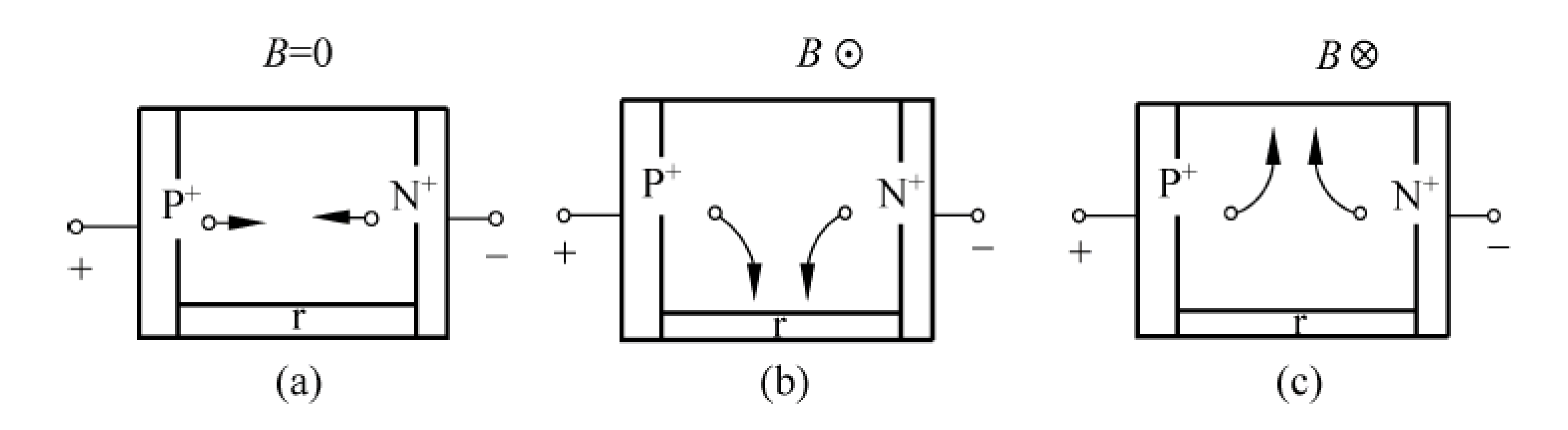


图 1-2-45　磁敏二极管的工作原理

由上述可知，磁敏二极管在正向磁场作用下电阻增加，在反向磁场作用下电阻减小，因而取名为磁敏二极管。

磁敏二极管的基本特性，可用图 1-2-46 所示伏安特性曲线表示。图中有五条曲线，中间一条为无外磁场作用时的伏安特性曲线，右下方的两条曲线为正向磁场 B_+ 作用下的伏安特性，比较两条曲线可看出，正向磁场越强，电阻值越大；左上方的两条曲线为反向磁场 B_- 作用下的伏安特性，比较两条曲线可看出，反向磁场越强，电阻值越小。

图 1-2-47 给出了硅磁敏二极管的输出电压 $\Delta U = U_H - U_0$ 和磁场 B 的关系曲线，其中 U_H、U_0 分别是磁场为 B 和为零时磁敏二极管两端的电压。由 ΔU-B 曲线可以看出，磁敏二极管的正向磁灵敏度大于反向磁灵敏度，而且在低场范围内 ΔU 和 B_+ 呈线性关系。

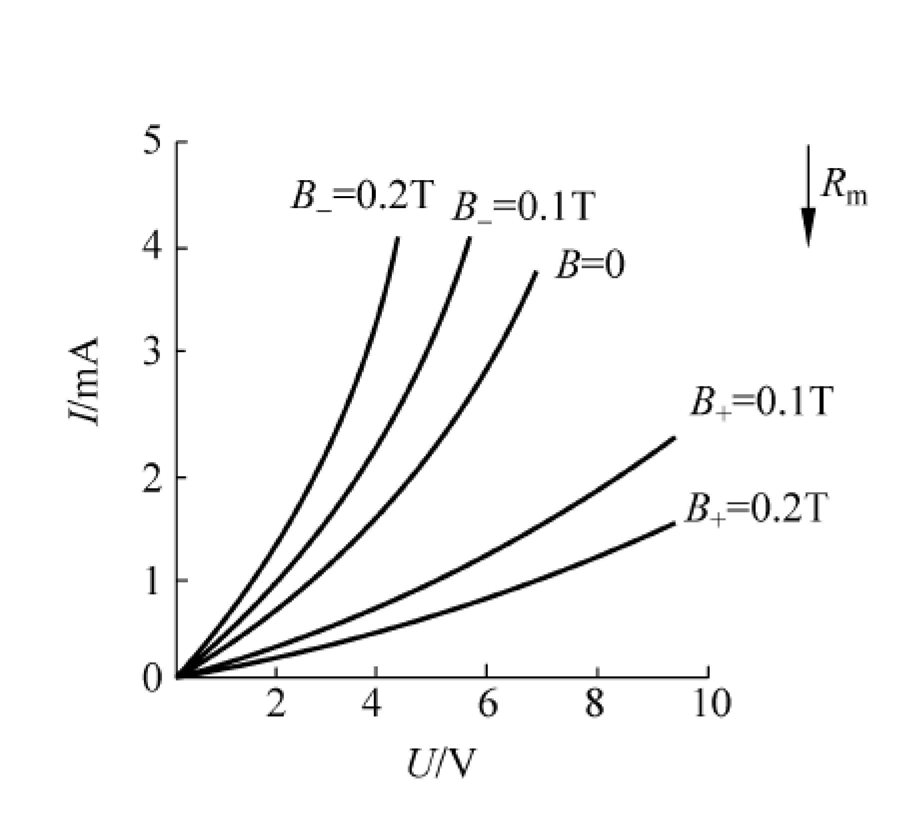




图 1-2-46　伏安特性与电磁场的关系

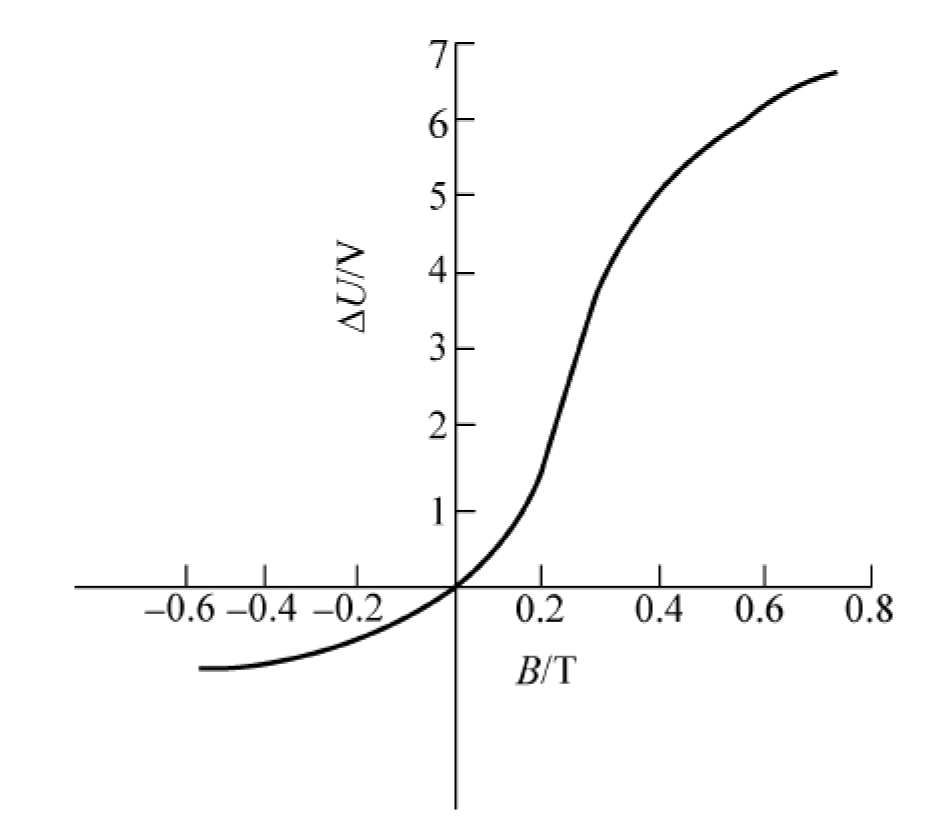


图 1-2-47　硅磁敏二极管的 ΔU-B 曲线

磁敏二极管的特点是体积小、功耗小、灵敏度高、频率特性好，所以应用范围很广。通常它的灵敏度高达 $10^4\,V(A \cdot T)^{-1}$，不用放大器便可直接测量。在 10^{-1}T 以下的低场范围内，

ΔU 和 B 之间呈线性关系，所以磁敏二极管特别适合于测量低磁场。此外，磁敏二极管的噪声、漂移和温度系数大，在精度方面不如霍尔元件，但其作为一种新型的磁敏元件，随着性能的改善和提高，仍有着广泛的发展前途。

磁敏三极管是在磁敏二极管的基础上发展起来的，它的灵敏度比磁敏二极管还要高几倍至十几倍。

2.4.3　强磁性金属薄膜磁阻元件

强磁性金属薄膜磁阻元件是用坡莫合金制成的，常称为各向异性磁电阻(anisotropic magnetoresistance，AMR)，这种元件完全不同于半导体磁阻元件，它的温度系数小，使用温度高，频率特性好，而且材料的物理、化学特性都非常稳定。

在磁场中强磁性金属电阻率发生变化的现象称为强磁性金属磁阻效应。在强磁场中，当磁场大于某一值时，强磁性金属的电阻率与磁化方向和电流方向的夹角有关，而与磁场强度无关，也就是说，强磁性金属的磁阻效应随磁场方向不同而产生各向异性变化。当磁场方向与电流方向垂直时，它的电阻率最小，用 $\rho_\perp$ 表示垂直电阻率；当磁场方向与电流方向平行时，它的电阻率最大，用 $\rho_{/\!/}$ 表示平行电阻率。这样，当磁场方向与电流方向夹角为 θ 时，其电阻率为

$$\rho(\theta) = \rho_\perp \sin^2\theta + \rho_{/\!/} \cos^2\theta \tag{1-2-116}$$

图 1-2-48(a)是一种三端型金属薄膜磁阻元件，它是由特性和尺寸完全一样的金属薄膜折线 k 和 l 相互垂直配置而成。其工作原理线路如图 1-2-48(b)所示，在 ac 端加偏置电压 U_0，bc 为输出端。在平行于元件平面上加足够的磁场，使其磁化到饱和，当磁场方向与 k 折线的电流方向成 θ 角时，则 k 和 l 上的电阻率分别为

$$\left.\begin{aligned} \rho_k(\theta) &= \rho_\perp \sin^2\theta + \rho_{/\!/} \cos^2\theta \\ \rho_l(\theta) &= \rho_\perp \cos^2\theta + \rho_{/\!/} \sin^2\theta \end{aligned}\right\} \tag{1-2-117}$$

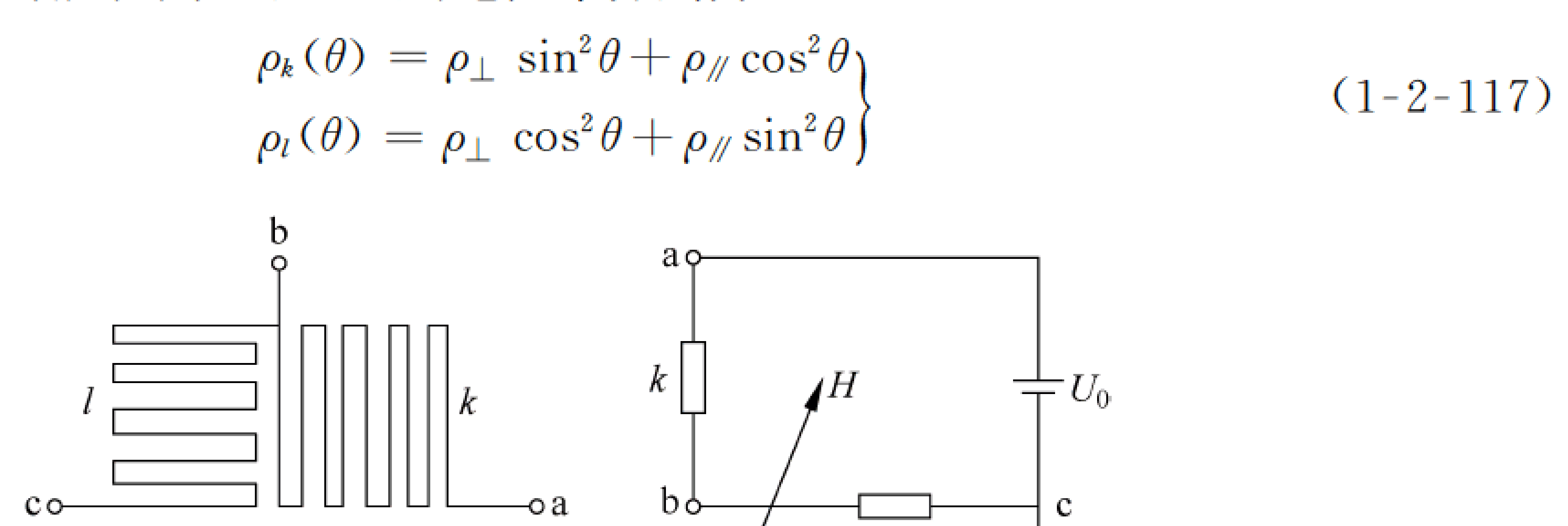


图 1-2-48　三端型磁阻元件

bc 端输出的电压为

$$\begin{aligned} U_{bc}(\theta) &= \frac{\rho_l(\theta)}{\rho_k(\theta) + \rho_l(\theta)} U_0 \\ &= \frac{U_0}{2} - \frac{\Delta\rho U_0}{4\rho_0} \cos 2\theta \\ &= \frac{U_0}{2} - \Delta U \end{aligned} \tag{1-2-118}$$

式中，$\Delta\rho = \rho_{/\!/} - \rho_\perp$；$\rho_0 = (\rho_{/\!/} + \rho_\perp)/2$；$\Delta U = \dfrac{\Delta\rho U_0}{4\rho_0}\cos 2\theta$。等式右边第一项表示退磁状态下或 $\theta = 45°$时的输出电压；第二项表示随着磁场方向变化的输出电压。

从式(1-2-118)可知,三端型磁阻元件要获得较大变化幅度的输出电压,必须选用 $\Delta\rho/\rho_0$ 值最大的强磁性材料;要提高输出电压,应增加电源电压 U_0,但考虑元件的功耗问题,需要增加元件的电阻。为此,采用图 1-2-48 所示的金属薄膜折线结构。

如图 1-2-49(a)所示为一种四端磁阻元件,它是由两个三端磁阻元件 k、l、k'、l' 组成,其原理电路如图 1-2-49(b)所示,在 ac 端加偏置电压 U_0,输出从 bb′引出。当磁场方向与 k 折线的电流 I 的夹角为 θ 时,输出电压为三端元件输出电压变化部分 ΔU 的 2 倍,即 $U_{bb'}=2\Delta U$。若事先在与 I 为 45°方向上加一偏置磁场 H_s,使元件磁化到饱和,此时,$U_{bb'}=0$。当在与 I 垂直的方向加一被测磁场 H_x 时,H_x 和 H_s 的合成磁场为 H_θ,如图 1-2-50 所示,显然,被测磁场 H_x 的大小不同,合成磁场 H_θ 与电流 I 的夹角就发生变化,因而元件输出电压也跟着变化,这样,测出元件的输出电压便可求出被测磁场值。

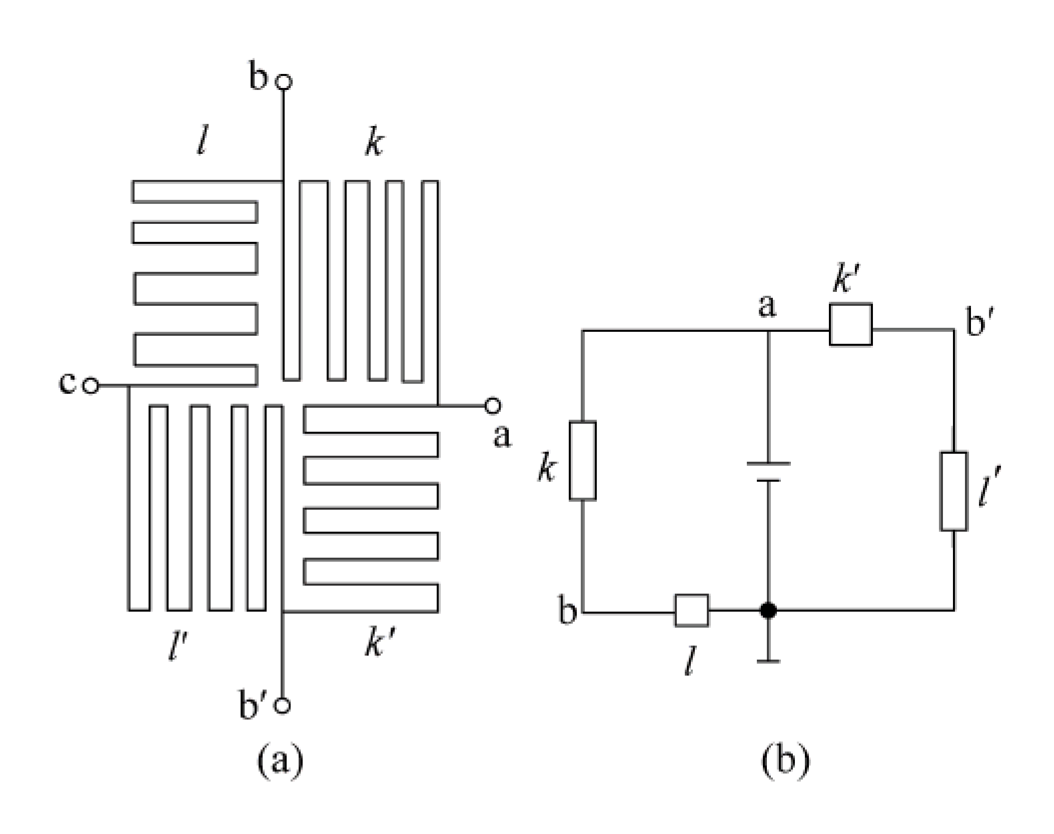


图 1-2-49 桥式四端磁阻元件

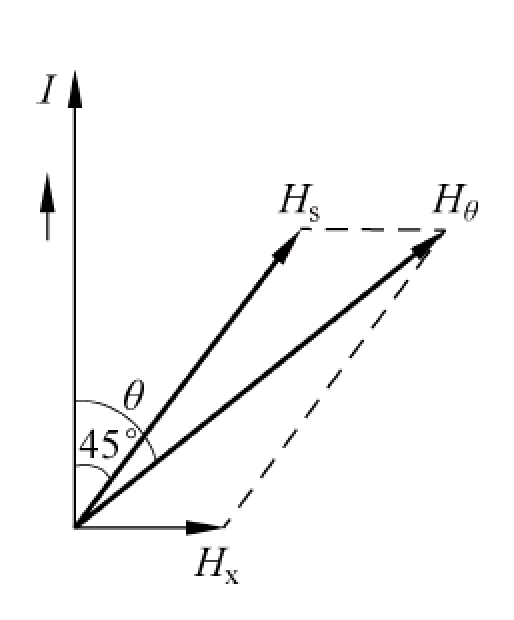


图 1-2-50 H_x 对合成场 H_θ

25 磁 共 振 法

许多微观粒子,如原子、电子、质子等具有磁矩,这些具有磁矩的微观粒子若处于某一磁场中,便会选择性地吸收或辐射一定频率的电磁波,从而引起彼此之间的能量交换,这一现象称为磁共振。

根据引起共振微观粒子的不同,磁共振分为核磁共振、电子顺磁共振、光泵共振等方法,但以核磁共振应用最为广泛。下面将重点介绍核磁共振,并简单介绍电子顺磁共振和光泵共振。

2.5.1 核磁共振法

1. 核磁共振原理

核磁共振现象是布洛赫和珀赛尔等人几乎在同一时间各自独立发现的。布洛赫用的是感应法,在发生共振时,样品中的原子核能够在包围样品的线圈中感应出一个信号。珀赛尔的方法是根据发生共振时样品吸收射频场的能量来观察核磁共振现象,称为吸收法。

实验证明,大多数原子核好像陀螺一样,围绕某个轴作自身旋转运动,这种运动称为原子核的自旋运动。进行自旋运动的原子核都具有一定的自旋角动量 P 和核磁矩 μ,它们之间的关系为

$$\mu = \gamma P \tag{1-2-119}$$

式中,γ 是核磁矩与角动量的比率,称为旋磁比,其大小为

$$\gamma = \frac{ge}{2mc} \tag{1-2-120}$$

式中,g 为兰德因子;c 为光速;m 为核质量;e 为核电荷。由上式可知,旋磁比与原子核的运动特性无关,只依赖于核电荷与它的质量之比。对不同的原子核有不同的旋磁比,因此,γ 是描述原子核特性的一个参数。

如果将原子核置于恒定均匀磁场 B_0 中,核磁矩就要一边高速自旋,一边绕 B_0 旋转,其合成结果为以角速度 $\omega_0(\omega_0=\gamma B_0)$ 绕着 B_0 做旋进运动,如图 1-2-51 所示。这种运动与重力场中做旋进运动的陀螺相似,故称为拉莫进动。

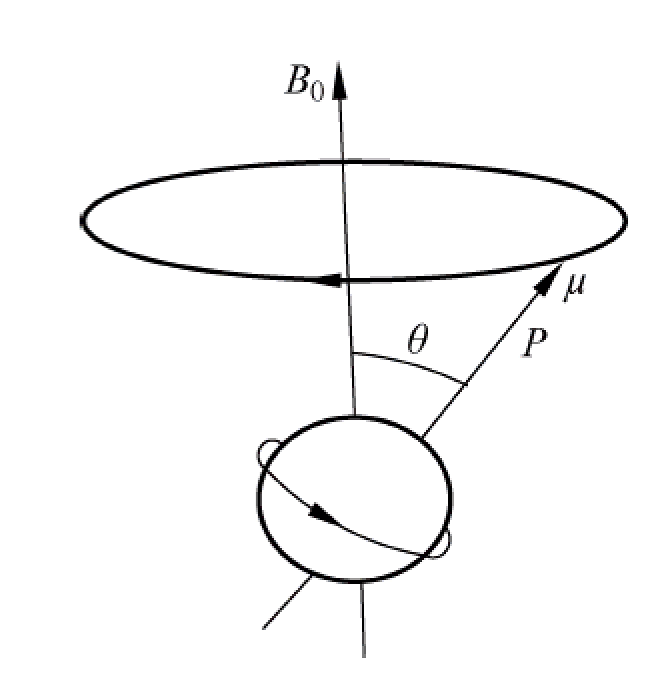


图 1-2-51　核在恒定磁场中的进动

众所周知,进动着的陀螺欲维持进动,就要不断地对它做功。对于进动着的原子核系统,欲使其维持进动,也要不断对它做功。为此,在垂直于 B_0 的平面内,加以角频率为 ω_1 的交变磁场 B_1。如果 $\omega_1 \neq \omega_0$,μ 与 B_1 的相对位置发生连续变化,因而 μ 与 B_1 的相互作用效果为零,则 μ 的进动将逐渐减弱,直至停止。如果 $\omega_1=\omega_0$,B_1 将助长 μ 的进动,由于 μ 与 B_1 之间是相对静止的,μ 在“静止磁场”B_1 的作用下,就要围绕 B_1 发生进动,一般 $B_1 \ll B_0$,所以进动比较缓慢,这种进动力使 μ 处于 B_1 的方向,使得 μ 与 B_0 之间的夹角 θ 增加,当 θ 增加时,核磁矩就要从交变磁场中吸取能量,这种现象称为核磁共振(nuclear magnetic resonance,NMR)。产生核磁共振的条件是外加交变磁场的角频率等于原子核的进动角频率,即

$$\omega_1 = \omega_0 = \gamma B_0 \tag{1-2-121}$$

前面对原子核运动的分析采用的是经典力学的观点。而实际上,粒子属于微观物质,它们的运动规律与宏观物体不同,是没有运动轨迹的。实践证明,微观粒子的运动是服从量子规律的。按量子力学理论,微观粒子中的许多量,如角动量、能量等都是不连续的,或者说是量子化的。核磁矩在恒定磁场中有一定的取向,每一种取向相当于一个能级,在热平衡状态下,各能级的核子数按玻尔兹曼分布,即处于低能级的核子数比处于高能级的多,当加上交变磁场时,低能级向高能级跃迁的核子数多于高能级向低能级跃迁的核子数,因此总的来看,核子系统吸收了能量。但随着能量的吸收,两种相反方向跃迁的核子数逐渐趋于相等,就不会再发生能量吸收。实际上,跃迁除了通过辐射方式外,还可以通过无辐射的方式进行,无辐射方式只适于使处于高能级的核子返回到低能级,并同时把多余的一部分能量释放到周围。这样,只要交变磁场不太大,无辐射跃迁可以吸收电磁场的跃迁相平衡,最后达到一个稳定状态,能始终保持一定的能量吸收。

按量子力学观点,原子核磁矩在恒定磁场中,能量分裂是等距的,相邻能级之间的能量差为

$$\Delta E = \gamma h B_0 = \frac{\gamma h}{2\pi} B_0 \tag{1-2-122}$$

式中,γ 为旋磁比;h 为普朗克常数。如果在垂直于 B_0 方向上加一个交变磁场,当交变磁场

频率所决定的能量量子 hf_1 正好等于 ΔE 时，就会导致原子核的能级跃迁，从而引起原子核对电磁波的吸收或辐射，这种现象就是核磁共振。综上所述，核磁共振条件为

$$\left.\begin{aligned} hf_1 &= \frac{\gamma h}{2\pi}B_0 \\ 2\pi f_1 &= \omega_1 = \gamma B_0 \end{aligned}\right\} \tag{1-2-123}$$

上面得出的核磁共振条件与经典法求出的是一致的。量子力学的方法适于严格的理论分析和计算，而对一般情况用经典力学的方法更为简单、直观。

2. 弛豫过程

以上主要研究了单个原子核的性质以及它们在磁场中的行为，但单个原子核不可能作为实验中的样品，实验样品必须由大量的原子核和电子组成，而它们之间有着各种各样的相互作用，因此，我们需要进一步研究原子核系统在磁场中的宏观行为。

布洛赫提出用核磁化强度矢量 $\boldsymbol{M}$ 来描述原子核系统的宏观特性，$\boldsymbol{M}$ 为单位样品体积内的核磁矩 μ 的矢量和，并用一个弛豫过程来等效自旋系统的能量损失，从而建立了核磁共振的宏观理论。

在恒定磁场 B_0（设 B_0 沿 z 轴方向）中，原子核系统按玻尔兹曼分布，合成核磁化强度矢量沿磁场方向，如图 1-2-52 所示，$\boldsymbol{M}$ 是静止的，因此，这种状态称为平衡状态。如果在 xy 平面上交变磁场，$\boldsymbol{M}$ 会偏离平衡位置，并绕恒定磁场 B_0 进动，这时 $\boldsymbol{M}$ 的纵向分量小于平衡值，并出现横向分量，如图 1-2-53 所示，称为不平衡状态。若交变磁场停止作用，系统的不平衡状态便不能维持下去，系统将会自动地向平衡状态恢复，但这种恢复过程不能马上完成，而需要一定的时间，我们把原子核系统从不平衡状态向平衡状态恢复的过程称为弛豫过程。

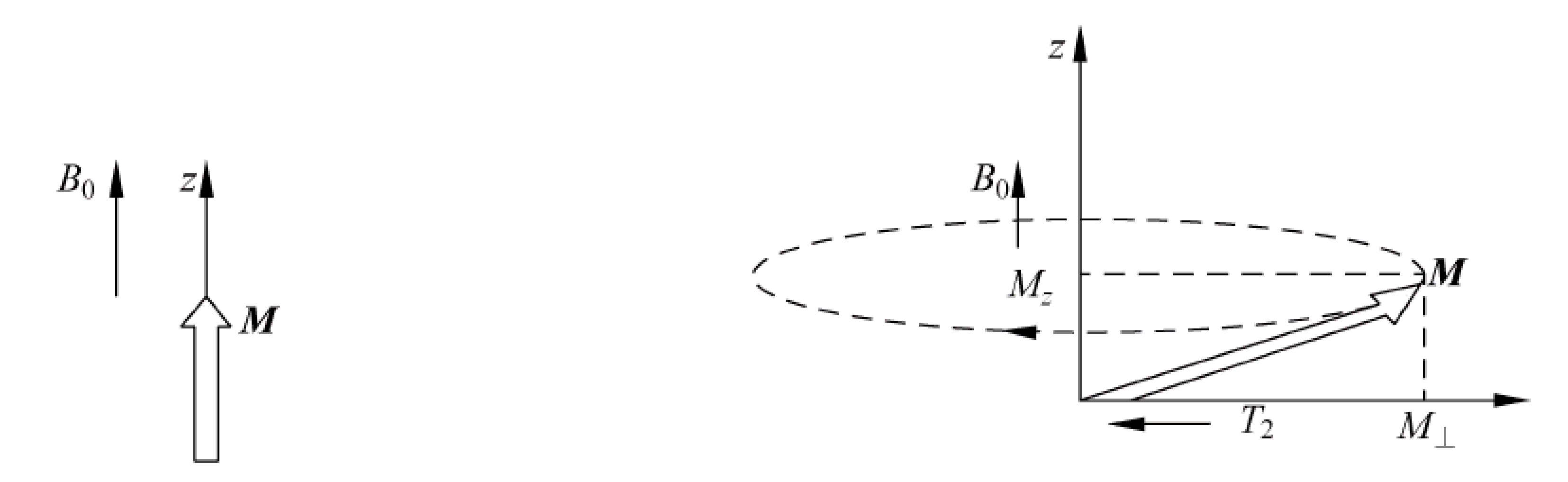


图 1-2-52　平衡状态下的 $\boldsymbol{M}$　　　图 1-2-53　不平衡状态下的 $\boldsymbol{M}$

实验证明，M_z 和 $M_\perp$ 向平衡位置恢复的速度和它们离开平衡位置的程度成正比，因此这两个分量对时间的导数可写为

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}M_z}{\mathrm{d}t} &= -\frac{M_z - M_0}{T_1} \\ \frac{\mathrm{d}M_\perp}{\mathrm{d}t} &= -\frac{M_\perp}{T_2} \end{aligned}\right\} \tag{1-2-124}$$

式中负号表明弛豫过程是 $\boldsymbol{M}$ 建立的逆过程。由此得出 M_z 和 $M_\perp$ 的恢复过程应当服从指数规律，即

$$\left.\begin{aligned} M_z &= M_0(1 - \mathrm{e}^{-t/T_1}) \\ M_\perp &= M_{\perp\max}\mathrm{e}^{-t/T_2} \end{aligned}\right\} \tag{1-2-125}$$

式中，$M_{\perp\max}$ 为 $M_\perp$ 的初始值；T_1、T_2 具有时间量纲，因此称弛豫时间。

T_1 是描述 M_z 恢复过程的时间常数，称为纵向弛豫时间。它的大小主要决定于核自旋系统与晶格(周围介质)的相互作用，所以 T_1 又称为自旋-晶格弛豫时间。在恒定磁场 B_0 中，由于这种弛豫过程的存在，核自旋系统才能最终按玻尔兹曼分布，使核系统处于平衡状态。当加上交变磁场后，也是靠这种过程维持共振吸收，从而克服了共振饱和现象。弛豫过程实际就是核子从高能级返至低能级的种种辐射跃迁过程。弛豫时间 T_1 决定自旋系统从混乱到按玻尔兹曼分布所需的时间。在液体中粒子的无规则运动比固体的快得多，因此，液体的 T_1 比固体的 T_1 小，液体的 T_1 一般为 1s 左右，而固体的 T_1 可达 10^4 s，若在液体中加入顺磁性分子或离子，T_1 更短，有时可以小于 10^{-4} s，从而提高了液体弛豫过程的效率，更有利于观察共振现象。

T_2 是描述 $M_\perp$ 恢复过程的时间常数，因此称为横向弛豫时间。T_2 主要是由核自旋系统内部交换能量所引起的，故 T_2 又称为自旋-自旋弛豫时间。除了自旋-自旋相互作用以外，样品体积内磁场的非均匀性 ΔB_0 对 T_2 的影响也很大。因此，可以把 T_2 写成两部分，即

$$\frac{1}{T_2}=\frac{1}{T_2'}+\frac{1}{T_2''} \tag{1-2-126}$$

式中，T_2' 为在均匀磁场中的横向弛豫时间；T_2'' 为考虑磁场非均匀性 ΔB_0 的弛豫时间。这种过程对共振线宽起主要作用。

在一般情况下，横向弛豫要比纵向弛豫强，即

$$T_1 > T_2$$

因此，由式(1-2-125)可以看出，当交变磁场停止作用后，如果 M_z 恢复到 M_0，则 $M_\perp$ 也一定已恢复到零。反之，若 $M_\perp$ 恢复到零，则 M_z 不一定恢复到 M_0。

3. 布洛赫方程

对于原子核系统，布洛赫曾经提出假设，认为引起磁化强度矢量发生变化的因素有两个，一个是外磁场(包括恒定磁场和交变场)；另一个是核自旋系统本身的弛豫过程。这两个因素各自独立地发生作用，因此可以简单地叠加，即

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}=\gamma(M\times B)+\text{核弛豫过程}$$

其分量形式为

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}M_x}{\mathrm{d}t}&=\gamma(M_yB_z-M_zB_y)-\frac{M_x}{T_2}\\\frac{\mathrm{d}M_y}{\mathrm{d}t}&=\gamma(M_zB_x-M_xB_z)-\frac{M_y}{T_2}\\\frac{\mathrm{d}M_z}{\mathrm{d}t}&=\gamma(M_xB_y-M_yB_x)-\frac{M_z-M_0}{T_2}\end{aligned}\right\} \tag{1-2-127}$$

这就是布洛赫方程。求布洛赫方程的通解是比较麻烦的，通常只能求某种特殊情况下的解。假设 B_0 沿 z 轴方向，即 $B_0=B_z$，再在 xy 平面上加一个交变磁场 B_1，并且使 $B_1\ll B_0$。假设 B_1 是 x 轴方向上的一个线偏振场，其值为 $2B_1\cos\omega t$，这个线偏振场可以看成两个旋转方向相反、频率相同、幅值相等的旋转磁场，其幅值为线偏振场幅值的一半。从能量交换的角度出发，我们只研究其中与 $\boldsymbol{M}$ 旋转方向一致的那个旋转磁场，它在 x 轴和 y 轴上的值分别为

$$\left.\begin{aligned}\frac{\gamma B_1 T_2^2(\omega_0-\omega)}{A}M_0 B_x &= B_1\cos\omega t\\ B_y &=- B_1\sin\omega t\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}2\text{-}128)$$

将 B_x、B_y 代入式(1-2-127)，由于旋转磁场在 xy 平面内是以角速度 ω 旋转的，因此，方程式中将含有时间项，这不利于研究 $t\to\infty$ 时的稳态行为。为了消除时间项，将它们转换到随 B_1 围绕 z 轴旋转的旋转坐标系 $x'y'z'$ 中去，使 B_1 与 x' 轴重合，用 u、v 分别表示 $\boldsymbol{M}$ 在 $x'y'z'$ 坐标系中 x'、y' 方向的分量，它们之间相互交换能量，u 称为色散分量，v 称为吸收分量。在两坐标系之间的转换关系为

$$\left.\begin{aligned}M_x &= u\cos\omega t - v\sin\omega t\\ M_y &= u\sin\omega t - v\cos\omega t\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}2\text{-}129)$$

将 M_x、M_y 代入式(1-2-127)，便可得到用 u、v 表示的布洛赫方程：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} &= (\omega_0-\omega)v-\frac{u}{T_2}\\ \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} &= (\omega-\omega_0)u-\gamma B_1 M_z-\frac{v}{T_2}\\ \frac{\mathrm{d}M_z}{\mathrm{d}t} &= \gamma B_1 v-\frac{B_z-M_0}{T_1}\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}2\text{-}130)$$

上述方程的右边已不含 t 项，可用一般解法解此方程。但因过程复杂，在此仅考虑稳态解，即持续满足共振条件的解。在这种情况下，M 在旋转坐标系中是静止的，因此，u、v、M_z 都是常数，则它们对时间的导数均为零，即 $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}M_z}{\mathrm{d}t}=0$，将其代入上述方程，便可得出布洛赫方程的稳态解，即

$$\left.\begin{aligned}u &= \frac{\gamma B_1 T_2^2(\omega_0-\omega)}{A}M_0\\ v &= \frac{\gamma B_1 T_2}{A}M_0\\ M_z &= \frac{1+T_2^2(\omega_0-\omega)^2}{A}M_0\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}2\text{-}131)$$

式中，$A=1+T_2^2(\omega_0-\omega)^2+\gamma^2 B_1^2 T_1 T_2$。

根据上述结果，当 $\omega_0-\omega$ 很大，即远离共振点时，u 和 v 都趋于零，这时 $M_z\approx M_0$，系统处于平衡状态。当 $\omega_0-\omega$ 很小，即在共振点附近时，$\boldsymbol{M}$ 出现了横向分量，u、v 将很大，而 M_z 很小。如图 1-2-54 所示，在旋转坐标系中，当 $\omega<\omega_0$ 时，随着 B_1 频率的增加，$M_\perp$ 的值顺着圆周逐渐增加，在共振点处为最大；当 ω 再增加时，$M_\perp$ 逐渐减小，直至消失。由此得出如图 1-2-55 所示的 u、v 与 ω 的关系。色散分量 u 在共振点时为零，共振点两侧符号相反。吸收分量 v 在共振点时为最大，偏离共振点时急剧下降，这就是所谓的吸收共振峰。

将得到的 u、v 代入式(1-2-129)中，便得到 $\boldsymbol{M}$ 在固定坐标系中的布洛赫方程的解：

$$\left.\begin{aligned}M_x &= \frac{1}{2}M_0\gamma T_2\,\frac{T_2(\omega_0-\omega)2B_1\cos\omega t+2B_1\sin\omega t}{A}\\ M_y &= \frac{1}{2}M_0\gamma T_2\,\frac{2B_1\cos\omega t-T_2(\omega_0-\omega)2B_1\sin\omega t}{A}\\ M_z &= M_0\,\frac{1+T_2^2(\omega_0-\omega)^2}{A}\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}2\text{-}132)$$

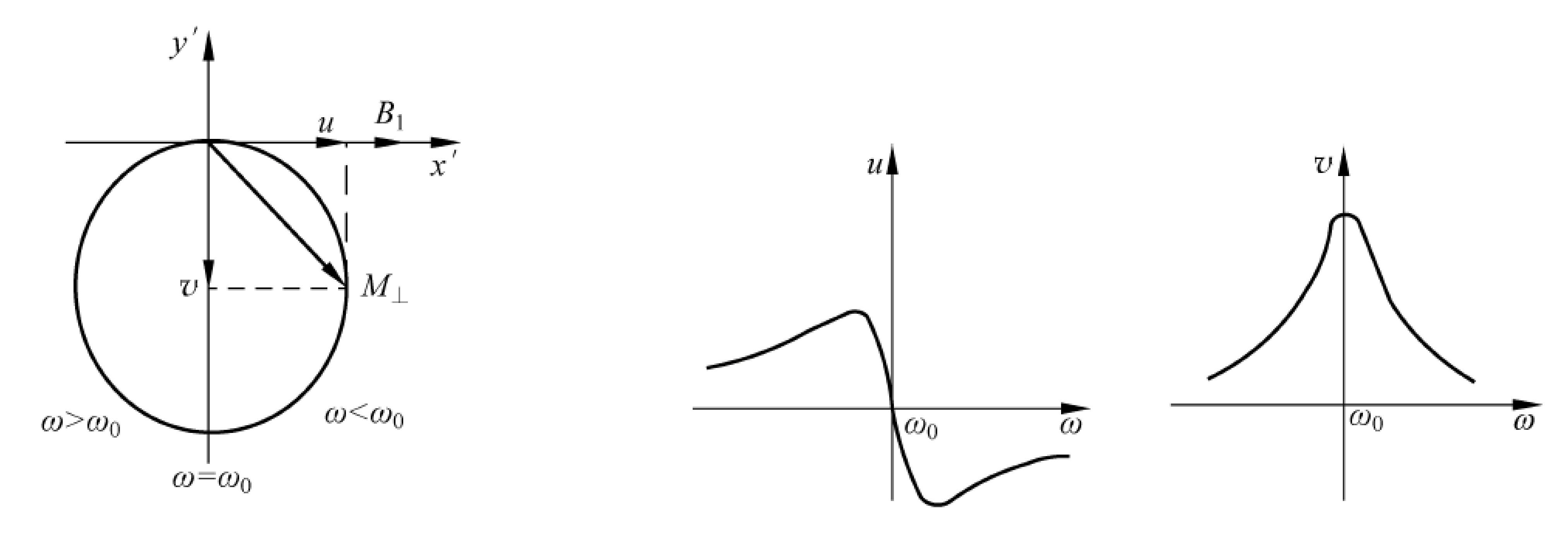


图 1-2-54　旋转坐标系中 $M_\perp$ 与 ω 之间的关系　　图 1-2-55　u、v 与 ω 之间的关系

式中，$M_0 = X_0 B_0 = X_0 \omega_0 / \gamma$。

我们感兴趣的是 M_x、M_y，因为它们是 B_1 作用的结果。由布洛赫方程的解可知，在恒定磁场 B_0 中，原子核系统由于交变磁场的作用，在 x 方向能产生两种形式的磁化强度，一种由 $2B_1\cos\omega t$ 决定，它的相位与 B_1 相同，是描述色散信号的磁场强度；另一种由 $2B_1\sin\omega t$ 决定，它的相位与 B_1 相差 90°，是描述吸收信号的磁化强度。根据上述分析，若在 x 轴上放一个接收线圈，就可检测到这两种信号，利用相敏检波器或幅度检测器，可以分别获得色散信号或吸收信号。

同理，在 y 轴上放一个接收线圈，也能分别检测到色散信号或吸收信号。当 x 轴出现色散信号时，y 轴出现吸收信号，反之亦然。

4. 核磁共振信号的检测

根据上述核磁共振原理，由核磁共振现象的观测可以测定恒定磁场。为了观测核磁共振现象，必须把 $\boldsymbol{M}$ 的运动和它的能量变化转变成为可以检测的电信号。下面主要介绍检测核磁共振信号的几种方法。

1）感应法

根据布洛赫理论，将核样品沿 z 轴方向加恒定磁场 B_0，在 x 轴加一个发射线圈 L_1，用来把线偏振射频场 $2B_1\cos\omega t$ 的能量加到样品上，在 y 轴上放一个接收线圈 L_2，用来接收核磁共振信号。这样使三者垂直，如图 1-2-56 所示。如果所加射频场的频率 ω_1 与共振频率 ω_0 不同，那么在接收线圈中就观察不到信号。当所加射频场频率满足共振条件，即 $\omega_1 = \omega_0$ 时，样品从 B_1 中吸收能量，M 在 B_1 的作用下发生进动，从而离开了平衡位置，出现了横轴分量 $M_\perp$，$M_\perp$ 在 xyz 坐标系的 xy 平面上围绕 z 轴旋转，旋转角速度等于核磁矩进动角速度 ω_0，这样旋转的 $M_\perp$ 相当于一个交变的磁通，它在接收线圈中就会感应出一个角频率为 ω_0 的交变信号，把它进行放大检波，就可获得所要观察的核磁共振信号。这种方法多用于测量弱磁场，并且要求发射线圈与接收线圈严格垂直，以避免 B_1 的能量直接进入接收线圈，影响核磁共振信号的接收。

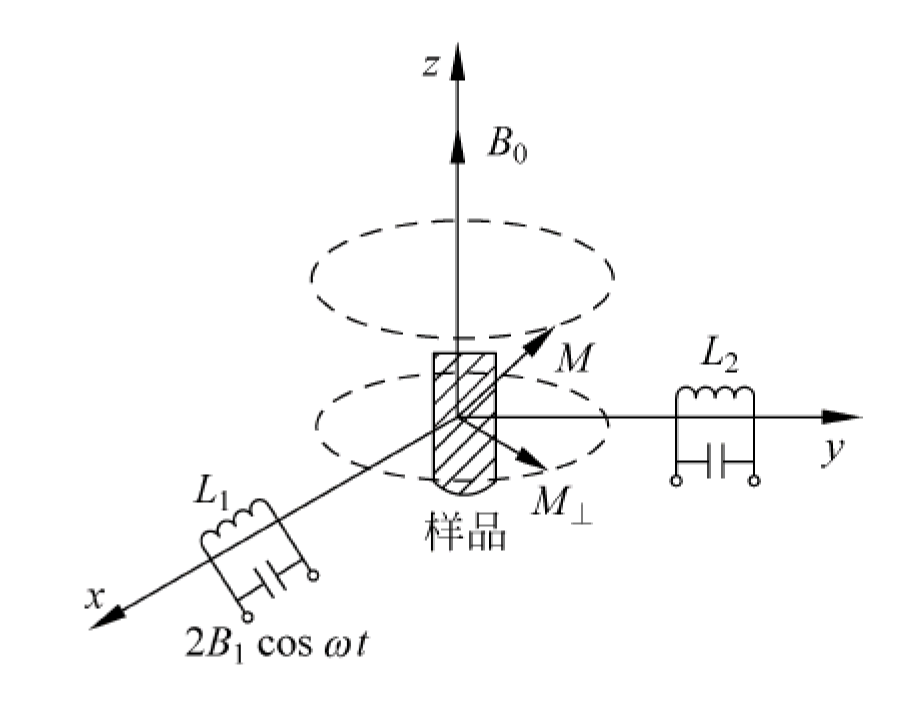


图 1-2-56　感应法检测核磁共振信号示意图

2）电桥法

这种方法是用一个高频电桥，将样品放到高频电桥的谐振回路的线圈当中，把线圈连同核样品置于被测恒定磁场中，在电桥输入端加射频振荡信号，输出端接到接收机上。当没有发生共振时，把电桥调到平衡，这时电桥的输出电压等于零或者最小值。当所加射频信号频率满足共振条件，即 $\omega_1=\omega_0$ 时，发生核磁共振现象。$\boldsymbol{M}$ 离开了平衡位置，出现了横轴分量 $M_\perp$，而 $M_\perp$ 会改变线圈的电参数，其中吸收分量改变了线圈的品质数，色散分量改变了回路的固有谐振频率，因此破坏了电桥的平衡。于是电桥的输出端会出现一个正比于核磁共振信号的电压变化，在实验中，调节电桥的相位平衡或幅值平衡，可以分别测出色散信号或者吸收信号。这种方法的缺点是温度变化及机械振动容易引起电桥参数变化，从而影响测量精度。

3）自差法

这种方法的特点是把核样品放到射频振荡器调谐回路的线圈中，再把线圈和核样品一同置于被测磁场中，此线圈既是发射装置又是接收装置。当没有发生核磁共振时，振荡器输出一定电平的高频信号，它的频率与电平决定于振荡器调谐回路的参数。当满足共振条件时，$\boldsymbol{M}$ 离开了平衡位置，出现了横向分量 $M_\perp$，根据前面讨论，$M_\perp$ 的色散分量 u 改变了振荡回路的固有频率，因此，也改变了振荡器的振荡频率，检测出这个输出频率的变化就获得了色散信号。而 $M_\perp$ 的吸收分量 v 改变了振荡回路的品质因素，从而改变了振荡器的输出电平，检测出这个电平的变化就获得了吸收信号。一般都是观察吸收信号，因为观察吸收信号方便，也有足够的灵敏度。

5. 核磁共振磁强计

根据核磁共振原理，目前已制成的磁强计，正朝着自动搜索、快速跟踪的方向发展。下面举例说明。

1）固定介质核磁共振测场仪

图 1-2-57 所示为固定介质核磁共振测场仪原理框图，主要包括测量探头、射频振荡器、低频振荡器、数字频率计和示波器等。

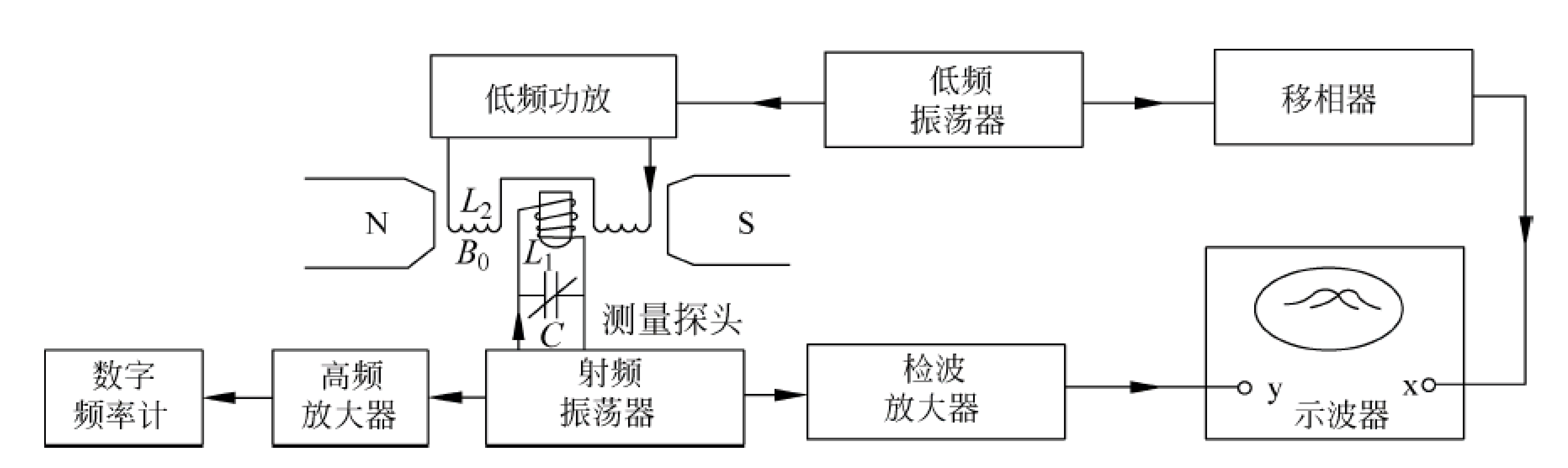


图 1-2-57 核磁共振测场仪原理框图

（1）测量探头

由核样品、射频振荡线圈 L_1 及调制线圈 L_2 所组成。射频线圈绕在装有核样品的玻璃管上，在其垂直的方向装有调制线圈。测量时，将探头插入被测磁场 B_0，并使射频线圈轴线与 B_0 垂直，调制线圈轴线与 B_0 平行。

常用的核样品有水或石油中的质子(H^1)，质子的旋转能精确测量，国际上已达到 10^{-6} 以上的测量精度，其值为 $\gamma_p=2.6751301\times10^8(T^{-1}\cdot s^{-1})$。也可采用重水中的氘核($_1H^2$)，

以及锂核、氢核等作样品。为了制造简单、使用方便，可采用容易获取的共振物质作样品。例如测 2T 以下的磁场，用水作样品；测 2～14T 的磁场，用重水作样品。

（2）射频振荡器

它是仪器的核心部分，其关键在于制作一个灵敏度高、性能稳定的边缘振荡器。边缘振荡器实际上就是处在刚刚起振的弱振荡状态，在这种状态下，振荡器对能量损失敏感，微小的能量损失能使其振荡幅度大大降低，具有明显的共振吸收现象。此外，边缘振荡时振幅较小，可避免样品饱和。边缘振荡器类型很多，下面介绍两种常用电路。

图 1-2-58 所示为鲁滨逊振荡电路，它主要由样品线圈 L、调谐电容 C 和晶体管 V_1、V_2 组成。V_1 为共集电极连接，V_2 为共基极连接，这种接法不仅拓宽了频带，而且提高了输入阻抗。V_2 是限制式放大器，其工作点和电位器 R_W 控制着电路正反馈的强度。V_2 的发射结对来自 V_1 的射频信号起检波作用，经低频放大送入示波器显示共振吸收信号。射频信号由 V_1 的发射极输出，经宽带放大至频率计，检测出振荡器振荡频率。这种方法的优点是线路简单，设计巧妙（即振荡又检波），容易起振。缺点是振荡幅度与频率有关。

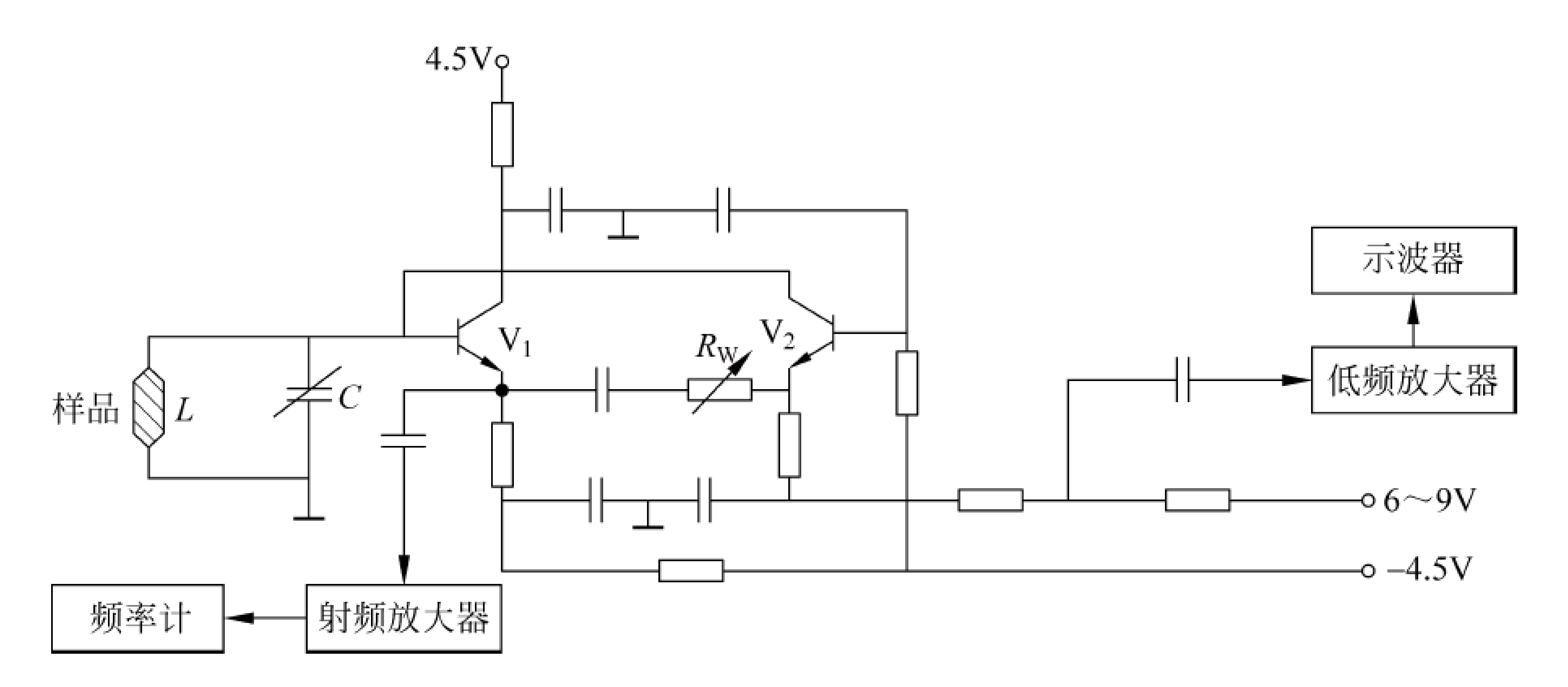


图 1-2-58　**鲁滨逊振荡电路**

图 1-2-59 所示为场效应管振荡电路。场效应管具有高输入阻抗和低噪声的特性，其对 LC 谐振回路只有轻微负载，这样振荡器就具有较高的灵敏度和较稳定的频率特性。场效应管 V_1 是源极跟随，V_2 是放大，它们通过电容 C_2 和源极电阻 R_s 实现对谐振回路的正反馈，振荡器的边缘状态由 R_s 进行调节。这种振荡器既具有电子管振荡器高输入阻抗的特性，又具有晶体管振荡器体积小的优点，是一种较为理想的边缘振荡器。

（3）调制场

图 1-2-57 中，低频振荡器的输出，一路连接到调场线圈 L_2，产生一低频调制磁场，并叠加在被测磁场 B_0 方向上；另一路经移相后送至示波器，便于在示波器上观察共振信号。若没有调制场，在实际中是无法观察到吸收共振峰的。经调制场调制后的合成场，所对应的共振频率是一个频带，射频振荡器的频率在$(\omega_0-\Delta\omega)$到$(\omega_0+\Delta\omega)$范围内，样品可以从射频场中吸收能量，当吸收能量时，射频线圈阻抗幅值下降。由于调制场是低频周期性的，因此射频信号幅度下降是周期性的，经高频检波和低频窄带放大后，为一系列的共振信号。由于送到示波器 x 轴的电压与调制场同频同相，为外同步扫描，因此在示波器上就能观察到一个明显的吸收共振峰，如图 1-2-60 所示。

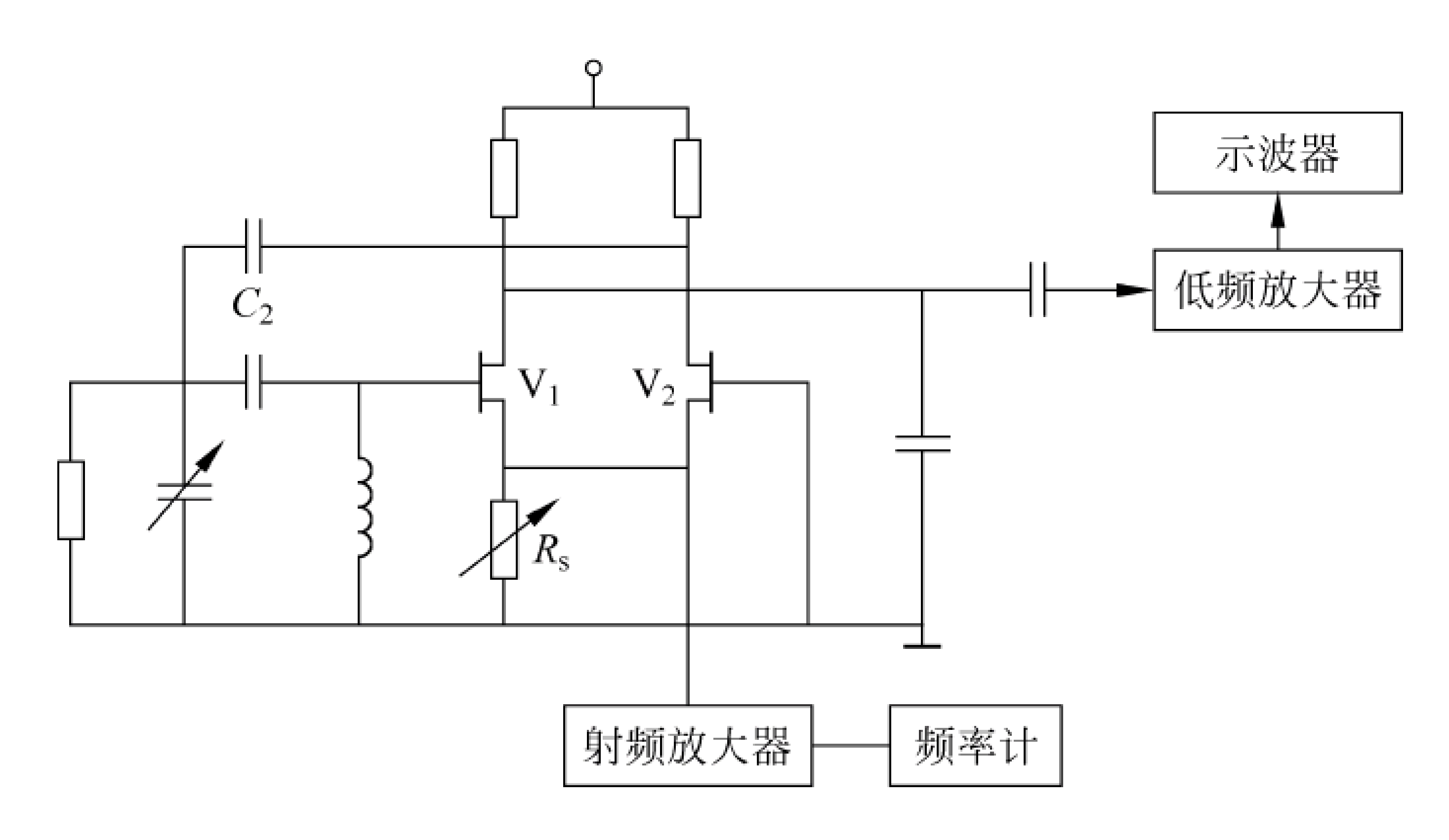


图 1-2-59 场效应管边缘振荡电路

在图 1-2-60 中，当调节射频振荡器频率为 ω_0 时，共振峰出现在示波器中心位置，对应的场值即为被测磁场值 B_0，如图 1-2-60(a)所示。如果射频场频率偏离了 ω_0，则共振峰也会偏离示波器中心点。图 1-2-60(b)所示为 $\omega<\omega_0$ 情况。由此可见，只要测出共振峰在示波器中心位置时的射频振荡器的频率，再根据 $B_0=\omega_0/\gamma$，便可计算出被测磁场值。

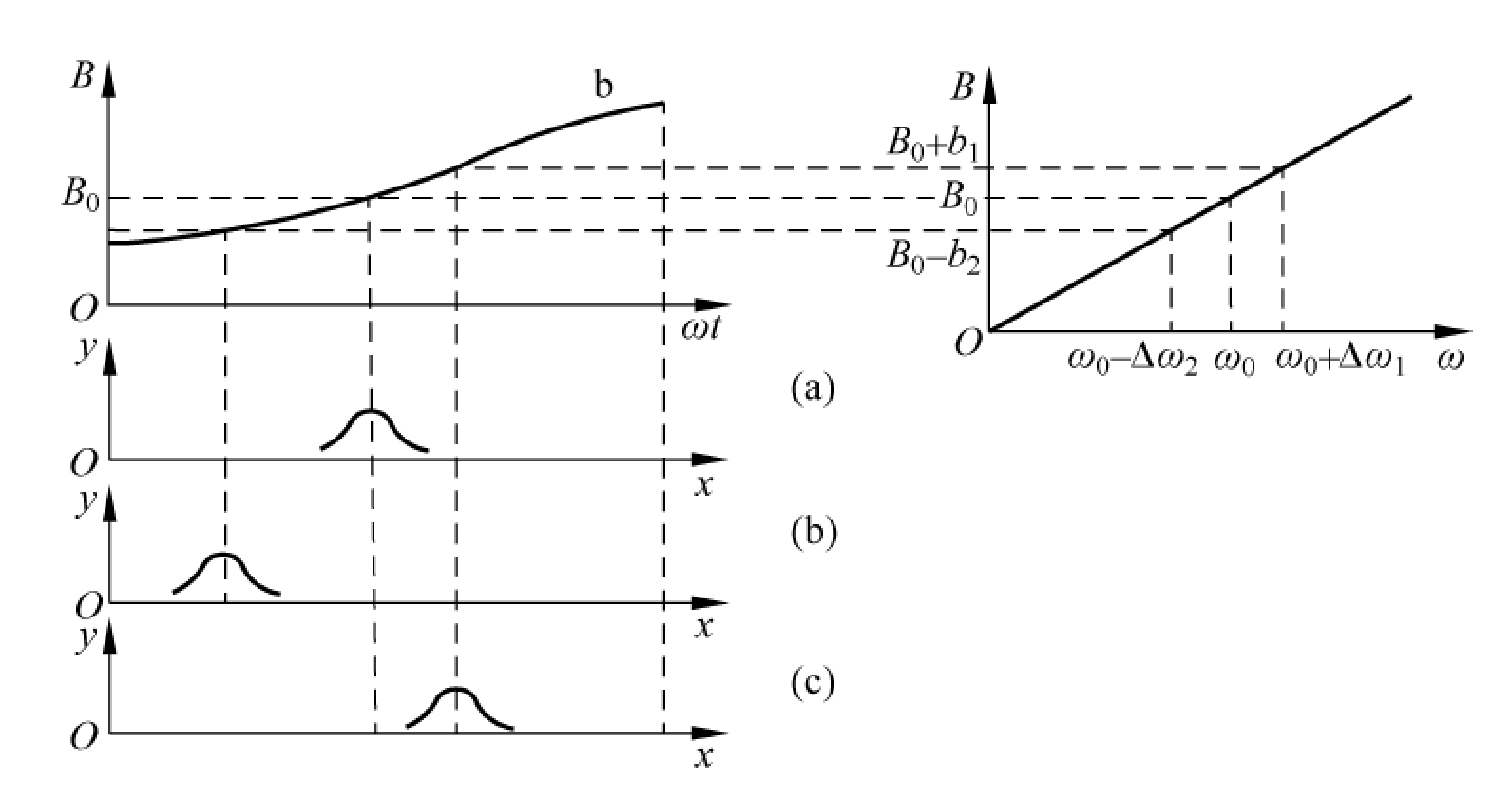


图 1-2-60 低频磁场调制下，共振信号出现的规律

（4）信噪比

核磁共振信号是非常微弱的，只有微伏数量级，为了显示和记录这个信号，必须将其进行多次放大。但在放大信号的同时，由于各种原因如输出不稳定、温度变化、本机振荡等引起的噪声也同时被放大，而且每一级放大器中还会产生更多的噪声，这样一来信号可能被淹没在噪声中而观察不到，因此提高信号与噪声之比（简称信噪比）成为提高本方法测量精度的关键。

根据理论分析，信噪比主要与下列因素有关。

① 共振频率 ω_0 越高，核磁共振信号越强，这就是说被测磁场越强，信噪比越高。反之，灵敏度将显著下降，甚至观察不到共振信号。因此，在信号未饱和的条件下，这种磁强计不适于测量弱磁场。

② 信噪比与射频场成正比。

③ 样品的旋磁比 γ 越大，信噪比越高。因此选用 γ 高的样品可提高测量灵敏度。

④ 信噪比与弛豫时间成反比，有些样品的弛豫时间很长，致使共振信号很弱，甚至观察不到共振信号，这时为了增强共振信号，可以在样品中掺入少量的顺磁物质。如在纯水中加入0.5%～1%的 FeC_3 或 $CuSO_4$，以缩短质子的弛豫时间，增强核磁共振信号。

⑤ 温度要低，调谐回路的品质因素要高，各级放大器本身的干扰噪声要小，以利于提高信噪比。

以上讨论是在待测磁场为均匀的条件下进行的，如果不均匀，就会使样品内各处磁场不同，使共振曲线变宽，信号变小，从而引起信噪比下降。因此，为保证一定的测量精度，要求待测磁场有一定的均匀度（10^{-4}以上）。

根据上述分析，可以采用相应措施抑制噪声，提高信噪比。当磁强计具有高灵敏度时，磁强计的测量精度主要决定于旋磁比 γ 和频率 f 的测量精度。γ 是物质的基本物理常数，其测量精度为 10^{-6}以上。f 用数字频率计测量，测量精度很高，一般为 $10^{-6}\sim10^{-9}$。除此以外，共振峰位置是否准确、样品中轨道电子的抗磁屏蔽影响、信号频率不稳定及噪声带来的影响等因素在正常情况下影响极微，而且在相对测量时可以消除。因此，核磁共振法测量磁场的精度为 10^{-4}以上是容易达到的，其测量精度比一般测量方法高几个数量级，是测量恒定磁场的最精密仪器。

2）自动跟踪核磁共振磁强计

核磁共振磁强计是一种精密的测磁仪器，但手动调节寻找共振信号十分困难，随着电子技术和计算机的发展，出现了自动搜索、快速跟踪核磁共振磁强计。

这里介绍一种用计算机控制的自动搜索系统，其基本原理是利用共振信号和调场信号的相位关系，判断系统是否发生核磁共振。

图1-2-61为自动跟踪核磁共振磁强计原理框图。CPU通过D/A周而复始地输出阶梯电压，经电阻 R 加到振荡回路的变容二极管V上，由于 RC 电路的作用，加到V上的不再是阶梯电压，而是其积分值。随着阶梯信号的变化，变容二极管的容值发生变化，因而改变了射频信号的频率，再经自动控制部分，从而实现搜索和自动跟踪。

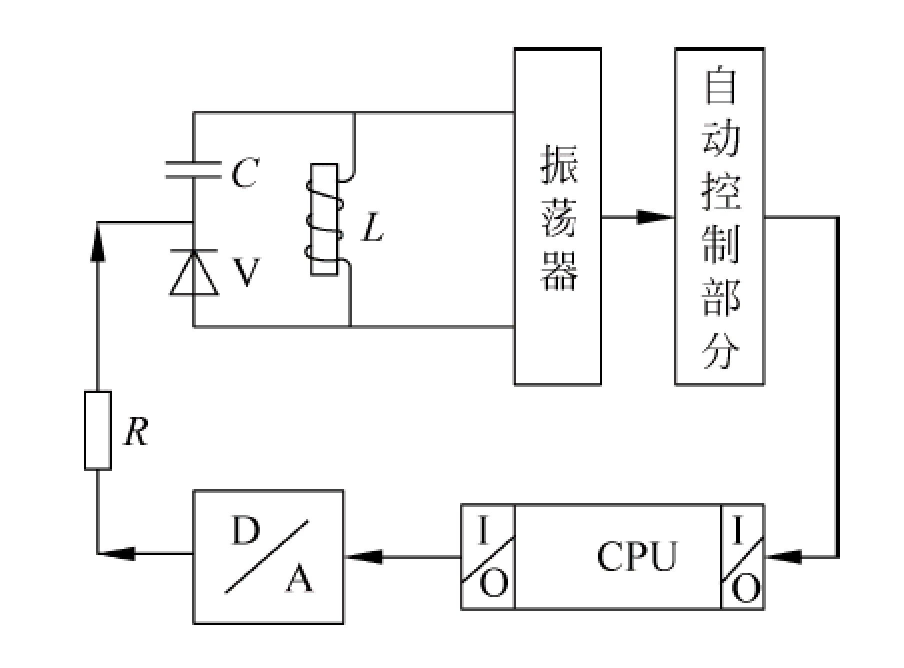


图1-2-61　自动跟踪核磁共振磁强计原理框图

自动控制部分的原理如图1-2-62所示，其分为两路，一路以调场信号作为参考信号，调场信号经过零比较器、单稳态电路后，输出周期为 T（T 为调场信号的周期）的正脉冲Ⅰ，其前沿与调场信号的一组过零信号对应，以此作为核磁共振信号的相位基准；另一路由边缘振荡器引出，经低频放大器、比较器、单稳等，输出与共振信号对应的正窄脉冲Ⅱ。将Ⅰ、Ⅱ接到与门，由与门输出作为控制信号，供微机的PIO。Ⅱ的输出与系统的共振状态对应，当系统处于分共振状态时，Ⅱ没有输出，故PIO得不到任何信号。当系统处于准共振（即处于 $\omega_0\pm\Delta\omega$ 范围内，但不在 ω_0 点）状态时，Ⅱ有正窄脉冲输出，但其相位偏离Ⅰ，因而PIO也不能获得有效的控制信号。只有当射频频率正对准 ω_0 时，Ⅱ输出的脉冲才与Ⅰ脉冲相位相同，PIO才能从与门获得一个正的控制信号。CPU检查到PIO有正控制信号输入后，立即命令输出阶梯电压保持不变，从而射频信号频率不再改变，这个频率便与被测磁场对应，如果被测磁场稳定，则这个状态被锁定。在锁定期间，CPU仍不停地搜索PIO是否每隔 T 时

间得到一个正脉冲，如果是，状态就不改变。一旦被测磁场发生变化，PIO 就得不到控制信号，锁定就被解除，阶梯信号电平继续周而复始地进行搜索，直至准确地确定被测磁场。

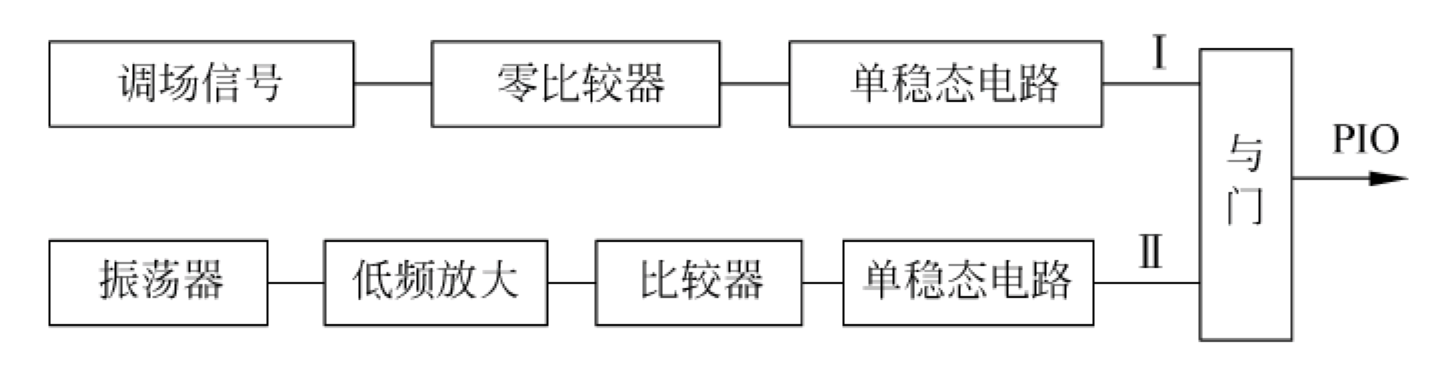


图 1-2-62 自动控制部分原理图

3）自由进动磁强计

自由进动磁强计是一种测量弱磁场的仪器，为了能观察到共振信号，在被测磁场垂直的方向上加一强的预极化场，使样品磁化，从而得到大的平衡磁化强度 M_0，然后去掉预极化场，用感应法检测 M_0 作衰减运动的频率，便可计算出被测弱磁场值。

自由进动磁强计的原理如图 1-2-63 所示，图 1-2-63(a)中，设 B_0 为被测弱磁场，将样品放在轴线与 B_0 垂直的线圈 N 中，对线圈加一个很大的电流，以产生很强的预极化场 B_x，而且使 $B_x \gg B_0$，在 B_x 和 B_0 的共同作用下，建立一个很强的磁化强度 M_0，M_0 的方向接近于 B_x 方向，然后突然切断预磁化电流，即去掉 B_x，使 B_0 的大小和方向均来不及发生变化，这时 M_0 仅受到 B_0 的作用，就要围绕 B_0 进动，进动的角频率 $\omega_0 = \gamma B_0$，因为 M_0 在 x 方向的分量很大，进动时会在线圈 N 中感应较强的信号。另外，由于弛豫作用，信号的幅度是逐步衰减的，图 1-2-63(b)所示是一个自由进动信号，测出这个信号的频率，就可以计算出被测磁场值 B_0。

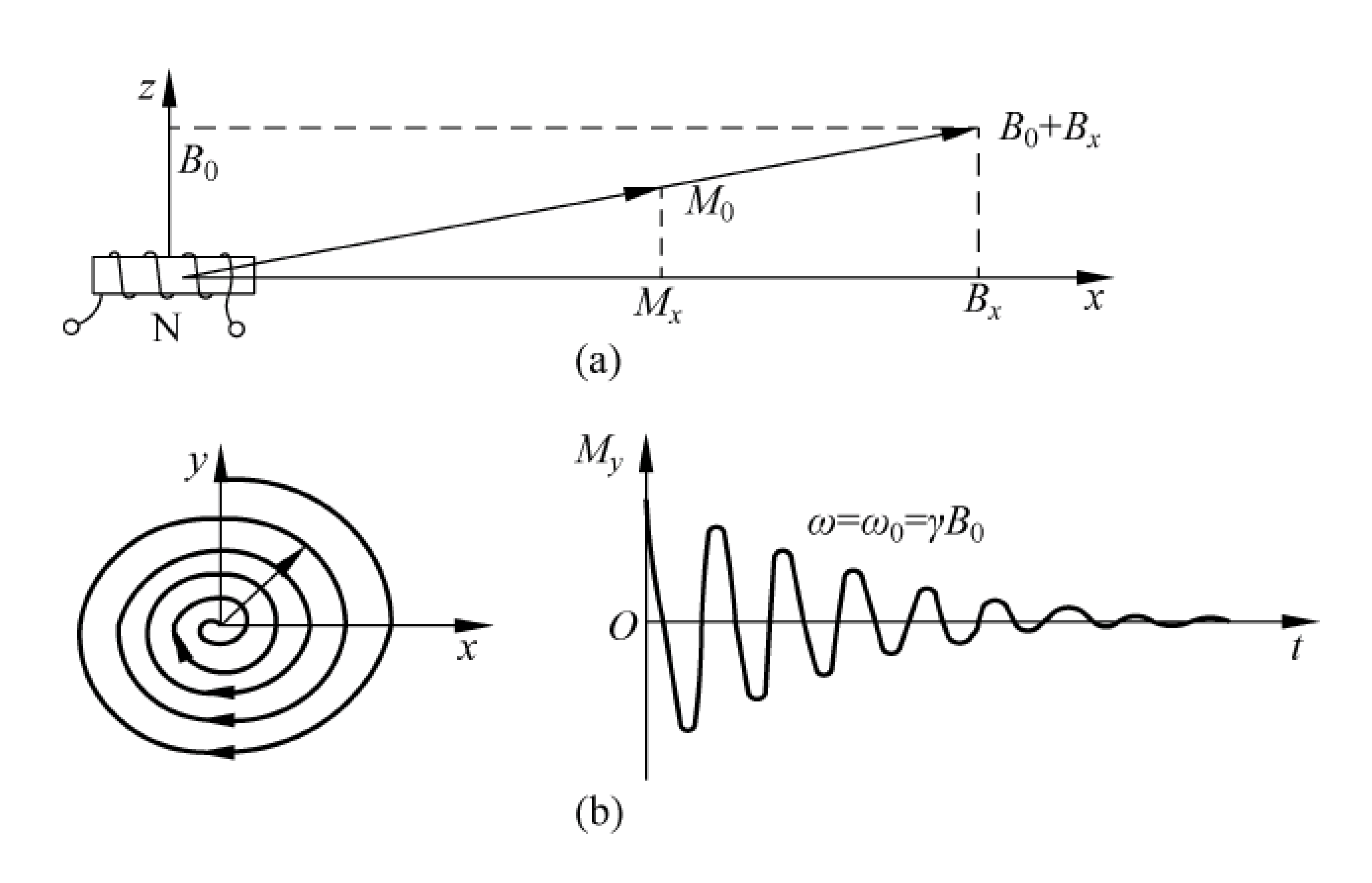


图 1-2-63 自由进动磁强计原理图

由于 M_0 的自由进动是衰减的，因此可供测量的时间由自由进动衰减时间常数 T 所决定，而 T 与核的横向弛豫时间常数 T_2、样品所在空间磁场的均匀性有关。横向弛豫时间越长，测量精度越高，能测量更弱的磁场。例如氦气(^{3}He)，它的横向弛豫时间为 1～24h，因此它可用于测量很弱的磁场。

4）流水式核磁共振磁强计

它的基本原理与前述核磁共振磁强计类似，都是处于恒定磁场中的原子核系统选择性地吸收或辐射一定频率的电磁波，从而引起其间的能量交换。但它们的结构有所不同，流水

式核磁共振磁强计结构框图如图 1-2-64 所示，其主要由预极化器 A、章动线圈 1/660、检测线圈 L_2 和 NMR 仪等部分组成。

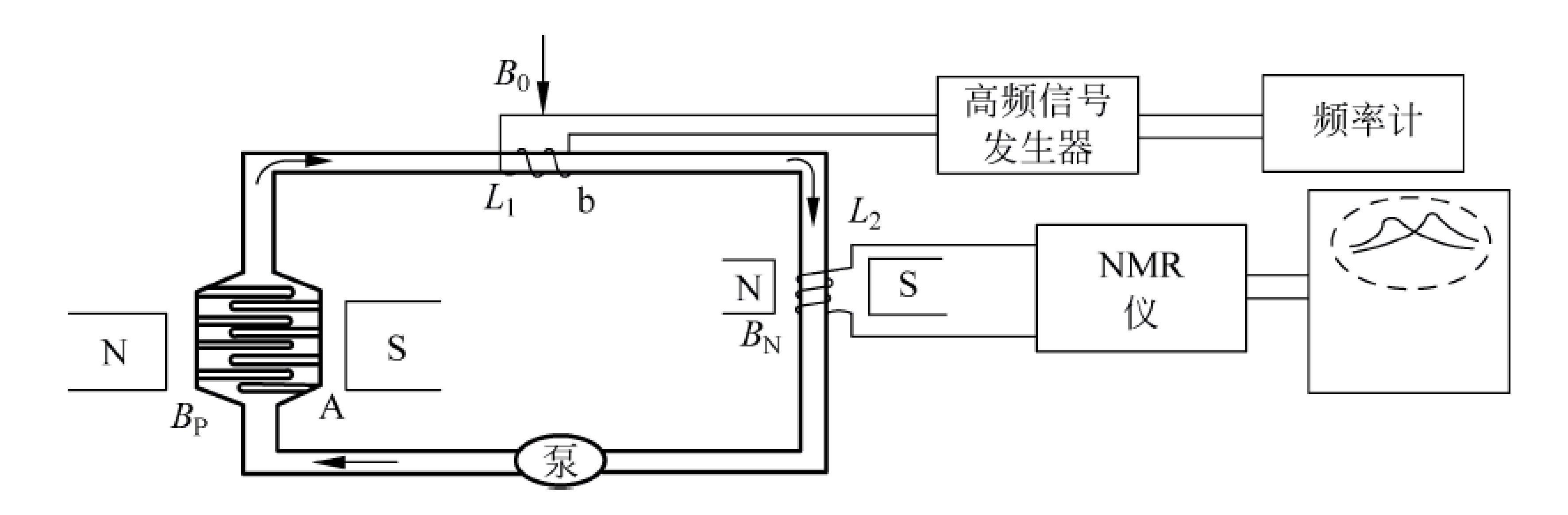


图 1-2-64　流水式核磁共振仪原理框图

这种磁强计是基于核磁化强度矢量 $\boldsymbol{M}$ 的章动效应。水从预极化器流出来，如果在小于 T_1 时间内流到检测线圈，当 NMR 仪的振荡频率 $\omega=\gamma B_N$（式中 B_N 是检测磁场）时，便可在示波器上观察到共振峰，幅度 A_0 正比于流到检测线圈的水的核磁化强度 M_0，即

$$A_0 = KM_0 \tag{1-2-133}$$

式中，K 决定于检测线圈的参数及检测场的均匀度。在高频信号发生器的激励下，章动线圈 L_1 产生高频率磁场 B，当 B 的频率接近被测磁场 B_0 的共振频率时，核样品在被测磁场处发生共振，一部分核磁矩吸收了高频磁场 B 的能量，从低能级跃迁到高能级，从宏观效果看，相当于 M 在 B_0 和 B 的共同作用下，偏转了 θ 角，使进入检测线圈的磁化强度减小，因而共振信号的幅度也相应降低，其值为

$$A = KM \tag{1-2-134}$$

这种共振信号幅度发生变化的现象称为章动现象，其变化量用 N 表示，有

$$N = A_0 - A \tag{1-2-135}$$

测出发生章动时的高频信号发生器的频率 ω_1，由共振条件 $\omega_1=\gamma B_0$ 便可计算出被测磁场值。

流水式核磁共振磁强计的特点是测量范围宽广，能测量强磁场、弱磁场、均匀磁场及不均匀磁场，缺点是结构复杂。

2.5.2　电子顺磁共振法

电子顺磁共振法的基本原理与核磁共振法相似，所不同的是引起共振的是电子系统，而不是原子系统。

由于电子的旋磁比 γ_p 比核的旋磁比 γ_p 大 660 倍，因此，对于同一频率其共振磁场要小 1/660 倍，所以电子顺磁共振法可以用来测量较弱的磁场。但应该注意，自旋相反的电子往往结成对，使合成磁矩等于零，因此，必须选用电子不成对的材料，如 1,1-二苯基-2-三硝基苯肼(DPPH)作为共振物质。另外，由于电子与电子的结合能力很强，T_2 很短，因而共振线宽，测量准确度低，其精度一般为 10^{-3} 左右。但从另一方面看，因横向弛豫时间 T_2 很小，故可采用尺寸小的样品，测量随时间变化的磁场和不太均匀的磁场，这是电子顺磁共振法的特点。

2.5.3 光泵共振法

光泵共振法是利用一定波长的光，照射置于待测磁场中的气体原子系统，使原子由低能级跃迁到高能级，导致原子发生反转过程。这一过程与水泵抽水相似，所以称为光泵或光抽运。这种方法的灵敏度高，分辨力强，特别适用于弱磁场测量，如宇宙磁探测、地磁绝对测量和磁法勘探等。此外，还可测量磁场分量及梯度磁场，且没有零点漂移，便于遥测。

光泵共振法通常用铷(^{85}Rb、^{87}Rb)、氦(^{4}He、^{3}He)和其他碱金属作样品，下面以铷原子为例，说明光泵磁强计的工作原理。

铷原子系统和其他系统一样，最稳定状态是能量最低状态，称为基态，第一激发态为 $5P_{1/2}$。由于系统中电子自旋和核自旋的交换作用，使每个态又分裂为 $F=1$ 和 $F=2$ 两个次能级。若把这种原子放在恒定磁场中，由于塞曼效应，每个次能级又分裂为 $2F+1$ 个超精细能级，这种能级用磁量子数 m_F 表示，从而形成超精细结构图，如图 1-2-65 所示。其能级间隔与被测磁场成正比，当待测磁场很弱时，能级间原子数相差甚微。若用右旋偏振光沿着磁场方向照射铷原子，根据选择定则，只有满足 $\Delta m_F=1$ 的条件，原子才能从基态跃迁到激发态，这样，处于 $m_F=2$ 的基态原子不可能跃迁到激发态。跃迁到激发态的原子是不稳定的，按选择定则，当满足 $\Delta m_F=0,\pm1$ 时，原子会自发辐射，以差不多相等的几率返回到基态所在能级。这样一来，基态中 $m_F=2$ 能级上的原子数会不断增加，其他能级上的原子数不断减少，形成原子分布的反转。继续下去，会妨碍光激发过程的进行，入射光不再被样品吸收，透过样品的光变得最强，这就是光泵的结果。此时，若在垂直被测磁场方向加入适当的射频场，便会产生共振现象，$m_F=2$ 能级上的原子受激辐射，雪崩式地逐步落到基态其他能级上，使原子分布恢复到原来的状态，因而光泵过程又重新进行。

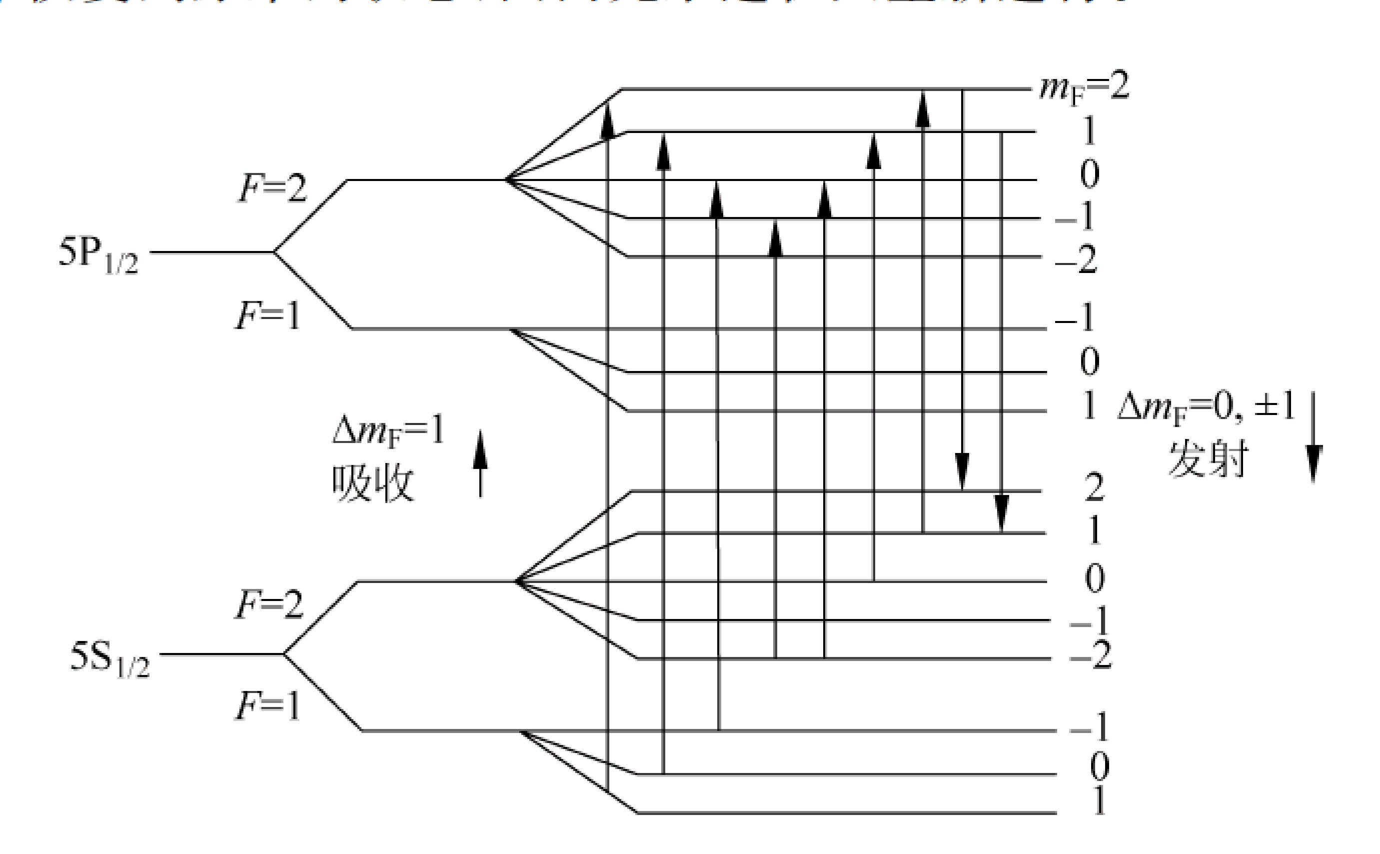


图 1-2-65 铷原子的超精细结构图

图 1-2-66 为光泵磁强计结构图，从铷灯发出的光，经过干涉滤光片、偏振片变成偏振光，照射到吸收室内，对铷蒸气进行光抽运，再由透镜聚焦于光敏元件上，当接收器接收到的电流为最大时，射频场的频率即为被测磁场的共振频率。

光泵磁强计的旋磁比大，能精确测量弱磁场。由于它是利用光指标共振信号，因此灵敏度高。

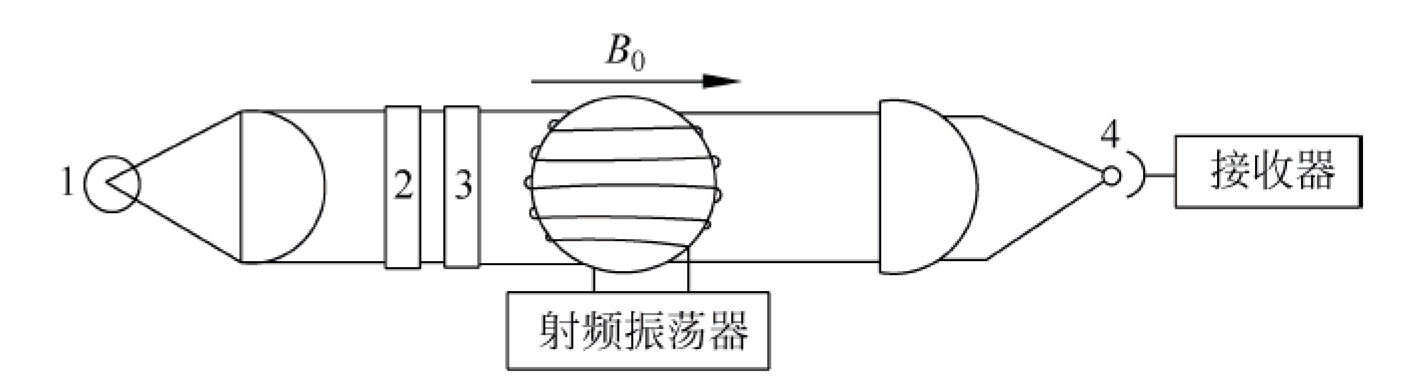


图 1-2-66　光泵磁强计结构框图

1—铷灯；2—滤光片；3—圆偏振片；4—光敏元件

26　弱连接超导效应法

基于弱连接超导效应的超导量子磁强计，是目前世界上最灵敏的测磁仪器，它可以测量 10^{-15} 的微弱磁场，能响应几兆赫快速变化的磁场，对现代科学研究及宇宙空间磁的探测具有重大意义。这种磁强计基于弱连接超导体的约瑟夫逊效应和磁通量子化效应。下面介绍其基本原理。

2.6.1　约瑟夫逊效应

1962 年约瑟夫逊从理论上指出，当两块超导体之间的绝缘层减小到一定程度（1.0～3.0nm）时，能让很小的超导电流从一个超导体流向另一个超导体，这种现象称为约瑟夫逊效应。这种效应是超导体的特有物理现象，发生在两个超导体的弱连接处，这种弱连结称为约瑟夫逊结或超导结。常用的超导结有薄膜隧道结、点接触结和超导桥，如图 1-2-67 所示。

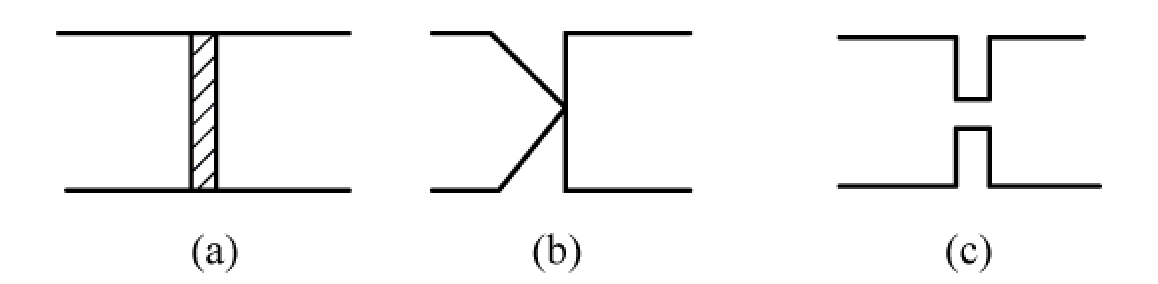


图 1-2-67　常用的几种超导结

(a) 薄膜隧道结；(b) 点接触结；(c) 超导桥

约瑟夫逊指出，超导结的特性类似于单块超导体，当通过结的电流小于某一临界值 I_c 时，结中有电流通过而不产生压降，这种现象称为直流约瑟夫逊效应。结中流过的电流（或称约瑟夫逊电流）是由于耦合超导体之间交换电子对所引起的，其值由两超导体中波函数的相位差确定，为

$$I = I_c \sin(\theta_1 - \theta_2) \tag{1-2-136}$$

式中，θ_1、θ_2 分别为结两侧电子对的波函数的相位；I_c 为结的临界电流。

直流约瑟夫逊效应表示超导结具有的一些性质，但不能认为它就是临界电流很小的超导体，超导结还具有一般超导体所没有的特性。当通过结的电流超过 I_c 时，结区将出现电位降 U，在 U 的作用下，超导体中会产生高频的交变电流，并向外辐射电磁波，这种电流可以简单地表示为

$$I = I_c \sin\left(\theta_0 - \frac{2eU}{\hbar}t\right) \tag{1-2-137}$$

式中，θ_0 表示 t 为零时结的相位差；$\hbar$为约化普朗克常数，$\hbar=\dfrac{h}{2\pi}$。由上式可知，高频电流的角频率为 ω 正比于结两端的电压 u，即

$$\omega = 2eu/\hbar \tag{1-2-138}$$

超导结在直流电压作用下产生高频电流，并向外辐射电磁波，这一现象称为交流约瑟夫逊效应。

2.6.2 外磁场对临界电流的影响

若在超导结平面上加均匀磁场 B，结的临界电流将发生周期性衰减变化，所加磁场越强，I_c 起伏次数越多，其关系为

$$I_c = I_{c0}\left|\frac{\sin(\pi\Phi_J/\Phi_0)}{\pi\Phi_J/\Phi_0}\right| \tag{1-2-139}$$

式中，I_{c0}为无外磁场时结的临界电流；Φ_J 为通过结的磁通；Φ_0 为磁通量子。由上式可知，超导结的临界电流是透入结的磁通的周期函数，周期是磁通量子 Φ_0。当 $\Phi_J=n\Phi_0$ 时，$I_c=0$，当 $\Phi_J=\left(n+\dfrac{1}{2}\right)\Phi_0$ 时，I_c 为最大值，其中 n 为正整数，随着 n 值的增加，I_c 下降。图 1-2-68 给出了绝对温度为 1.2K 时，Sn-I-Sn 结的 I_c-B 的关系曲线，该曲线和光学中的干涉现象相似，所以把磁场对超导结电流的影响称为超导量子干涉现象。

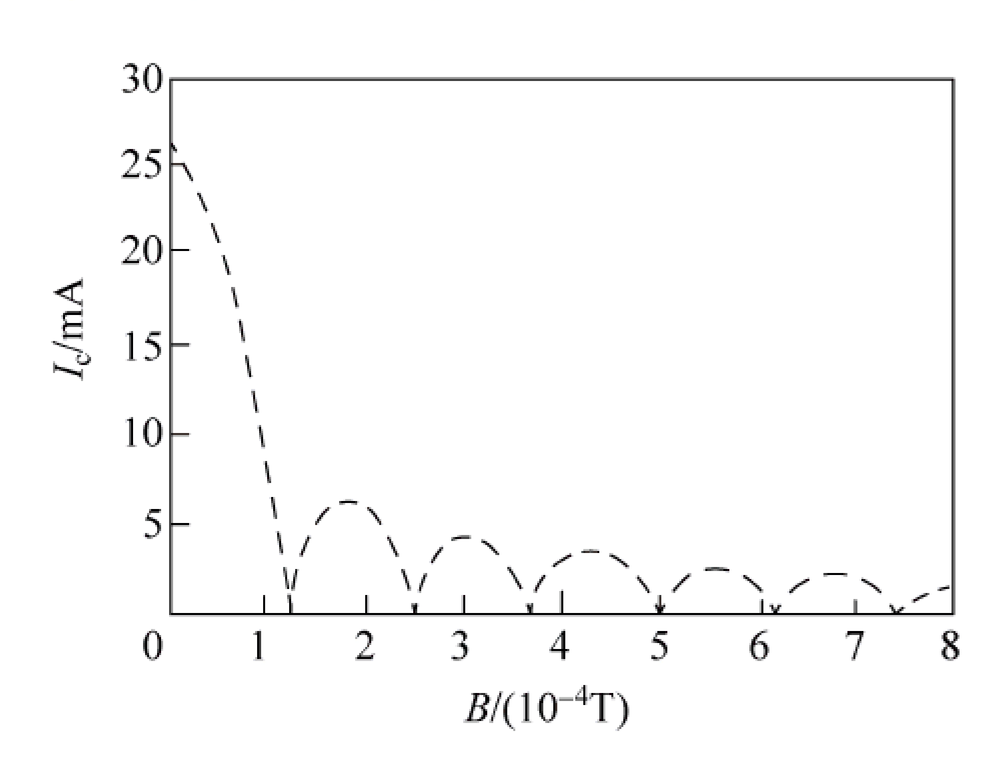


图 1-2-68 超导结的 I_c-B 曲线

2.6.3 超导量子磁强计

利用超导量子干涉现象制成的测量磁场的装置称为超导量子磁强计。这种磁强计按结构可分为两种类型，一种由两个超导结并联构成一低感超导环，用直流偏置或加低频调制，因此称为双结磁强计或直流超导量子干涉仪(DC superconducting quantum interference device，DC SQUID)；另一种含一个超导结的低感超导环，用射频调制，故称为单结磁强计或射频超导量子干涉仪(RF SQUID)。

1. 直流超导量子干涉仪

图 1-2-69 为双结超导环示意图，设并联双结的性能完全相同，环的电感很小，可以忽略。当待测磁场垂直加于环的平面上时，流过环的临界电流为

$$I_c = 2I_{c0}\left|\frac{\sin(\pi\Phi_J/\Phi_0)}{\pi\Phi_J/\Phi_0}\right|\left|\cos\frac{\pi\Phi_c}{\Phi_0}\right| \tag{1-2-140}$$

式中，Φ_c 为穿过超导环的磁通量。上式表明，外磁场使双结超导环的临界电流为变化的调制波，它既是每个结透入的磁通量的周期函数，又是环所包围的磁通量的周期函数，周期都是磁通量子。由于环的面积远大于结，所以 I_c 可以看为 Φ_c 作余弦变化，其幅值为按 $2I_{c0}\left|\frac{\sin(\pi\Phi_J/\Phi_0)}{\pi\Phi_J/\Phi_0}\right|$ 缓慢变化的量，一般 Φ_J 的影响可以忽略，因此，双结超导环的临界电流可近似为幅值恒定的余弦变化量。

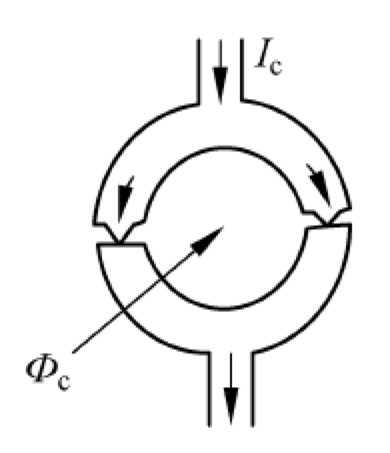


图 1-2-69　双结超导环示意图

根据弱连接超导体的基本性质，超导干涉器具有一定的无阻负载电流的能力，当器件的电流 I 小于临界电流 I_c 时，其两端电压为零；当 $I>I_c$ 时，$U\neq0$，但仍然是超导的。超导干涉器的伏安特曲线如图 1-2-70(a)所示，实验指出，当外磁通量 Φ_e 变化时，超导干涉器的临界电流随 Φ_e 的变化在 I_c' 和 I_c'' 之间周期性地变化，如图 1-2-70(b)所示。实际测量时是在超导干涉器上加一个稍大于 I_c' 的恒流源 I_0，因此超导干涉器两端的电压是外磁通的周期函数，如图 1-2-70(c)所示，U 随着 Φ_e 周期性地变化，其极大值 U' 及极小值 U'' 分别位于 $\Phi_e=\left(n+\frac{1}{2}\right)\Phi_0$ 及 $n\Phi_0$ 处。

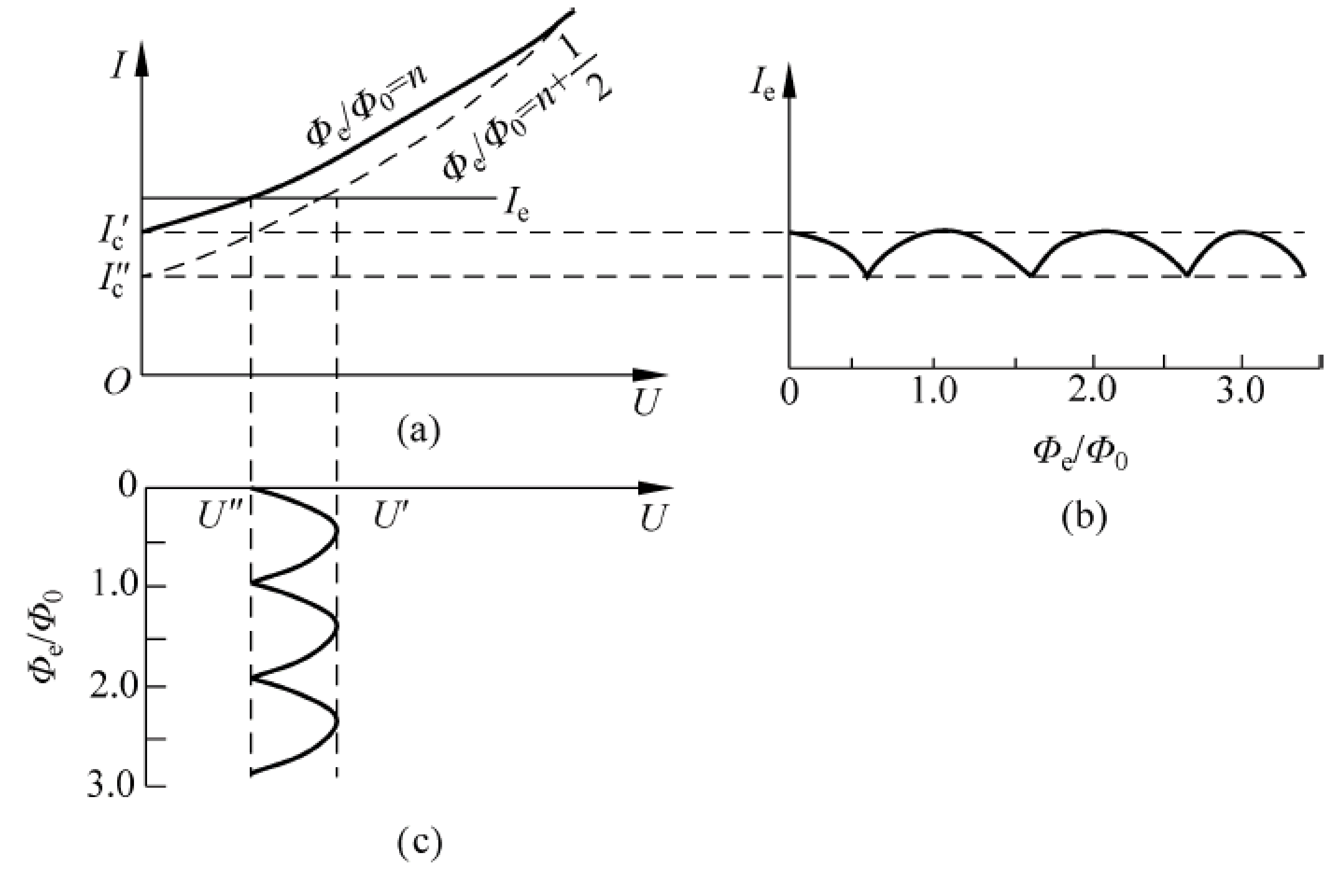


图 1-2-70　电压随外磁通量周期变化

根据上述分析，将被测定的磁场从零增至待测定值 Φ_e，或者从 Φ_e 减至零，在这个过程中，测出超导干涉器两端电压变化的周期函数 n，便可求出磁通量的变化 $\Phi_e=n\Phi_0$。这样，测定磁场的任务就变成了简单的计数任务，因此这种磁强计称为数字式磁强计。

显然，数字式磁强计的鉴别能力为一个磁通量子，对于小于一个磁通量子的磁通变化，用锁定式磁强计测量，所采取的措施是对超导干涉器两端电压进行低频调制，依靠一次谐波来实现自动补偿。下面先用图 1-2-71 来说明经调制后的电压具有的性质。

图 1-2-71 中的实线是超导干涉器的 U-Φ_e 曲线，给定外磁场的磁通 Φ_e 后，在 U-Φ_e 曲线上有唯一点与其相对应，该点称为超导干涉器的工作点。除 Φ_e 外，在超导干涉器上再加一

个很弱的低频调制场 $\Delta\Phi'$，此时，超导干涉器两端的电压 $u(t)$ 是一个包含了各种谐波的交变电压。实验指出，选择不同的工作点，调制场的作用不同，如图 1-2-71 所示，在 a 点时，$u(t)$ 与 $\Delta\Phi'$ 同频同相；在极大点 b 时，为倍频反相；在 c 点时，为同频反相；在极小点 d 时，为倍频同相。当然，在其他工作重点时，偶次谐波和奇次谐波同时出现，且各次谐波的强弱不同。知道上述特性后，下面说明如何依靠一次谐波来实现自动补偿。

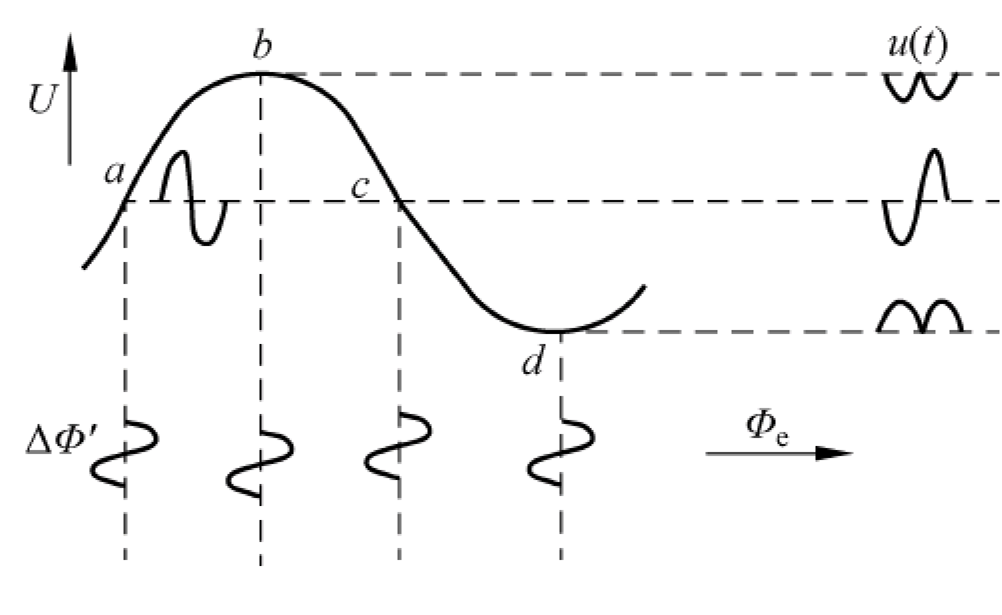


图 1-2-71 U-Φ_e 特性

图 1-2-72 为双结锁定式磁强计原理框图，调制信号 $\Delta\Phi'$ 由低频振荡器在调制线圈内产生，调制后的电压 $u(t)$，先经变压器耦合到低频放大器上进行放大，再由相敏检波器检出一次谐波的包络线。

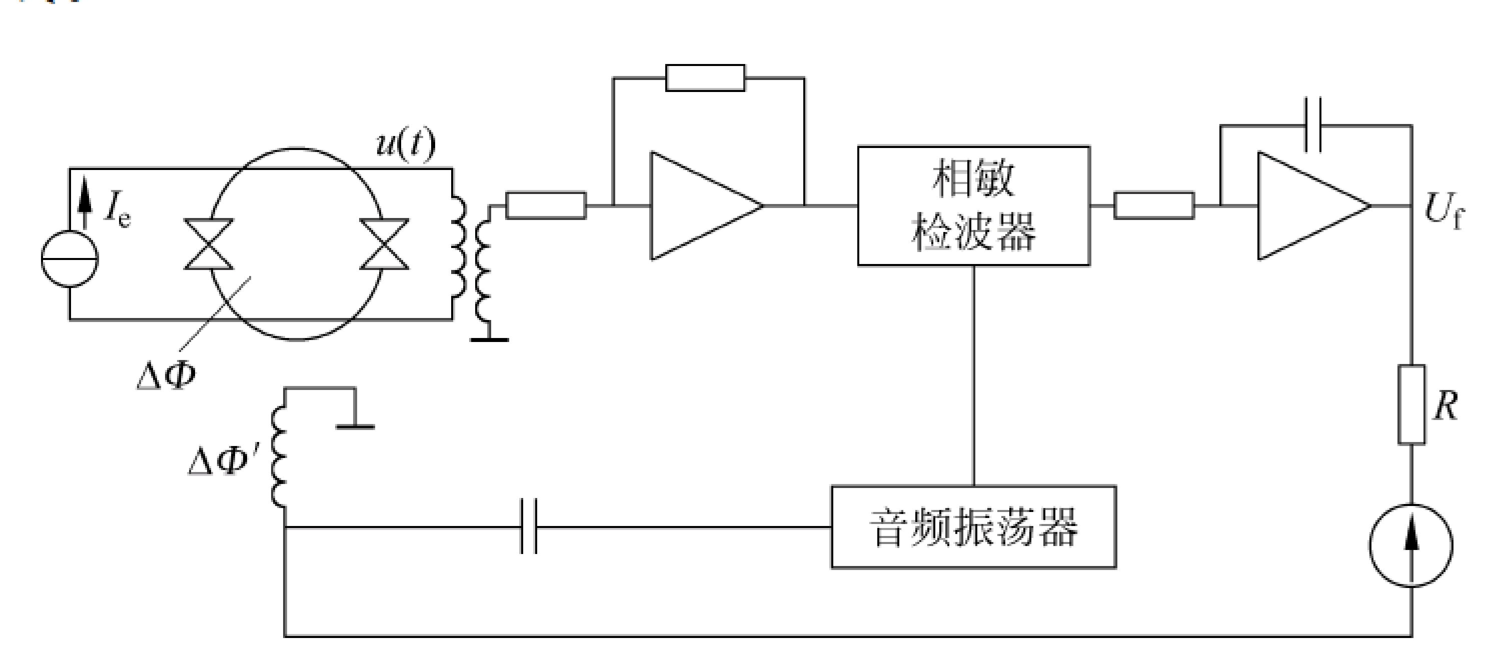


图 1-2-72 双结锁定式磁强计原理框图

在磁强计工作之前，先把超导干涉器的工作点调在 U-Φ_e 曲线的极大点(或极小点)b，此时相敏检波器没有输出。然后将被测磁场从零增至待测场值，磁通量相应地改变了 $\Delta\Phi$，当 $\Delta\Phi>0$ 时，工作点从 b 移至 c；反之，移至 a(见图 1-2-71)。一旦工作点偏离了极大点，便出现了一次谐波，所以在 $\Delta\Phi$ 改变的同时，相应地相敏检波器输出信号，经过放大、积分后，得到电压 U_f，U_f 经反馈电阻 R 在调制线圈内产生一定的反馈磁通 $\Delta\Phi'$。$\Delta\Phi'$ 与 $\Delta\Phi$ 方向相反，因而是负反馈。积分器输出 U_f 随时间的增加而增大，直至增大到 $\Delta\Phi'$ 足以和 $\Delta\Phi$ 相抵消，即

$$\Delta\Phi + \Delta\Phi' = 0 \tag{1-2-141}$$

工作点又重新回到 b 点，相敏检波器停止输出，U_f 不再增大，即工作点被锁定。记录下此时反馈电阻 R 上的电压，便可推算出 $\Delta\Phi$。

锁定式磁强计是一个高灵敏的磁测仪器，它能分辨小至 7×10^{-15} T 的磁场变化。

2. 射频超导量子干涉仪

单结磁强计与双结磁强计一样具有超导量子干涉现象，也分为数字式和锁定式两种

类型。

图1-2-73为锁定式射频量子干涉仪的原理框图,图中单结环与LC谐振电路相耦合,谐振电路用射频振荡器激励,产生射频磁通$\Phi_{rf}(t)$,$\Phi_{rf}(t)$的幅值与射频电流i_{rf}成正比,当单结环中加入被测磁通Φ_e时,环路中的电流i不仅与被测磁通Φ_e相关,而且还受$\Phi_{rf}(t)$的影响,仍然随时间变化。它们的影响又通过负感耦合到谐振电路,并在u_{rf}中反映出来。通常,调节射频输出,使环路中电流稍大于临界电流I_c,则谐振电路电压u_{rf}是被测磁通Φ_e的周期函数,其周期是一个磁通量子。u_{rf}经射频放大器选频放大、相敏检波器检波等,然后通过电阻R反馈到LC电路中去,测出此时反馈电阻上的电压,便可求出被测磁场值。

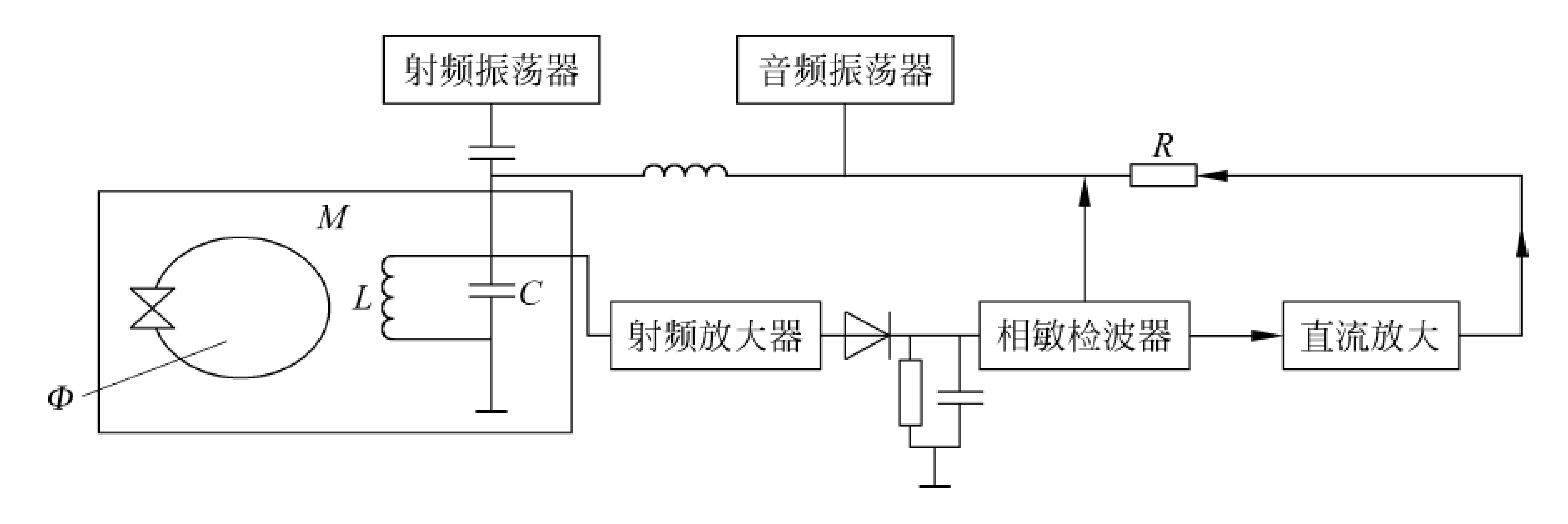


图1-2-73　单结锁定式磁强计原理框图

27　磁　光　法

利用传光物质在磁场作用下引起光的振幅、相位或偏振态发生变化而进行磁场测量的方法称为磁光法。最早用于测量磁场的是1846年法拉第发现的磁光效应。自1976年以来,随着光纤通信技术和光电子技术的发展,光纤传感技术迅速用于磁场测量,出现了许多有发展前途的新型光纤磁传感器。

光纤磁传感器一般分为传感型和传光型两种,前者的光纤不仅作为传光元件,而且还作为磁敏感元件,其基本结构包括光源、光纤、光电探测器及光耦合器等。传光型的光纤仅作为传光元件,而且采用其他物质作为敏感元件。

光纤磁传感器按原理可分为如下三种类型。

2.7.1　法拉第磁光效应传感器

当偏振光通过处于磁场中的传光物质,且光的传播方向与磁场方向一致时,光的偏振面会发生偏转,这一现象称为法拉第磁光效应。在此效应中,偏振面的旋转角α与磁感应强度B以及穿过传光物质的长度l成正比,即

$$\alpha = \nu l B \tag{1-2-142}$$

式中,ν为费尔德常数,其值与材料、光波波长和温度等有关。为了提高测量灵敏度,希望使用费德尔常数ν大的材料,一般采用铅玻璃、铯玻璃等。此外,增加磁场中光路的长度l也可提高测量灵敏度。由式(1-2-142)可见,当ν和l选定时,α与B成正比,因而通过测量α即可求出被测磁场B。

2.7.2 磁致伸缩型传感器

这种传感器是利用紧贴在光纤上的铁磁材料如镍、金属玻璃等，在磁场中的磁致伸缩效应来测量磁场。当这类铁磁材料在磁场作用下长度发生变化时，与它紧贴的光纤会产生纵向应变，使得光纤的折射率和长度发生变化，从而引起光的相位发生变化，这一相位变化可用光学中的干涉仪测得，从而求出被测磁场值。

这类传感器的结构大致分为三种，如图 1-2-74 所示：图(a)为轴型，将光纤紧绕在具有磁致伸缩特性的圆柱体上（如镍棒）；图(b)为涂层型，将磁致伸缩材料用真空蒸发或电镀在光纤上，形成很薄的薄膜；图(c)为带状，将光纤粘在金属玻璃带上。

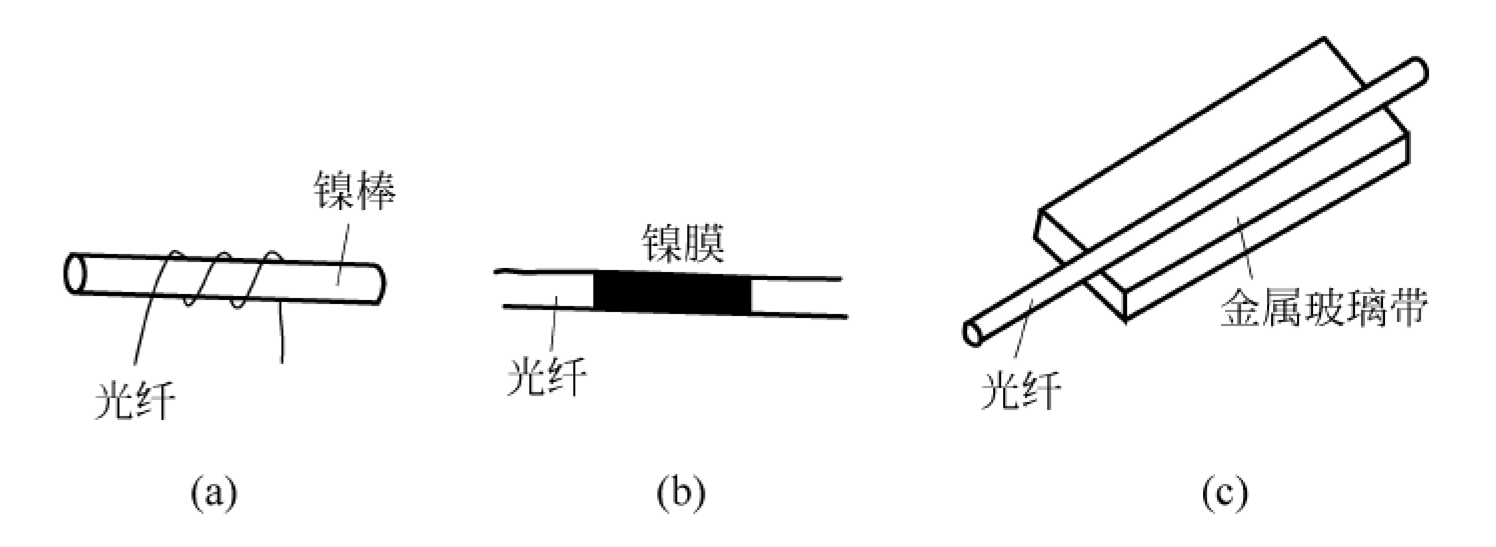


图 1-2-74 磁致伸缩型光纤传感器

(a) 轴型；(b) 涂层型；(c) 带状

磁致伸缩型光纤传感器的检测系统，主要采用光学干涉仪测量光的相位变化。图 1-2-75 所示为测量磁场的全光纤马赫-曾德尔干涉仪，由激光器发出光，经耦合器 1 分成两束光，进入由光纤构成的测量臂和参考臂，这两个臂的长度相等，测量臂上沉积有磁致伸缩材料，当放入被测磁场中时，由于磁致伸缩效应，使测量臂长度改变，从而两臂之间出现磁致光程差或相位差 $\Delta\varphi$，而 $\Delta\varphi$ 正比于 B，测出 $\Delta\varphi$ 便能求得磁场 B。然而光的相位变化是不能直接测量的，实际应用中将光的相位变化转变为电信号以便测量。为此，将磁场作用后两臂的光耦合在一起发生干涉，经耦合器 2 又分成两束光，再分别由光电二极管 V_1 和 V_2 接收，产生电压信号 U_1 和 U_2，最后，通过处理电路得出正比于被测磁场 B 的电压 U_3。

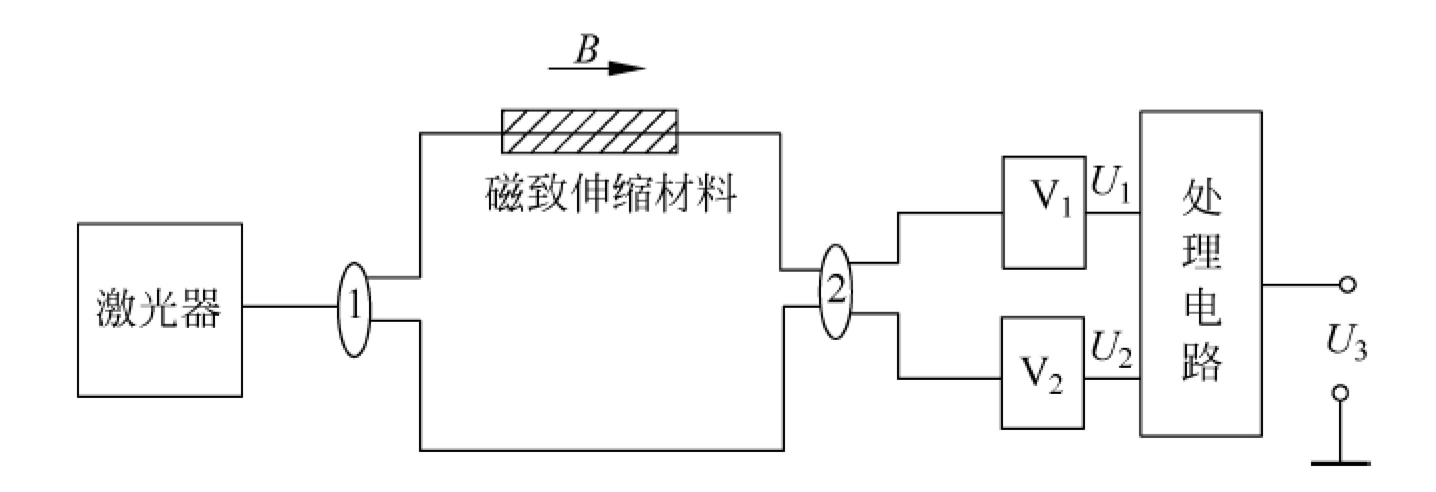


图 1-2-75 测量磁场的全光纤型马赫-曾德尔干涉仪

磁致伸缩型光纤传感器用于测量微弱磁场，其灵敏度高达 $5\times10^{-13}\,\mathrm{T\cdot m^{-1}}$，仅次于超导量子磁强计。

2.7.3 力学型传感器

力学型光纤传感器是利用光纤上的偏置磁场和被测磁场间的相互作用力而制成的。

图 1-2-76 为力学型光纤传感器的示意图，其由两根一端悬空的光纤组成，在两悬空端粘上微型永久磁铁。当没有外磁场作用时，由于微型永久磁铁之间的吸引，两根光纤的悬空端完全对齐，被测磁场与永久磁铁之间的作用使光纤转动，引起传输的光信号发生变化，检测出光信号的变化，便可求出被测磁场值。这种光纤传感器的灵敏度约为 $10^{-6}\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}^{-1}$，为了保证高的灵敏度，必须严格地防止振动及其他机械扰动。

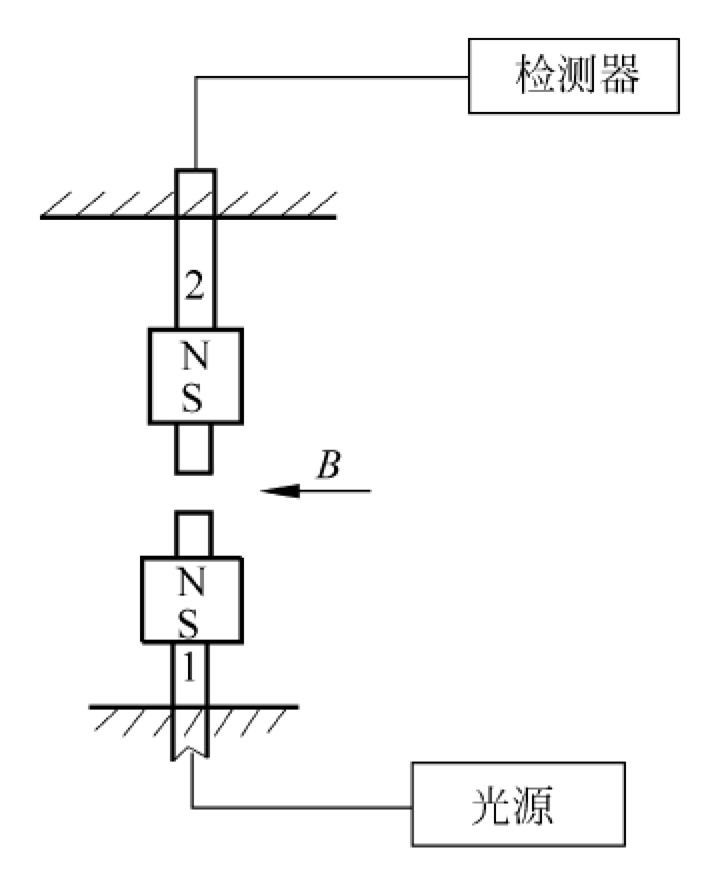


图 1-2-76　力学型光纤磁强计示意图

利用光纤制作的磁强计有如下优点：

(1) 光纤是无缘元件，不对被测对象产生影响；

(2) 光纤是介质，它可以在高温、高压、有腐蚀、有噪声、有应力等恶劣环境中起传感作用；

(3) 具有可塑性和可绕性，能按需要做成任意形状的传感器；

(4) 灵敏度高，频带宽，动态范围大；

(5) 便于实现遥控测；

(6) 体积小，质量轻。

因此，光纤是一种很有发展前景的磁传感器。

28　非均匀磁场的测量

在磁场测量中，被测磁场在空间的分布常常是不均匀的，例如永磁铁的边缘场就是一个典型的例子，如图 1-2-77 所示。电视机显像管偏转线圈所产生的磁场则是一种更为复杂的非均匀场。

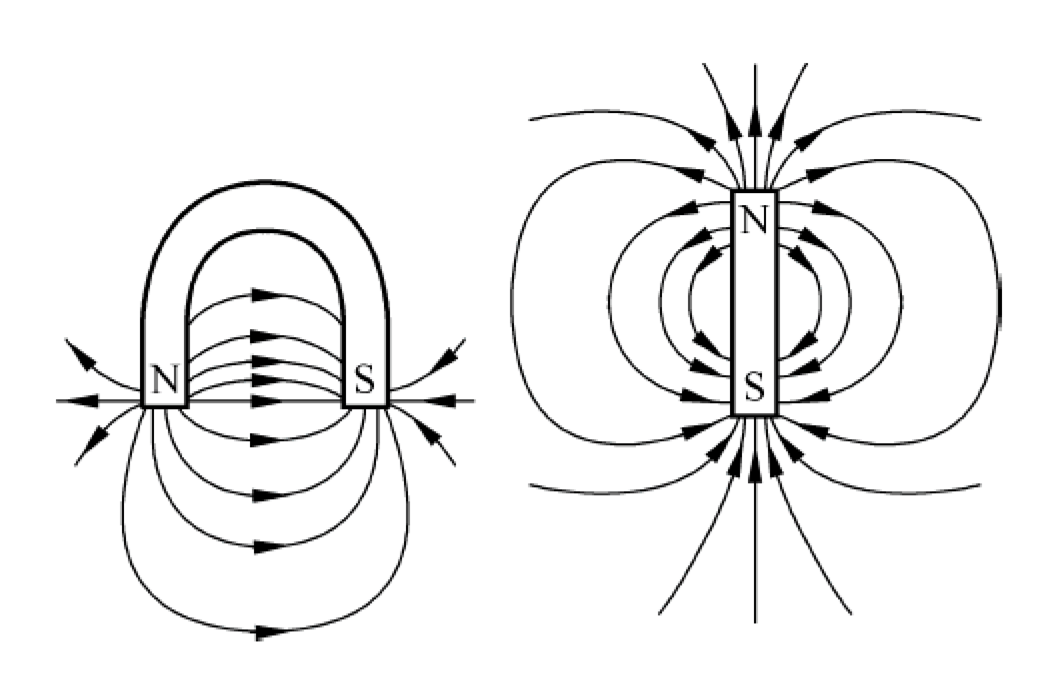


图 1-2-77　永磁铁产生的非均匀磁场

在磁性测量中，常常用磁场的均匀度来描述磁场的非均匀性，所谓磁场的均匀度是指一个空间磁场在某一几何尺寸内，各个点的磁场强度与中心磁场强度的相对偏差。另一种表示方法是取磁场在某一方向磁场强度的梯度，也就是在某一方向相距单位长度的两点间磁场强度的绝对偏差。

不管使用哪一种表示方法，在技术上都涉及点磁场的测量，因此可以说，非均匀磁场的测量就是点磁场测量技术的应用。

从原则上来说，只要探头做得非常小而又不至于过分降低测量灵敏度的方法，都可以用于非均匀磁场的测量。例如使用点磁场探测线圈的感应法和用小尺寸霍尔元件做成的霍尔

效应高斯计都是有效的测量手段。

为了测量磁场强度，最简单最直接的方法是使用一个探测线圈和与它相连接的磁通计或电子积分器。但是，如果被测磁场很不均匀，那么测量的结果只能是线圈体积范围内磁场的平均值。所以要确定空间某一精确位置的磁场强度，其结果极不可靠。在这种情况下，只有球形圈（即磁通球）可以满足测量要求，因为任意非均匀场所产生的通过线圈的全部磁通，仅取决于该球形线圈中心的磁场强度。然而要制造这种线圈却非常困难，而且其灵敏度也不高。

理论和实践均已证明，一个正常的圆柱形线圈，如果其长度 L 与 D 的比值 $L/D=0.72$，则该圆柱形线圈就可以代替磁通球使用。这种线圈的测量结果与线圈的大小无关（称之为电磁场探测线圈），误差小于 1%。

测量不均匀磁场还可以采用逐点法和比较法，后者主要用来确定磁场的均匀度。两种方法都需要绕制点磁场探测圈，并且还要使用固定线圈的坐标系统，这种坐标系统使线圈能在空间任意点之间活动。

测量不均匀磁场的方法很多，各种方法的测量原理、测量范围、测量精度均不相同，因此，进行测量时，应根据具体情况、要求及可能，正确合适地选择测量方法。

随着工业、国防、科研、医疗等各领域的日益发展，对磁测量技术提出了更多、更新的要求：在量限方面，要求向两极发展，既要测量各种微弱的生物磁信息，又要测量天体中高达 10^8 T 以上的脉冲强磁场；在精度方面，要求研制一些供科研和计量部门使用的高精度磁测量仪器，也要生产一些精度适中、性能稳定可靠、简单便宜的产品。除此之外，要求磁测量仪器产品多样化、系列化；要不断地运用新技术，探讨新效应，研究新型磁传感器；要更好地应用计算机技术，研制出探头小、测量精度高、自动化程度高的智能化磁测量仪器。

第 3 章

磁性材料本征磁特性的测量

3.1 饱和磁化强度的测量

在磁化过程中，磁化强度随着磁场强度的增长而趋近极限值，这个极限值就叫做饱和磁化强度，用 M_s 表示。无论对于什么类型的磁性材料，M_s的测量都属于高磁场下的测量。

由铁磁理论可知，当试样磁化到饱和时，其内部已不存在磁畴结构，整个样品相当于一个大磁畴。但在实际测量中仍然会观察到这样一种现象：随着磁场的增长，磁化强度仍有微小的上升。我们把这种磁化过程称为平行过程。饱和磁化强度应是与平行过程无关的自发磁化强度，这一点在以后将要讨论的测量方法中应给予足够重视。

测量饱和磁化强度的方法很多，这里只介绍几种常用的方法。测量的对象主要是常用的磁性材料试样而不是顺磁性物质的试样。测量方法根据原理的不同可分为冲击电流计法、磁秤法、震动样品(或线圈)磁强计法和微波方法等，本节将介绍前两种方法。

3.1.1 冲击电流计法

应用冲击电流法测量饱和磁化强度M_s，其实就是在高磁场下用冲击法测量技术磁化曲线。如果将这个方法加以适当改进就可以测量饱和磁化强度M_s。本节只讨论由高磁场磁化曲线确定M_s的原理。

在高磁场区域，磁化曲线可用外斯趋近饱和定律来描述：

$$M = M_s\left(1 - \frac{\alpha_1}{H}\right) \tag{1-3-1}$$

式中，α_1 为磁场硬度系数，表征物质反抗磁饱和的特性。

在高磁场下磁化强度 M 会逐渐趋近于某一个定值，因此人们往往会错误地选择在不是很高的磁场下进行测量，并将测量结果作为饱和值。例如，金属磁性材料在不同热处理工艺下应该有相同的 M_s，但由于磁化曲线的形状不同，且其在较高的磁场下磁化强度也有所差别，所以，在不同的磁场下它就有不同的测量值。

对于式(1-3-1)，在测量技术上通常写成

$$\frac{M}{H}=\frac{M}{M_s}\frac{M_s-M}{\alpha_1} \tag{1-3-2}$$

由于在高场区 $M\approx M_s$，故

$$\frac{M}{H}=\frac{M_s-M}{\alpha_1}=\frac{M_s}{\alpha_1}-\frac{1}{\alpha_1}M \tag{1-3-3}$$

由式(1-3-3)可知，在确定磁场强度范围时，必须使磁化率$\frac{M}{H}$与磁化强度 M 满足线性关系，即$\frac{M}{H}=f(M)$是线性函数。这个原则在以后将要讨论的其他方法中也是适用的。由式(1-3-3)可以得到用冲击法测量 M_s 的程序：在线性范围内，对应于不同的磁场强度值，测量磁化强度 M，以 M 为横坐标，$\frac{M}{H}$为纵坐标，绘出$\frac{M}{H}=f(M)$直线，此直线与横轴的交点就是饱和磁化强度M_s(图 1-3-1)。这种测量M_s的方法已被实验证明是有效的。

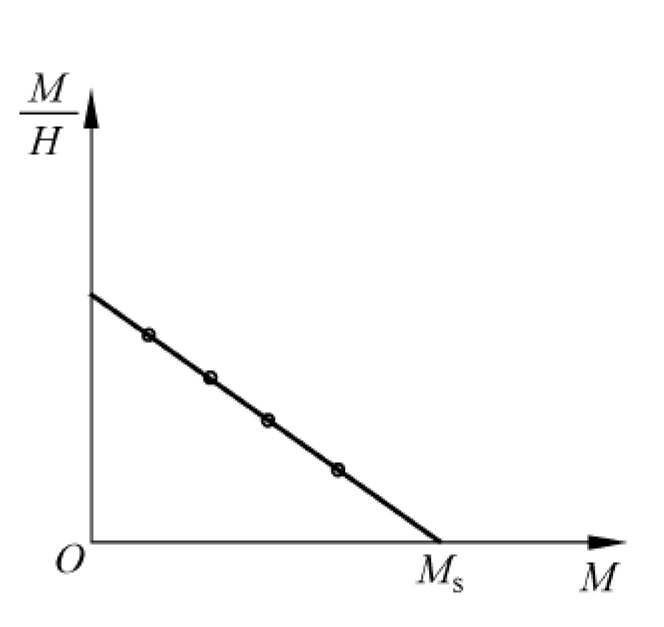


图 1-3-1 外推法求 M_s 的图解

只有在高磁场下进行测量才能满足上述线性条件，但目前还不能找到一个对各类材料都适用的磁场强度范围。针对不同类型的材料，必须用实验方法来确定这个范围。在测量技术中，目前不少人都在 2.4×10^5 A/m(约 3×10^3 Oe)以上的条件下进行测量。

与此同时，还必须采取措施提高冲击法电流计的灵敏度和分辨率。如采用平衡电路法，将冲击电流计仅作为指零仪使用，可以得到很高的灵敏度。

3.1.2 磁称法

磁称法是根据磁性物质在非均匀磁场中的受力原理来确定饱和磁化强度的方法。使用这种方法可以在不同温度下进行测量，从而确定饱和磁化强度随温度的变化规律以及居里温度。

设一小球样品处在非均匀磁场中，若样品的质量为 m，饱和磁化强度为 M_s，体积为 V，则样品在此非均匀磁场内沿任意轴向 $\alpha(\alpha=x,y,z)$所受的力为

$$F_\alpha=\mu_0 M_s V\frac{\partial V}{\partial\alpha} \tag{1-3-4}$$

或

$$F_\alpha=\mu_0\sigma_s m\frac{\partial H}{\partial\alpha} \tag{1-3-5}$$

式中，σ_s 为单位质量的饱和磁化强度，称为比饱和磁化强度。显然，在上两式中有 $\sigma_s m=M_sV_0$，则

$$M_s=\sigma_s d \tag{1-3-6}$$

式中，d 为试样的密度。如果磁场不均匀受力只表现在与磁场垂直的 z 方向，即

$$\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{\partial H}{\partial y}=0$$

$$\frac{\partial H}{\partial z}\neq 0$$

则式(1-3-4)和式(1-3-5)就可写成

$$F_z = \mu_0 M_s V \frac{\partial H}{\partial z} \tag{1-3-7}$$

或

$$F_z = \mu_0 \sigma_s m \frac{\partial H}{\partial z} \tag{1-3-8}$$

从式(1-3-7)和式(1-3-8)可以看出,试样所受的力是沿$\frac{\partial H}{\partial z}>0$的方向,也就是沿磁场增加的方向,只要能测量出试样所受的力和磁场梯度,就可以用绝对法测量饱和磁化强度。但是,在测量技术中,磁场梯度是难以精确测量的,往往采用相对法进行测量。

下面讨论几种常用来测量纵向力的磁秤装置。

1) 磁天平

磁天平就是利用一个灵敏天平来测定物质在不均匀磁场中所受纵向力的装置。其原理如图1-3-2所示。图中试样在z方向受到一个纵向力F_z的作用,其大小由式(1-3-7)或式(1-3-8)确定。无磁场作用时,在天平的一个盘里加上适量砝码平衡样品的重量;加磁场后,由于F_z的作用,原来的平衡被破坏,需要增加砝码来达到新的平衡。

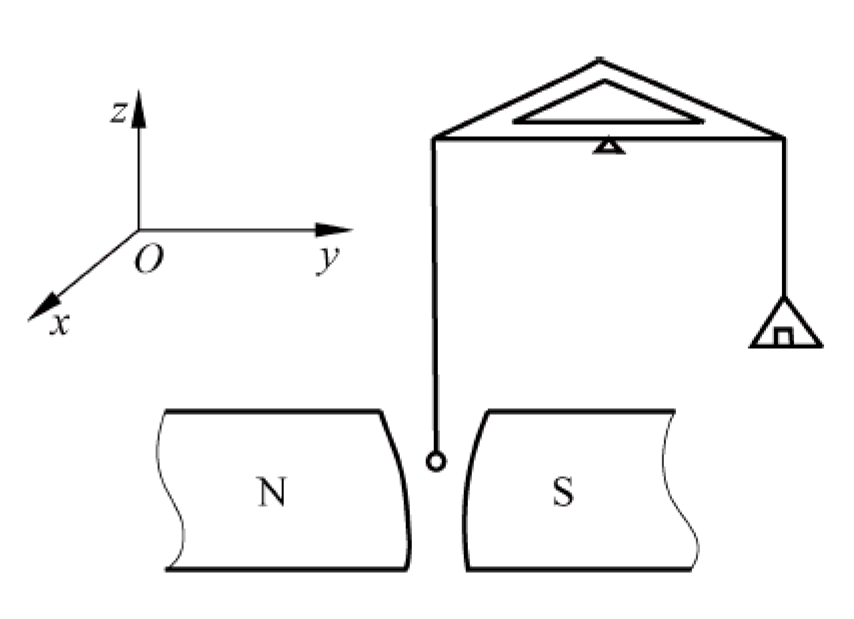


图1-3-2　磁天平原理

当天平重新平衡时,有

$$F_z = \mu_0 \sigma_s m \frac{\partial H}{\partial z} = g\Delta W \tag{1-3-9}$$

式中,g为重力加速度;ΔW为加磁场前后使天平平衡所加的砝码之差。这时,饱和磁化强度可由下式确定:

$$\sigma_s = \frac{g\Delta W}{\mu_0 m \frac{\partial H}{\partial z}} \tag{1-3-10}$$

下面以图1-3-2的磁天平为例,阐明相对测量法的测量步骤。若将标准试样置于非均匀磁场中,测得纵向力为

$$F = g\Delta W_0 = \mu_0 \sigma_0 m_0 \frac{\partial H}{\partial z} \tag{1-3-11}$$

式中下标“0”代表标准试样。

然后再将被测试样置于与标准相同的位置上,测得试样所受的纵向力为

$$F_z = g\Delta W_x = \mu_0 \sigma_{sx} m_x \frac{\partial H}{\partial z} \tag{1-3-12}$$

式中下标“x”代表被测试样。

以上两式中,由于$\partial H/\partial z$相等,可以得到

$$\sigma_{sx} = \frac{\sigma_0 m_0 \Delta W_x}{\Delta W_0 m_x} \tag{1-3-13}$$

在图1-3-2中,也可借助于一个电磁装置用电磁方法使天平恢复平衡,这种装置的结构如图1-3-3所示。图中与天平右盘相连的小磁铁的一端伸延到一个小线圈的中央,当线圈通过电流时,它所产生的磁场吸引小磁铁,通过控制电流的大小就可以调节天平的平衡。

小磁铁由具有高矫顽力的永磁合金制成。设其剩余磁化强度为M_r，截面积为 S，小线圈通过电流 i 后产生的磁场为 H，故作用于小磁铁的力为

$$f_z = M_r SC'i = Ci \tag{1-3-14}$$

对系统而言，C 是一个常数。将此式代入式(1-3-8)得

$$\sigma_s = \frac{Ci}{\mu_0 m \dfrac{\partial H}{\partial z}} \tag{1-3-15}$$

利用式(1-3-10)和式(1-3-15)，原则上都可以对饱和磁化强度进行绝对测量。但是由于磁场梯度难以测量准确，在测量实践中往往仍然应用相对测量法。

对于图 1-3-3 的结构，同样也可得到下面关系式：

$$\sigma_{sx} = \frac{\sigma_{s0} m_0 i_x}{m_x i_0} \tag{1-3-16}$$

若知道了试样的比饱和磁化强度 σ_s，则试样的饱和磁化强度就可由式(1-3-6)得到。

在测量技术中，标准试样一般都使用密度为 8.90g/cm^3、纯度为 99.995%的镍球，其饱和磁化强度 M_s=485.6kA·m^{-1}。

测量一般都在电磁铁中进行，利用具有特殊形状的极头提供所需的非均匀磁场。从测量原理来看，尤其是应用相对测量法时，对磁场要求严格，既需要非均匀磁场有较大的梯度，又要求在一小段范围内磁场梯度变化不大。最能满足这个条件的是著名的索克斯密思(Sucksmith)极头，如图 1-3-4 所示。这种极头在 z 轴方向存在着两个受力均匀区(A,B)：在 A 区域中，$\partial H/\partial z$ 较小，但均匀区域大，适于测量铁磁物质；在 B 区域中，$\partial H/\partial z$ 较大，但均匀区域较小，适于测量顺磁物质。

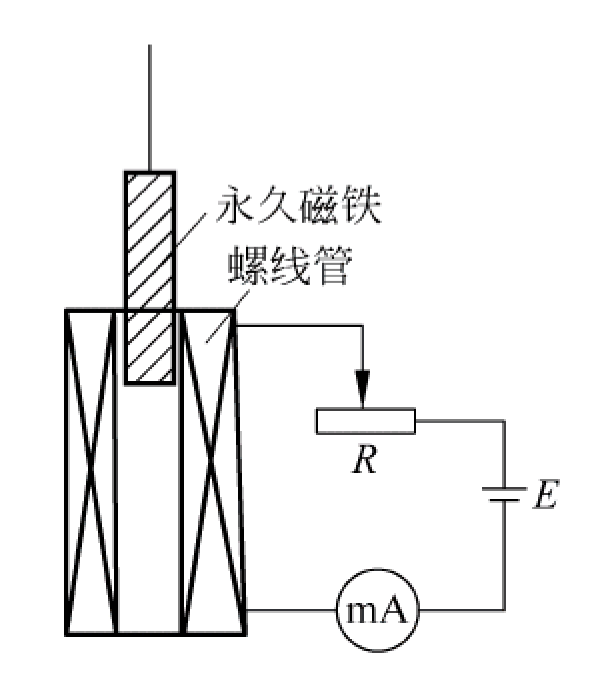


图 1-3-3 磁天平的电磁平衡装置

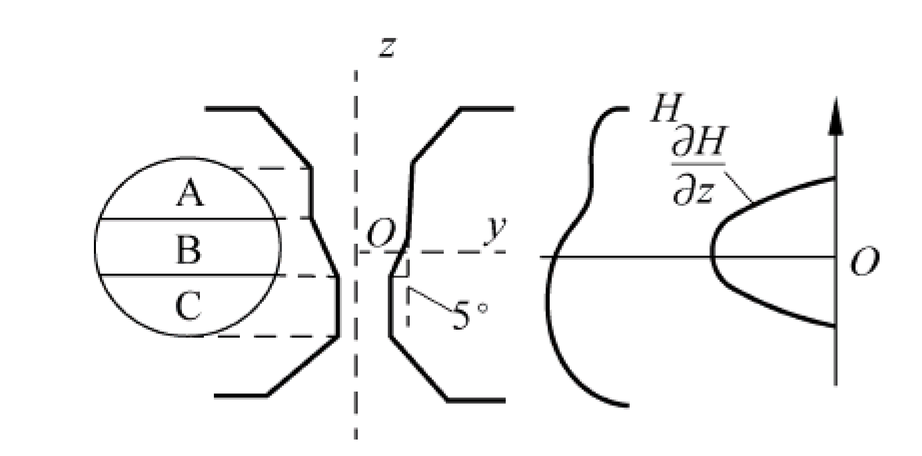


图 1-3-4 索克斯密思极头

也可以用勒维斯(Lewis)线圈和一个大功率电源为电磁铁提供梯度场以代替上述的索克斯密思极头，如图 1-3-5 所示。当磁极间隙为 5cm，在应用水冷却消耗功率约 2.5kW 的条件下可以产生足够高的磁场梯度，在 1cm 的范围内梯度均匀性优于±5%。用这种线圈装成的磁性天平，即使工作在低场区也有很高的灵敏度。

2）光学磁环秤

光学磁环秤也称为索克斯密斯磁环秤，它的主要部分是用磷青铜薄片制成的圆环，此环与支持试样的长杆相连。试样放在非均匀磁场中，受到的纵向力 F_z 使弹性圆环变形，再利

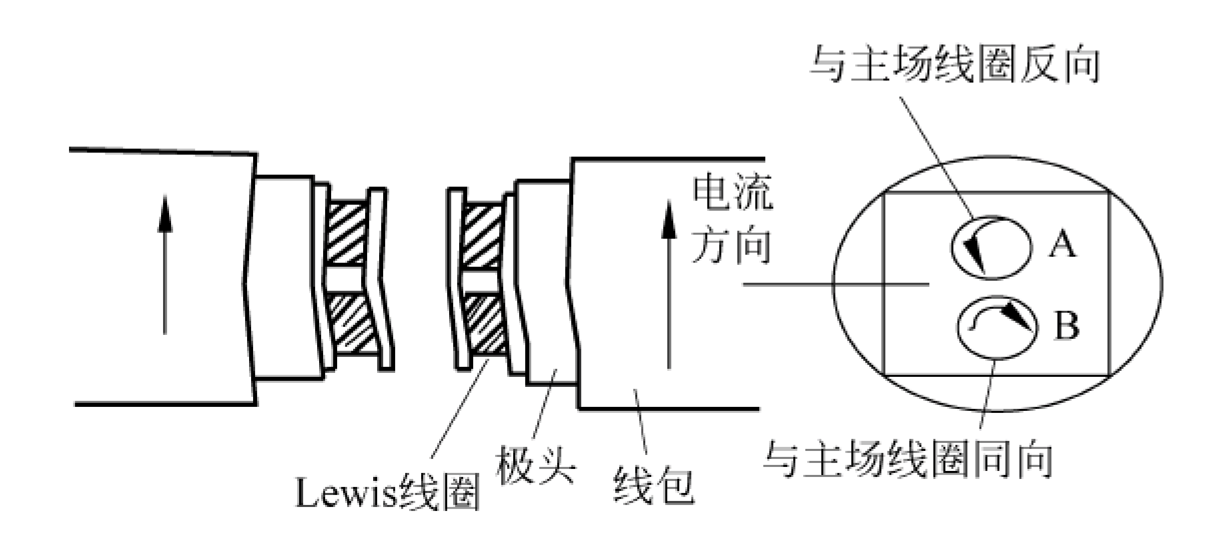


图 1-3-5　勒维斯梯度场线圈

用由反射镜 M_1 和 M_2 组成的光杠杆系统将其放大，最后由光点的位移来表示被测 F_z 的大小，如图 1-3-6 所示。

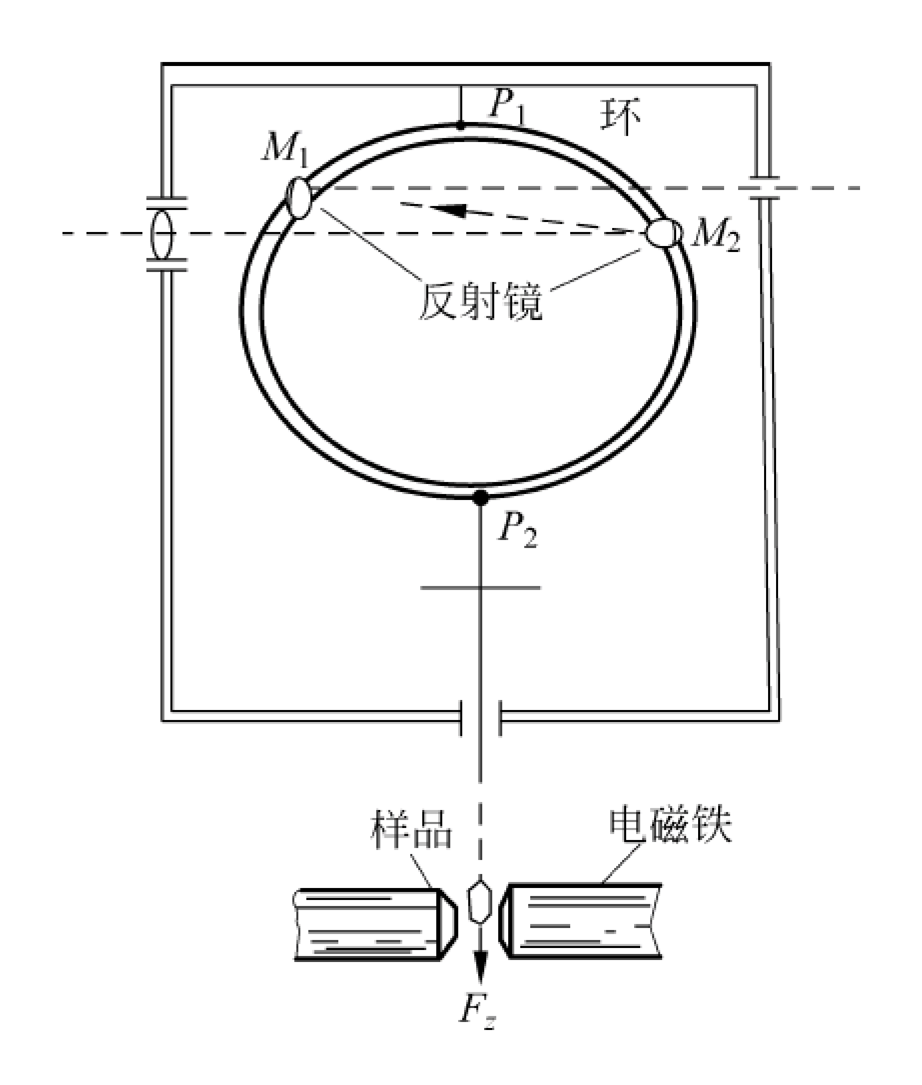


图 1-3-6　索克斯密思环秤示意图

如圆环变形在弹性范围内，则试样将在力 F_z 的作用下，在 z 轴方向发生微小移动，F_z 的大小与光点位移 Δx 成正比，即

$$F_z = C\Delta x \tag{1-3-17}$$

式中，C 是一个只与系数结构有关的常数。

采用相对测量法，由式(1-3-8)和式(1-3-4)可以导出被测试样单位质量的饱和磁化强度为

$$\sigma_{sx} = \frac{\Delta x_x \sigma_{s0} m_0}{m_x \Delta x_0} \tag{1-3-18}$$

式中，σ_{s0}、m_0、Δx_0 为标准试样的参数。

3）电磁秤

电磁秤能大大提高测量灵敏度和分辨率。利用各种各样的换能器，将试样在非均匀磁场中由于受力而发生的微小位移转变为电信号，再将电信号放大并应用指零显示法，就可以做成各种各样的电磁秤。采用换能器还利于自动记录并简化测量程序。目前使用的换能器有电磁换能器、应变电阻换能器和电容换能器。

图 1-3-7 是一个以差动变压器为主体的电磁换能器，其工作原理仍为电磁感应定律。如图所示，样品 S 被固定在杆 Q 的一端并置于非均匀磁场之内，样品和杆只做纵向运动，杆上固定线圈 L_1 和 L_2，M 为永久磁铁系统；L_2 与 L_3、L_4 组成差动变压器；L_3、L_4 分别作为交流电桥的两个臂，在 L_2 中通入交流电流。当样品不受力时调整 R_1 和 R_2 使电桥平衡。样品受力后即发生位移，L_2 与 L_3、L_4 的相对位置亦发生变化，此时电桥失去平衡。如果在 L_1 中通入直流电流，它所产生的磁场与磁铁相互作用而使杆 Q 向上移动，调节 L_1 中电流的大小就可使杆回到原来的位置，电桥重新平衡，这时 L_1 中电流的大小与样品所受的力成正比。通过标准样品定标后，用这个系统就可以测量饱和磁化强度。

图 1-3-8 是利用应变电阻电桥设计的电磁秤结构。样品 2 放在由电磁铁 1 和线圈 3 形成的非均匀磁场中，在与样品相连的金属薄片 4 的顶端，固定两片应变阻片 A 和 B。整个系统装在一个玻璃容器 5 内。应变电阻 A、B 片和电阻 R、R' 组成四臂电桥 6，样品在磁场中受纵向力 F 作用时，电桥失去平衡，不平衡电压经放大器 7 放大后，由检测仪表指示。仪表的读数与力 F 成正比。

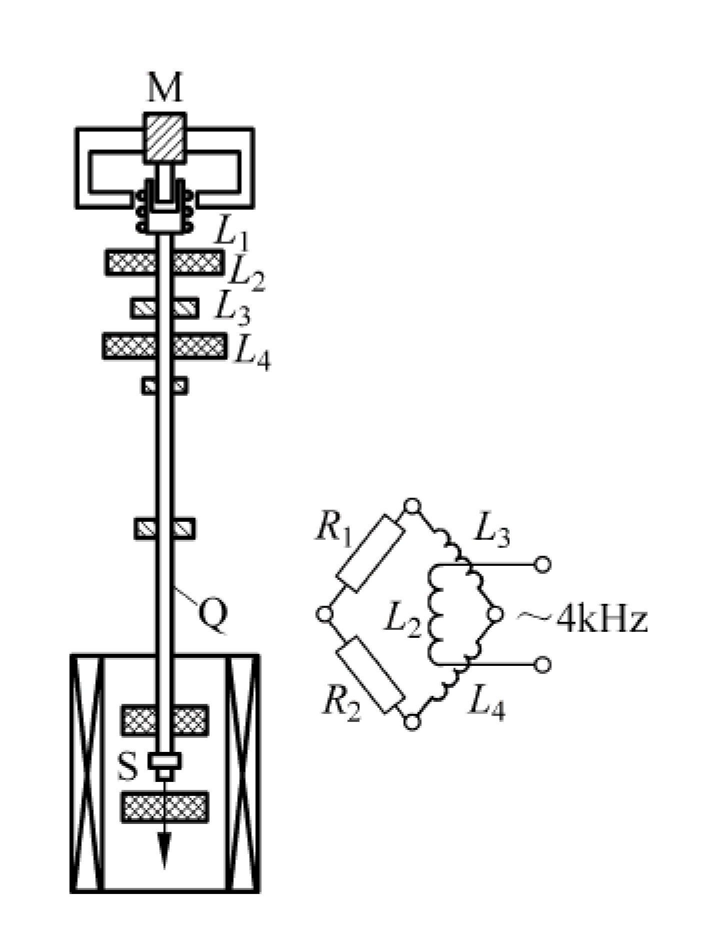



图 1-3-7 差动变压器电磁秤原理

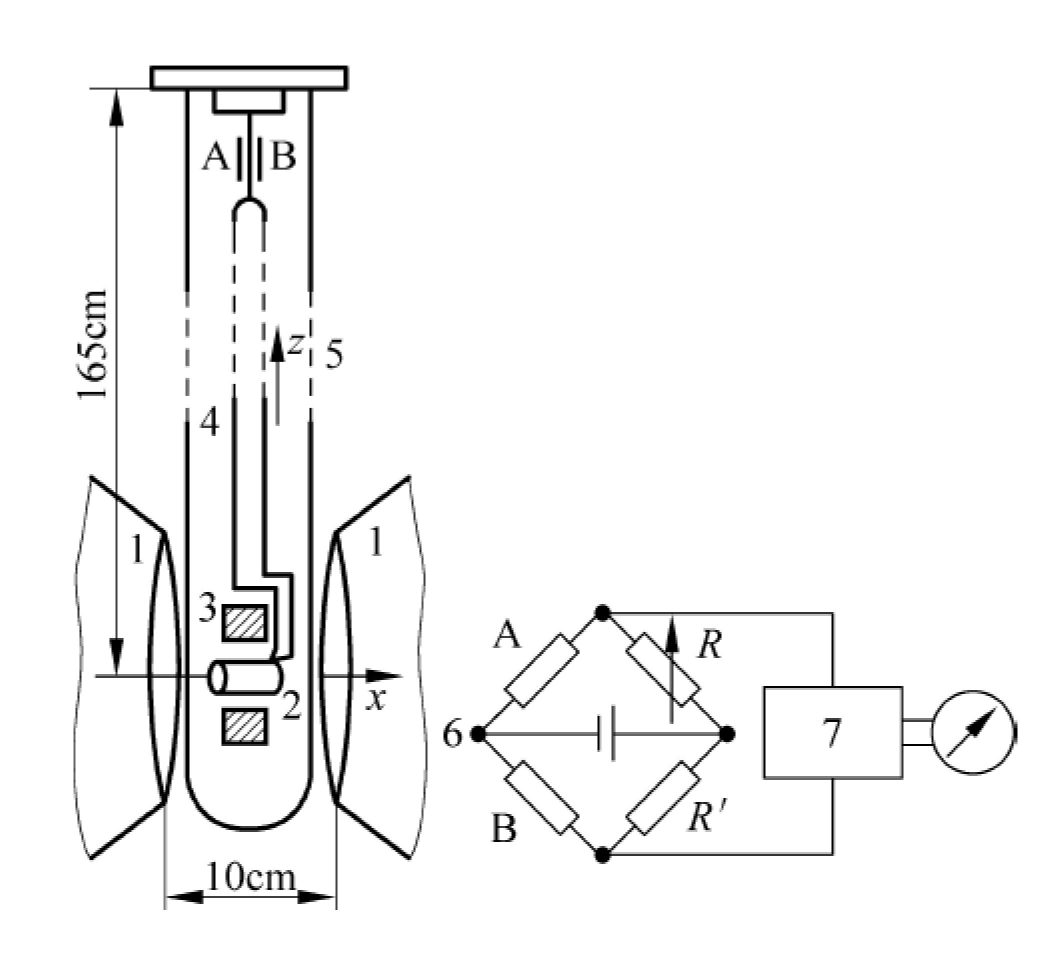


图 1-3-8 应变电阻电桥电磁秤原理

前面叙述的方法适合于测量球形样品，这里讨论的磁秤法可用于测量圆柱样品，对研究粉末材料和液体的磁性非常有用。

将一个截面积为 A 的均匀样品的一端置于均匀磁场 H 之中。即样品处于一个轴向（z 方向）梯度磁场中。这时，样品在 z 方向所受的力为

$$F_z = \frac{1}{2} M_s A H \tag{1-3-19}$$

由式(1-3-19)可见，磁秤法测量磁化强度可以归结为：测量作用在样品上的力 F_z、磁场强度 H 及样品的截面积 A。仍用图 1-3-2 所示的灵敏天平来测定 F_z，可以得到

$$M_s = \frac{2g\Delta W}{AH} \tag{1-3-20}$$

式中，ΔW 是加磁场前后使天平平衡的砝码重量差。图 1-3-9 是这种方法的原理图。

从上述讨论可以看到，磁秤法不仅可以对磁化强度进行绝对测量，而且可以用相对测量法来进行更准确的测量。采用相对法时，用与式(1-3-15)的导出相似的方法，可得

$$M_s = \frac{M_0 A_0 \Delta W_x}{A_x \Delta W_0} \tag{1-3-21}$$

测量粉末样品时，可将粉末装入内径均匀的圆柱形玻璃管中。测量准确度与装入玻璃管中样品的均匀性和重复性有关，一般在$-1\%\sim1\%$的范围内。测量液体物质的磁性时，也可以把液体装在玻璃管中进行测量，管子的直径一般为1～2cm，长度为10～15cm。

玻璃是弱磁性物质，测量时要对玻璃管在磁场中所受的力进行修正。更准确的测量方法如图1-3-10所示。这种方法不需要对玻璃管进行修正，对弱磁性的液体样品的测量很有利。玻璃管分离成对称的上、下两部分，而被测液体在下半部分。当没有装入样品时，玻璃管上、下两部分在磁场中受力相等且方向相反，因此玻璃容器不会受到附加力的作用。这种放置样品的方法，不需修正亦可得到准确的测量结果。

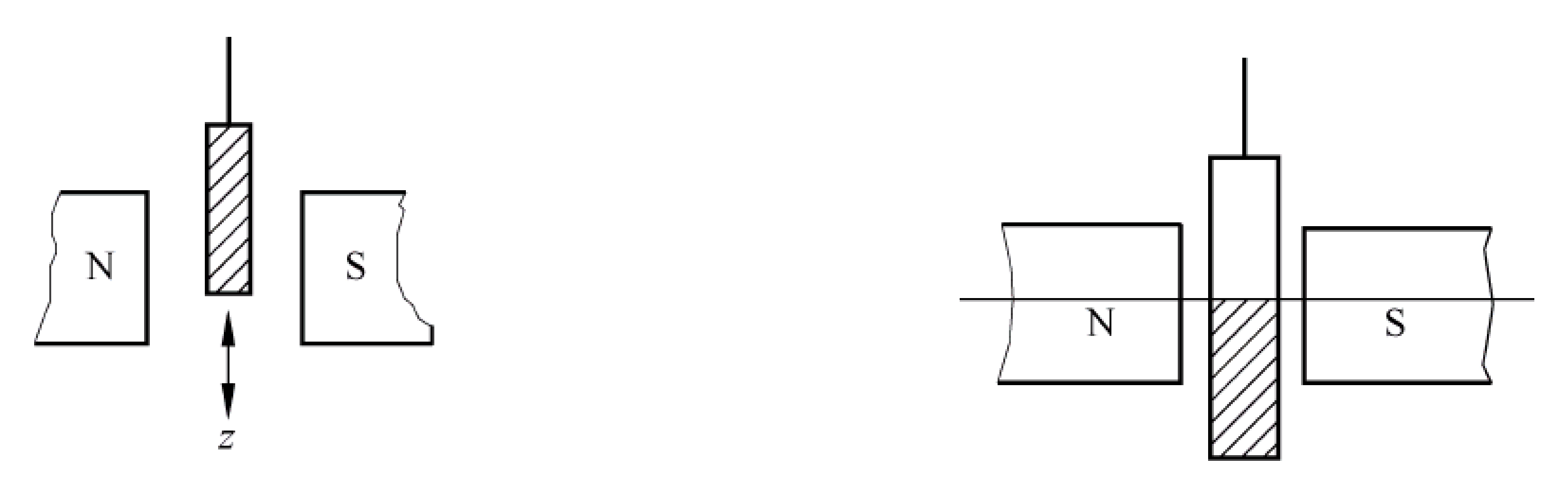


图1-3-9 磁秤法测量磁化强度的原理　　图1-3-10 弱磁性玻璃受力可相互抵消的样品

3.2 磁各向异性常数的测量

3.2.1 磁各向异性

磁各向异性是指物质的磁性随方向而改变的现象，主要表现为弱磁体的磁化率及铁磁体的磁化曲线随磁化方向而改变。铁磁体的磁各向异性尤为突出，磁体饱和磁化在不同方向时自由能不同。磁各向异性对强磁体的技术磁性有很大影响，因而是强磁物质的重要的基本磁性之一。磁性材料的磁各向异性包含磁晶各向异性和感生各向异性，虽然形成这两种磁各向异性的原因不尽相同，但两者都可以作为磁性材料的本征特性来看待。

晶体中原子排列的各向异性往往会导致磁各向异性。晶体沿不同晶轴方向上磁化所测得的磁化曲线和磁化达到饱和的难易程度不同，即在沿某些晶轴方向容易磁化，而沿某些晶轴方向不容易磁化。这种在晶体的不同晶向上磁性能不同的现象，称为磁晶各向异性。通常最容易磁化的晶轴方向称为易磁化方向，所在的轴称为易磁化轴；与之相反的是难磁化方向和难磁化轴。晶体在磁化过程中沿不同晶轴方向所增加的自由能不同，通常沿易磁化轴方向最小，沿难磁化轴方向最大。称这种与磁化方向有关的自由能为磁晶各向异性能。

考虑自发形变之后的立方晶体磁晶各向异性能密度的表达方式为

$$F_K = K_0 + K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) + K_2(\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2) \tag{1-3-22}$$

式中，K_0、K_1、K_2为磁晶各向异性常数，且$K_1 > K_2$，$\alpha_i(i=1,2,3)$为磁化强度分别与各自晶轴的方向余弦。

对于六角晶体，如果易磁化轴是晶体的六重对称轴，那么易磁化轴只有一个。磁晶各向异性能密度是 $\sin\theta$ 的函数，表达式为

$$F_K = K_0 + K_1\sin^2\theta + k_2\sin^4\theta \tag{1-3-23}$$

式中，θ 为磁化强度与[001]轴的夹角。

感生各向异性能密度略去高次项之后为

$$F_K = K_u\sin^2\theta \tag{1-3-24}$$

式中，θ 为磁化强度与外磁场强度的夹角；K_u 为感生各向异性常数。

磁各向异性常数的测量方法有单晶磁化曲线测定法、转矩磁强计法、旋转样品磁强计法和铁磁共振法，这些方法仅实用于单晶样品。对于由许多杂乱分散单晶组成的多晶样品，就整体而言，它是各向同性的，但是往往需要知道其中各单晶的各向异性常数，这时可用多晶磁化曲线趋近饱和定律检测法和多晶奇点检测法（SPD 法）进行测量。

3.2.2 由单晶磁化曲线确定磁晶各向异性常数

沿单晶的不同晶轴方向有不同的磁化曲线，因而磁场所做的磁化功也不同，图 1-3-11 所示为 Fe 单晶的磁化曲线。

对立方晶体而言，设磁场所做的磁化功为

$$W_{[hkl]} = -\int_0^{M_s}\mu_0 H\mathrm{d}M \tag{1-3-25}$$

式中，$W_{[hkl]}$ 为在[hkl]方向上可逆地磁化到饱和所需的磁化功，它的数值等于磁化曲线与 M 坐标轴间所包围的面积，[hkl]表示[100]、[110]、[111]等方向。假定这里的磁化功全部用来增加晶体的磁晶各向异性能密度，则有

$$F_{K,[hkl]} = W_{[hkl]} \tag{1-3-26}$$

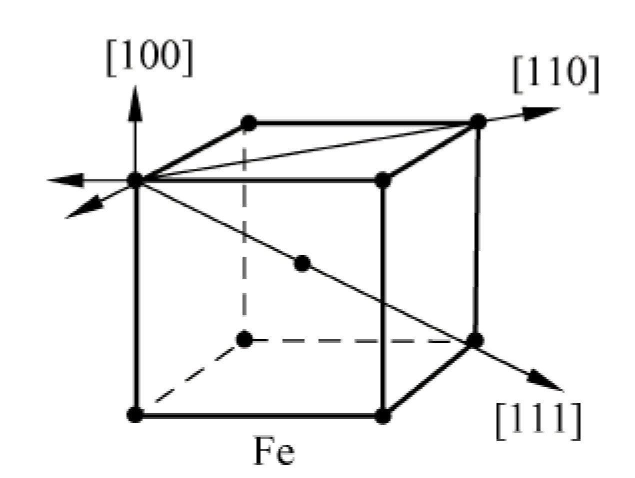
首先根据不同的晶轴方向测量磁化曲线，计算磁化功。然后根据上面的关系求得 K_0、K_1 和 K_2 的值。

沿[100]轴磁化到饱和以后，式(1-3-22)中，$\alpha_1=1$，$\alpha_2=\alpha_3=0$，磁晶各向异性能为

$$F_{K,[110]} = K_0 \tag{1-3-27}$$

沿[110]或沿[111]轴饱和磁化后，同样可得

$$\left.\begin{aligned} F_{K,[110]} &= K_0 + \frac{K_1}{4} \\ F_{K,[111]} &= K_0 + \frac{1}{4}K_1 + \frac{1}{27}K_2 \end{aligned}\right\} \tag{1-3-28}$$



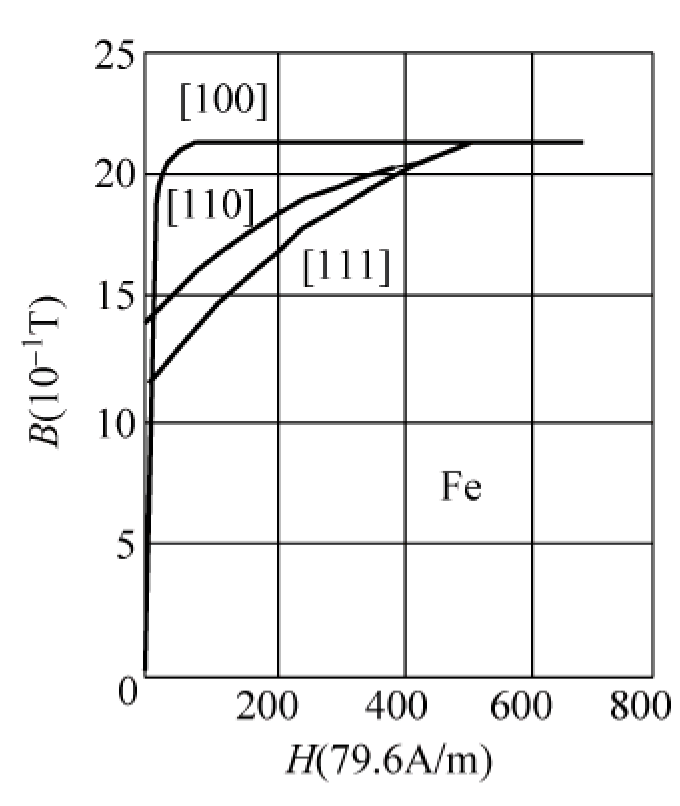


图 1-3-11 Fe 单晶的磁化曲线

因而可以得出

$$\left.\begin{aligned} K_0 &= F_{K,[100]} \\ K_1 &= 4(F_{K,[110]} - F_{K,[100]}) \\ K_1 &= 27[F_{K,[111]} - F_{K,[100]} - 36(F_{K,[110]} - F_{K,[100]})] \end{aligned}\right\} \tag{1-3-29}$$

用这个方法测出的 K 值，往往不够精确。这是由于在磁化过程中，除磁化矢量的可逆转动外，还有畴壁位移，并且还存在不可逆磁化。此外在实验技术上要使磁化精确地沿

[hkl]轴向，也是不易做到的。

3.2.3　由多晶磁化曲线确定磁晶各向异性常数

这里讨论的是通过测定多晶体在高磁场下的磁化曲线，从而求出磁晶各向异性常数 K 的值的方法。

在强磁场下，铁磁体或亚铁磁体的磁化过程由趋近饱和定律来描述：

$$M = M_m\left(1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \cdots + \chi_p H\right) \tag{1-3-30}$$

式中，$M_m = M_s(1 - p_{eff})$。p_{eff} 为多晶样品的空隙度，即样品中所有非磁性物质所占体积的百分数；M_s 为致密不含非磁性物质的磁化强度；M_m 为多晶样品的视在磁化强度。

在式(1-3-30)中，最后一项为在更高磁场下顺磁过程对磁化强度的贡献，此处可以忽略；a 为磁硬度系数，与空气隙及非磁性夹杂物所产生的内应力、位错有关；b 是与磁化矢量的转动过程有关的常数，在强磁场中，磁化过程是外磁场克服磁晶各向异性使磁化矢量转动的过程，所以 b 直接与磁各向异性有关。

对于立方晶体，有

$$b = \frac{8}{105}\frac{K_1^2}{\mu_0^2 M_s^2} \tag{1-3-31}$$

测量步骤为：首先测出在不同磁场下的磁化强度；然后做出 $M\text{-}\frac{1}{H^2}$ 曲线，再外推至 H^{-2} 为零的地方，在曲线纵轴上定出 M_m，由斜率定出 b，但此法灵敏度较低。

对于金属及合金磁性材料，可以认为 $M_m \approx M_s$，可直接将 b 和 M_m 代入式(1-3-31)，求出 K_1。对于铁氧体样品，$M_m \neq M_s$；空隙度 p_{eff} 可以通过将样品的表观密度和由 X 射线分析定出的理想密度相比较而得到。

为了提高测量 K_1 的灵敏度，在测量方法上往往采用微分技术，对式(1-3-30)进行磁场微分，可以得到高场区的微分磁化率 χ_d：

$$\begin{aligned}\chi_d &= \frac{dM}{dH} = M_m\left(\frac{a}{H^2} + \frac{2b}{H^3} + \cdots\right) + \chi_p \\ &= \frac{M_s}{H^3}(aH + 2b + \cdots) + \chi_p\end{aligned} \tag{1-3-32}$$

根据式(1-3-32)，如果测出不同磁场下的 χ_d 值并做出曲线，则可由外推法求出此曲线的截距 $2bM_m$。在已知 M_m 的情况下，可以计算 b 值并由式(1-3-31)确定 K_1。这种方法可以归结为高磁场下微分磁化率的测量，是一个行之有效的方法，奈尔(Neel)等根据此途径测出了 Ni 的 K_1 的温度特性，发现与单晶的实验结果相当吻合。但是这种方法不能确定 K_1 的符号。

3.2.4　转矩磁强计

转矩磁强计是通过测量磁各向异性样品在磁场中所受的力矩来确定磁各向异性常数的装置。样品可以是具有磁晶各向异性的单晶体，也可以是具有感生各向异性的多晶体。仪器的结构如图 1-3-12 所示。具有各向异性的样品做成圆片，由弹性悬丝固定并置于外加恒定磁场中，并且使磁场方向平行于晶面(hkl)，这时样品就会受到一个由磁场产生的力矩 L

的作用，这个力矩把样品的磁化强度从某一易磁化方向旋转到平衡位置，其大小等于磁场强度与垂直于磁场方向磁化强度分量的乘积。一般来说，这个力矩与磁各向异性有如下关系：

$$L(\theta)=-V\frac{\partial F_K}{\partial\theta} \tag{1-3-33}$$

式中，V 为样品的体积。很明显，这个力矩依赖于 K_1、K_2 或 K_u。

在图 1-3-12 所示的装置中，电磁铁可以绕轴旋转 360°。如果样品为扁平圆盘，其表面与(110)重合，则由于(110)面中包含[001]、[110]和[111]三种晶轴，若磁场方向与样品的易磁化轴[001]重合，则悬丝无扭转，样品处于平衡位置，如图 1-3-13(a)所示。此时，磁场、磁化强度和晶轴三者重合在 OO' 方向，磁场对样品没有力矩作用，样品仍然处于平衡位置。若将磁场旋转 β 角，如图 1-3-13(b)所示，磁化强度虽然与磁场同向，但已偏离易磁化轴方向 OO'，于是磁晶各向异性能增加，样品受到力矩作用，使晶轴转向磁场方向。

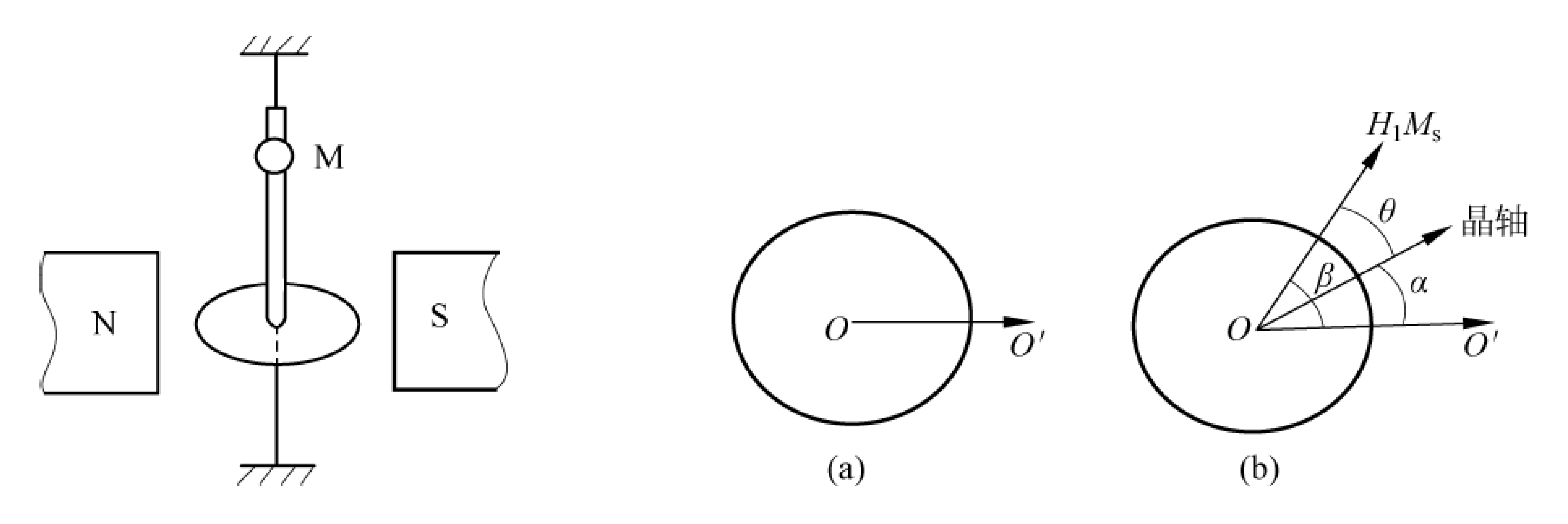


图 1-3-12　转矩磁强计原理　　　图 1-3-13　扁平圆盘样品中磁化强度和晶轴的旋转

在图 1-3-12 的装置中，由于样品被弹性悬丝固定，因而悬丝就产生一反抗力矩以平衡样品所受到的作用力矩。这时磁化强度与晶轴之间的夹角并不等于 β，而为

$$\theta=\beta-\alpha \tag{1-3-34}$$

式中，α 为悬丝被扭转的角度。借助悬杆上小镜对光线的反射，从光标尺上读出悬丝的反抗力矩为

$$L=D\alpha \tag{1-3-35}$$

因此，样品处于平衡位置时，$L(\theta)=L$，即样品受到的力矩 $L(\theta)$ 等于悬丝的反抗力矩。D 为悬丝的扭转模量，只与悬丝的成分、直径、长度有关。可用下述方法测出：在悬丝下端，挂一转动惯量为 J 的重物，令其转动，即可测出转动周期 T，然后将 J、T 代入下式求出 D：

$$D=\frac{4\pi^2 J}{T^2} \tag{1-3-36}$$

将磁场方向旋转不同的角度测量 α，可做出 $L(\theta)$ 曲线。

为了从 $L(\theta)$ 曲线上求出 K_1，即找到力矩和各向异性常数的关系，必须利用式(1-3-33)中的关系。

对于单轴各向异性样品，因为

$$F_K=K_u\sin^2\theta \tag{1-3-37}$$

由式(1-3-33)得

$$L=Dd=VK_u\sin2\theta \tag{1-3-38}$$

将式(1-3-35)代入得

$$D\alpha = VK_u \sin 2(\beta - \alpha) \tag{1-3-39}$$

只要测出 D、α、β，就可应用式(1-3-39)计算出各向异性常数。

对于单轴各向异性的样品，通过实验得到的 $L(\theta)$ 曲线是以 π 为周期的正弦曲线，如图 1-3-14 所示。

立方晶体结构的样品，其转矩曲线的形状与晶体的取向有关，若磁场平行于(110)面，θ 为磁场与[001]轴的夹角，则式(1-3-23)中有

$$\begin{cases} \alpha_1 = \sin\theta\cos\varphi \\ \alpha_2 = \sin\theta\sin\varphi \\ \alpha_3 = \cos\theta \end{cases}$$

此时 $\varphi = \dfrac{\pi}{4}$，其中 φ 及 θ 角如图 1-3-15 所示。

将 α_1、α_2、α_3 代入式(1-3-22)得到

$$F_K = K_0 + K_1\left(\frac{1}{2}\sin^4\theta + \sin^2\theta\cos^2\theta\right) + K_2\,\frac{1}{4}\sin^4\theta\cos^2\theta$$

由式(1-3-33)得

$$L_{(110)} = -\frac{K_1 V}{8}(2\sin 2\theta + 3\sin 4\theta) - \frac{K_2 V}{64}(\sin 2\theta + 4\sin 4\theta - 3\sin 6\theta) \tag{1-3-40}$$

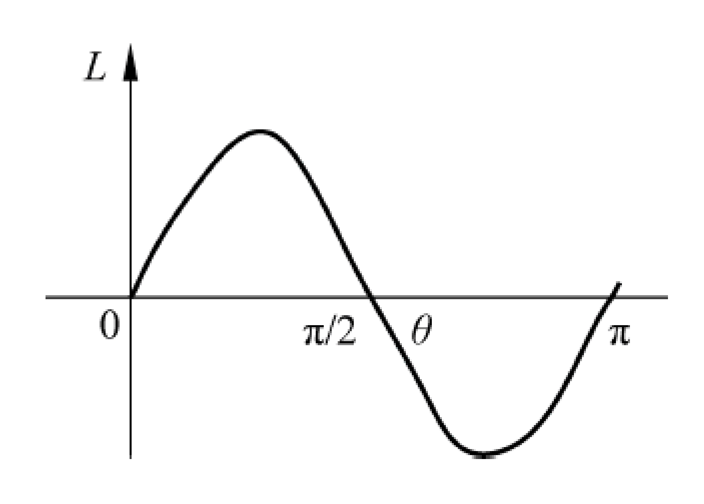


图 1-3-14　单轴各向异性样品的转矩曲线

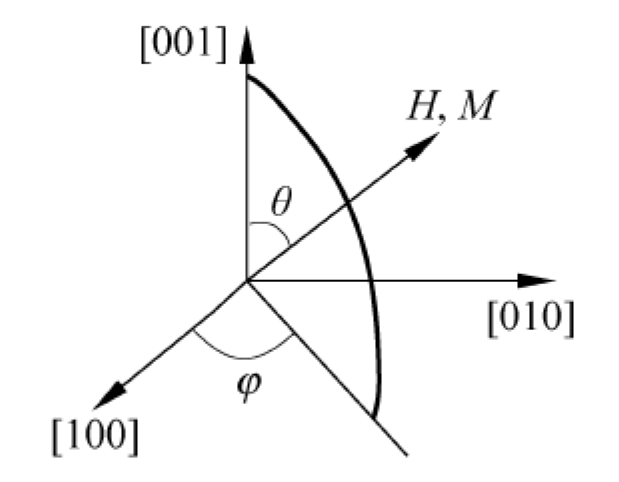


图 1-3-15　立方晶体(110)面中磁化强度的方向

平行于(110)面的转矩曲线如图 1-3-16 所示，它是周期为 π 的振幅可变的曲线。图中，θ 角在 0～π 之间任意选取若干点求得 $L_{(110)}$，代入式(1-3-40)便可求出 K_1 的平均值。

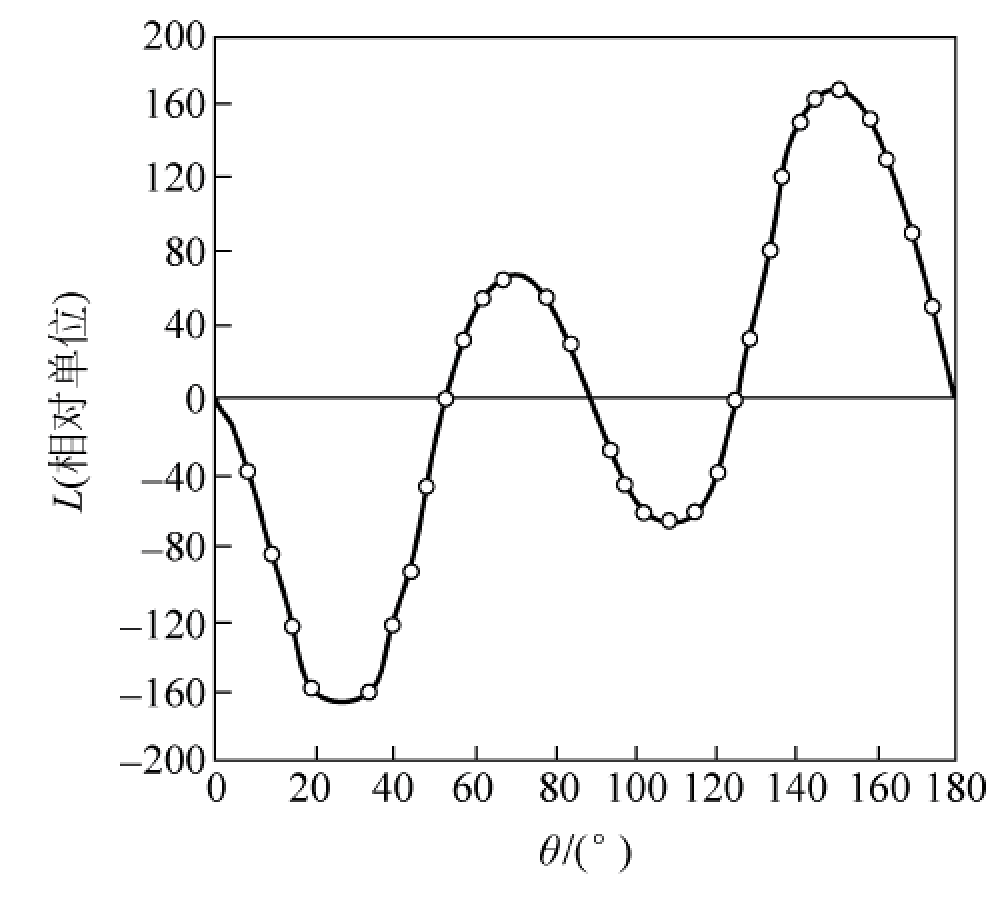


图 1-3-16　单晶硅钢片的转矩曲线

对于立方晶体的不同晶面和不同晶轴方向，在计算转矩曲线时必须知道类似于式(1-3-40)的函数关系。下面分别给出在其他几种晶面里单位体积的 $L_{[hkl]}(\theta)$ 函数。

对于(100)面、[001]方向：

$$L = -\frac{1}{2}K_1 \sin 4\theta \tag{1-3-41}$$

对于(100)面、[011]方向：

$$L = -\frac{1}{2}K_1 \sin 4\theta \tag{1-3-42}$$

对于(110)面、[011]方向：

$$L = \frac{K_1(-2\sin 2\theta + 3\sin 4\theta)}{8} - \frac{K_2(-\sin 2\theta + 4\sin 4\theta + \sin 6\theta)}{64} \tag{1-3-43}$$

对于(110)面、[111]方向：

$$L = \frac{K_1(-2\sin 2\theta - 7\sin 4\theta)}{24} - \frac{K_1(-\cos 2\theta - 4\cos 4\theta)}{3\sqrt{2}} + \frac{K_2(3\sin 2\theta + 28\sin 4\theta + 33\sin 6\theta)}{576} - \frac{K_2(3\cos 2\theta + 8\cos 4\theta - 5\cos 6\theta)}{144\sqrt{2}} \tag{1-3-44}$$

对于(111)面、[110]方向：

$$L = \frac{K_2 \sin 6\theta}{18} \tag{1-3-45}$$

对于(111)面、[112]方向：

$$L = -\frac{K_2 \sin 6\theta}{18} \tag{1-3-46}$$

3.2.5 晶奇点检测法

多晶材料磁晶各向异性场的奇点检测法(简称 SPD 法)由艾斯蒂(Asti)等人提出，此方法的最大优点是测量结果不依赖于晶粒取向及缺陷，设备也不复杂，这种方法对于研究磁性材料的磁各向异性是非常有用的。

根据艾斯蒂等人提出的理论，多晶材料的磁化强度对磁场强度的 n 次导数 $\mathrm{d}^nM/\mathrm{d}H^n$ 是磁场强度的函数，当磁场强度等于该材料的各向异性场 H_A 时，$\mathrm{d}^nM/\mathrm{d}H^n$-$H$ 曲线会出现尖锐的奇点(图 1-3-17)，由奇点出现的位置很容易确定 H_A 值。求导次数 n 取决于沿各向异性场 H_A 方向晶体的对称性，例如，对于单轴晶系难磁化方向处于晶体基平面上的材料(如 M 型钡铁氧体)，$n=2$。

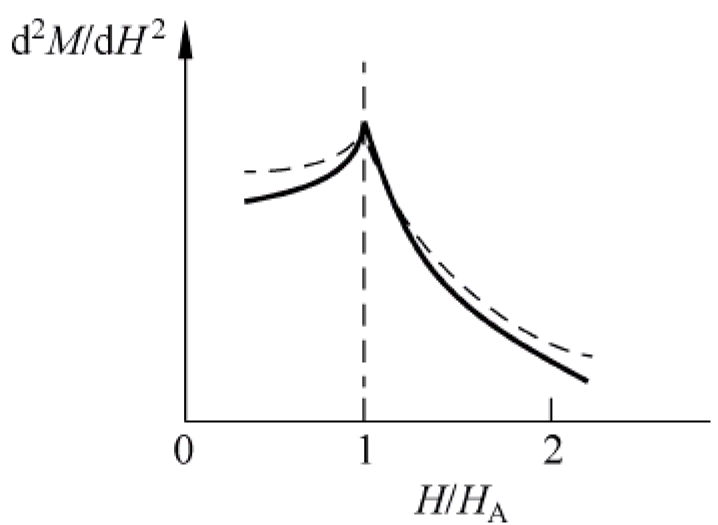


图 1-3-17 $n=2$ 时 $\mathrm{d}^nM/\mathrm{d}H^n$ 与磁场的关系

在实际测量中，$\mathrm{d}^2M/\mathrm{d}H^2$ 是通过测量 $\mathrm{d}^2M/\mathrm{d}t^2$ 来实现的(式中 t 代表时间)，它们之间的关系为

$$\frac{\mathrm{d}^2M}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2M}{\mathrm{d}H^2}\left(\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}H}\right)\frac{\mathrm{d}^2H}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-3-47}$$

式(1-3-47)中，只有$\frac{\mathrm{d}^2M}{\mathrm{d}H^2}$有奇点，$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t}$是一个倍乘因子，只影响$\frac{\mathrm{d}^2M}{\mathrm{d}H^2}$的幅值，测量时应该使$\left(\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t}\right)^2$较大而$\frac{\mathrm{d}^2H}{\mathrm{d}t^2}$尽量小，而选用弱阻尼 LC 放电的脉冲磁场作为试样的磁化场就能最达到此目的。图 1-3-18 为这种实验装置的方框图。

图 1-3-18 中 L 为脉冲磁场线圈，L_1、L_2 为两个反串联的 M 检测线圈。经过补偿电路后输出信号正比于$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t}$，利用与脉冲磁场线圈 L 相串联的标准电阻 R_s 可得到脉冲场信号。电容器 C_0 对回路放电由晶体闸流管控制，L、L_1、L_2 同轴放置，样品放置在检测线圈 L_1、L_2 的轴线中心。检测线圈得到的信号经过各种运算后，用与示波器同步的方法拍摄信号图形，或采用瞬态波形存储器将信号储存后用函数记录仪记录下来。利用记录的曲线可求出出现

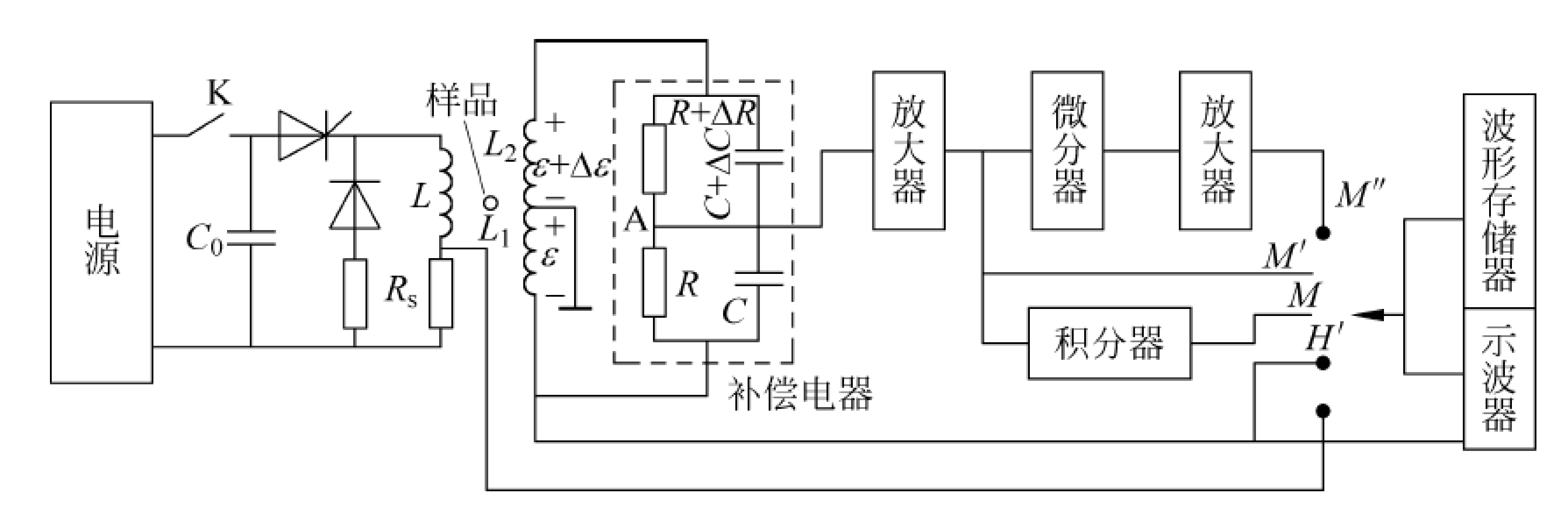


图 1-3-18　SPD 法的实验装置

$$M'=\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t};\ M''=\frac{\mathrm{d}^2M}{\mathrm{d}t^2};\ H'=\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t}$$

奇点时的磁场强度 H,减去样品的退磁场之后即可测得各向异性场 H_A。实验结果证实,利用这种测量方法测量 M 型钡铁氧体的 H_A 与标准值仅相差 0.6%～1%,其测量准确度相当高。

3.3　磁致伸缩系数的测量

3.3.1　磁致伸缩系数

磁致伸缩是指物体在磁场中磁化时,在磁化方向上会发生伸长或缩短。磁致伸缩系数是表征磁性材料由于磁化状态发生变化而引起弹性变形的参量。磁化强度由零变化到某定值时所引起的材料相对伸长量 $\lambda=\Delta l/l$ 叫做材料的线磁致伸缩系数。

磁致伸缩起源于材料磁化时晶格的自发形变。它是磁性材料的本征特性,同时也与磁场强度和温度有关。当磁化达到饱和时,磁致伸缩系数也趋于极限值,叫做饱和磁致伸缩系数,用 λ_s 表示。磁致伸缩系数的数值一般都很小,在 10^{-7}～10^{-4} 范围之内。

3.3.2　光学杠杆法

光学杠杆法是一种利用机械杠杆和光杠杆放大微小形变的方法,即通过机械-光杠杆系统把线状样品的长度改变量 Δl 转换为光杠杆的光点移动。

图 1-3-19 是一种机械-光杠杆装置的结构简图。样品采用线度比大于 250 的细棒,两端固定在支杆 a、b 上,放置在能产生 80kA/m 以上场强的螺线管中的均匀磁场区域并与螺线管的轴线重合,样品下端的支杆 b 借助刀口 O′与杠杆 A 相连,刀口 O′与固定点 O 相距 x',O 点也是刀口的接触点,杠杆的自由端 F 与 O 点相距 x,自由端 F 上有一绕过杆 C 的细线,线上悬一砝码 P,杆 C 是带有反射小镜 M 的转轴 B 的一部分,砝码 P 的作用是使线适当拉紧。小镜 M 与位于其正前方的灯和标尺组成读数系统。

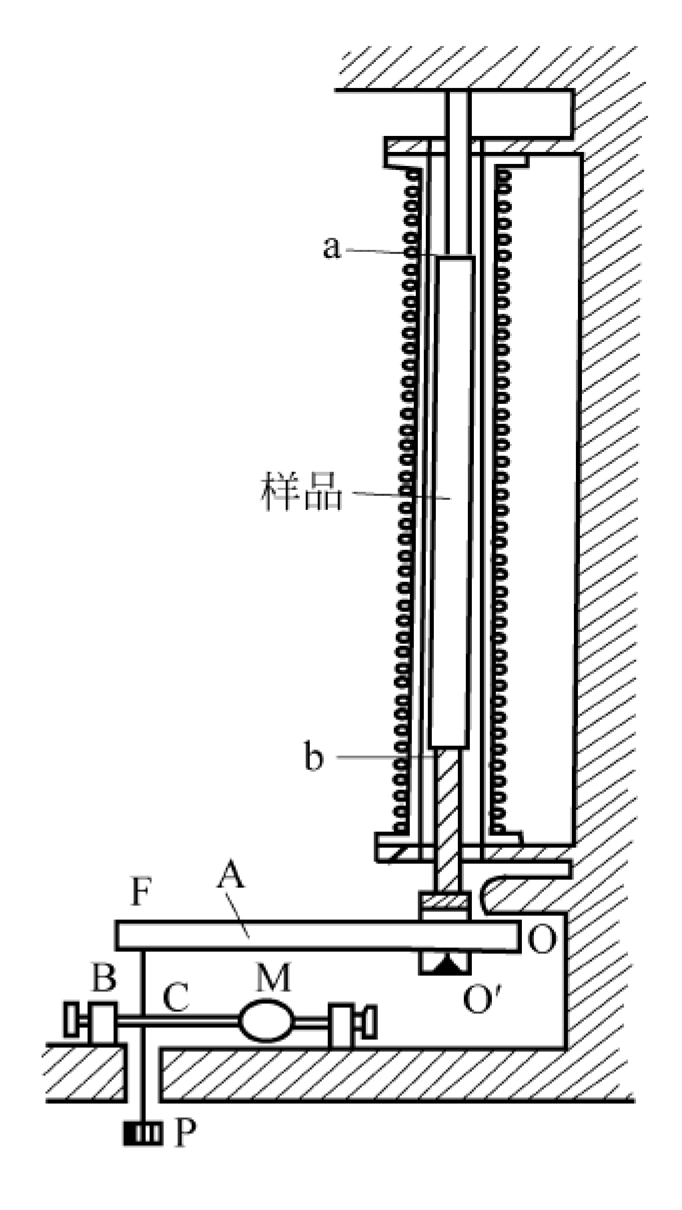


图 1-3-19　光学杠杆装置

当样品沿轴线磁化,其长度改变 Δl 时,杠杆 A 的自由端 F 发生微小位移 Δy,这种移动通过绕在杆 C 上的细线使杆 C

绕 B 轴转动并带动反射小镜 M 偏转 α 角，此时标尺上的光标发生位移 n，若标尺与反射小镜间的距离为 d，则可以据此计算出样品磁化的长度。

由于杠杆 A 的运动是绕 O 点转动，而自由端 F 的移动 Δy 又很小，因此在移动前后的两个位置上，可认为 Δy 与 Δl、x 与 x' 是相似三角形的对应边，故成比例，即

$$\frac{\Delta l}{\Delta y}=\frac{x'}{x}$$

则 $\Delta l=\frac{x'}{x}\Delta y$。若杆 C 的半径为 r，则 $\Delta y=\frac{rn}{2d}$。于是

$$\Delta l=\frac{x'}{x}\Delta y=\frac{r}{2d}\frac{x'}{x}n \tag{1-3-48}$$

如果 $x'=2\text{cm}, x=20\text{cm}, r=2\text{mm}, d=10^3\text{mm}$，由式(1-3-48)可得 $n=10^4, \Delta ln=10^4\Delta l$。可见这种装置能将 Δl 放大 10000 倍。

根据式(1-3-48)测出了 Δl，若样品在退磁状态下的长度 l 已事先测出，则可求出沿磁场方向的线磁致伸缩系数 λ。

如果按照测量磁化曲线的步骤改变磁场强度，就可测出与磁化曲线相应的磁致伸缩系数曲线 $\lambda(H)$。若磁场强度足够强，并能使 λ 与 $1/H$ 满足线性关系，则用外推法可以确定饱和磁致伸缩系数 λ_s。

这种方法的主要缺点是灵敏度低($\approx 10^{-5}$)，另外，这种方法不可能测量磁致伸缩与温度的关系，因为样品的热膨胀效应可能会远远超过磁致伸缩效应，从而无法得到可靠的测量结果。

3.3.3 干涉仪法

光学干涉仪法比上面的方法具有更高的灵敏度，图 1-3-20 为干涉法测量磁致伸缩的示意图。光束从光源 S 透过棱镜 2 射到反射镜 3 上，然后经过反射镜 3 及棱镜 2 的反射面射向目镜 1。光束还从光源 S 通过棱镜 2 和物镜 5 射向固定样品一端的小镜 6 上，被小镜 6 反射，透过棱镜也射向目镜 1。被镜 3 和镜 6 所反射的两束光线具有光程差，因而会产生干涉现象。在目镜 1 中可以观察到干涉图像。4 为激励线圈，在待测铁磁棒 7 上产生一近似均匀的磁场。当铁磁棒的长度变化 Δl 时，就会产生干涉带的移动。如果已知单色光源的波长以及所移动的干涉带的数目 n，就可以测出磁致伸缩的大小。

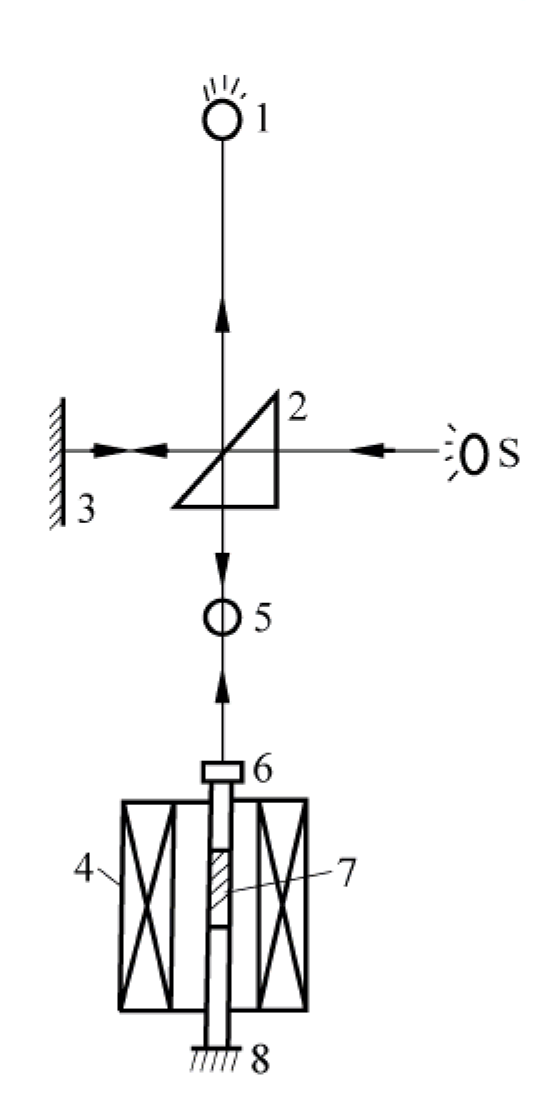


图 1-3-20 干涉法测量磁致伸缩示意图

磁致伸缩系数可根据下式求得：

$$\lambda=\frac{\Delta l}{l}=\frac{n}{2l\nu} \tag{1-3-49}$$

式中，ν 是单色光的频率；l 为样品的长度。

利用上述原理已经制成了各式各样的测量磁致伸缩的干涉仪，在这里不一一叙述。最为著名的迈克尔生干涉仪和法拉第-伯劳特干涉仪，可以测量数量级为 10^{-7} 的磁致伸缩。利用微位移传感器或硅光电二极管等元件甚至可以对磁致伸缩进行连续测量。

3.3.4　形变电阻法

形变电阻法的测量原理在于，将形变电阻固定在样品上，当样品被磁化而发生变形时，形变电阻的电阻值也随之发生变化，通过对电阻的测量就可以确定磁致伸缩的数值。这是一种电学测量方法，虽然不如干涉法灵敏度高、准确，但因它不需昂贵的专门设备，且测量方法简单，因而得到了广泛的应用。

作为转换元件的形变电阻，是由直径为 0.03～0.05mm的康铜丝盘成图 1-3-21 的形状，粘在两层绝缘纸片之间制成的。

形变电阻的特点是电阻的相对变化与长度的相对变化成正比，即

$$\frac{\Delta R}{R}=K\frac{\Delta l}{l} \tag{1-3-50}$$

式中，K 为形变电阻的灵敏系数，可由实验测定。在成品的形变电阻上，K 一般都被作为参数标出。

形变电阻丝电阻的相对变化是用非平衡电桥测量的，其测量原理比较简单，并且具有较高的灵敏度。铁磁体或亚铁磁体的磁致伸缩系数一般为 10^{-5}～10^{-3}，若形变电阻的灵敏度系数 $K=2.0$，其电阻值为 120Ω，则电阻的绝对变化 ΔR 为 2.4×10^{-3}～2.4×10^{-4}Ω。由此可见，需要测量的电阻值是千分之几到万分之几欧姆的电阻变化，对电桥的灵敏度要求很高。

图 1-3-22 是这种电桥的一种电路。应用这种线路应考虑温度补偿问题。将粘在样品上的形变电阻接入电桥的一臂 R_1 上，在与臂 R_1 相邻的另一桥臂中再接入第二个形变电阻片，R_1 和 R_2 的值相等，R_2 粘在与样品形状大小相同的非磁性金属上面，它在磁化时并不形变，将它与样品并排放置在磁场中，使其处于相同温度之下。

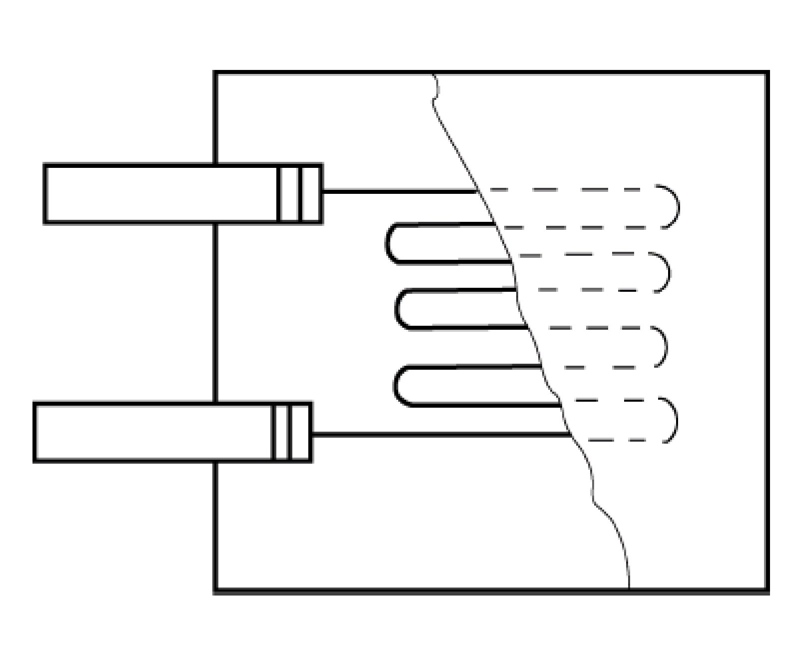


图 1-3-21　形变电阻片

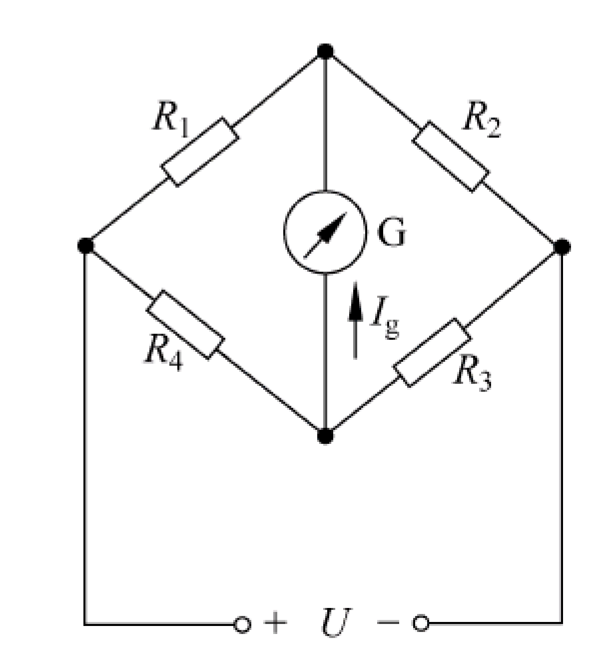


图 1-3-22　测量磁致伸缩的电桥

用非平衡电桥来测量电阻的改变时，可以证明，电阻的变化较小时，流经电流计 G 的电流强度正比于 ΔR_1。根据直流电桥理论，流经电桥中电流计的电流为

$$I_g=\frac{U(R_1R_3-R_2R_4)}{R_g(R_1+R_2)(R_3+R_4)+R_1R_2(R_3+R_4)+R_3R_4(R_1+R_2)}$$

式中，R_g 为电流计的内阻；U 为电源 E 的电压，图 1-3-22 中的 R_3、R_4 可由阻值相同的精密电阻箱充任。

当电桥平衡后，$I_g=0$，这时 $R_1=R_2=R_3=R_4=R_0$。

如果使 R_1 增加 ΔR，变为 $R+\Delta R$，则

$$I_g=\frac{U[(R+\Delta R)R-R^2]}{R_g(2R+\Delta R)2R+(R+\Delta R)2R^2+R^2(2R+\Delta R)}$$
$$=U\frac{\Delta R/R}{4(R+R_g)+(2R_g+3R)\Delta R/R} \tag{1-3-51}$$

将式(1-3-51)代入式(1-3-50)，略去小量可得磁致伸缩系数为

$$\lambda=\frac{\Delta l}{l}=\frac{1}{K}I_g\frac{4(R+R_g)}{U} \tag{1-3-52}$$

这里所讨论的仅仅是一个基本原理，如果要利用这个方法得到精确的测量结果，还要在电桥元件、温度补偿方法、校准方法等方面进行研究及测量。

用非平衡电桥法测量 λ 时，电源电压的变化会引起附加误差，为了避免这个缺点，必须采用高稳定度的电源。同时还应根据电桥的参数来选择电流计及其工作状态。如果选择比较合适的电流计以及低零漂的直流放大器，则这个方法可以得到比光学杠杆法更高的灵敏度。

3.3.5 三端电容法

这种方法与形变电阻法一样，都可归纳为电学张力计法。只是形变电阻法适于测量片状样品，而这里叙述的三端电容法则可测量多晶磁心和单晶小球样品的磁致伸缩。

三端电容法实际上是一个测量微小位移的电容式位移传感器，将磁致伸缩所引起的试样形变转换成电容量的变化。

可以使用如图 1-3-23 所示的电容元件，元件大部分由铜制成，样品 6 的一边与铜螺钉 5 接触，另一边与可移动的方形极板 2 轻接触。样品尺寸发生变化时，固定极板 1 与可动极板 2 之间的距离发生变化，亦即电容发生变化。可动极板 2 与铍铜带 3 相连而固定在支架和胶木块 4 之上，整个装置由屏蔽盆 7 作静电屏蔽，并与屏蔽盆构成三端电容。屏蔽盆还可以起到热屏蔽的作用。将整个装置放在均匀磁场中，电极之间的电容用精密电容电桥和锁相放大器测量。

两个平板电极平行时，它们之间的电容为

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}+C_0 \tag{1-3-53}$$

图 1-3-23 三端电容法使用的电容元件结构

式中，d 为两极板之间的距离；ε_0 是介电常数；S 是电极的面积；C_0 是导线的杂散电容，对于一个固定装置，它是一个常数。

如果样品尺寸的变化是距离 d 改变 Δd，电极之间的电容亦由 C 变为 $\Delta C+C$，那么 Δd 和 ΔC 之间的关系可由下述方程表示：

$$\Delta d=\frac{\varepsilon_0 S\Delta C}{(C-C_0)^2} \tag{1-3-54}$$

通过测定 C 和 ΔC 即可确定磁致伸缩。

这种方法可以准确地测量单晶小球样品的磁致伸缩，其灵敏度可达到 10^{-6} 数量级，误差在 3%之内。误差的主要来源是样品在电容元件中放置不当和电容的温度漂移。

3.4 旋转样品的测量

3.4.1 测量原理

假设样品体积为 V，在稳定磁场中沿 i 轴的磁化强度为 M_i（i 为 x、y 或 z）。样品附近放置一个任意大小和任意取向的固定探测线圈。这样，总有一些磁通 Φ 从样品进入线圈，这个磁通为

$$\Phi = \sum_{i=x,y,z} C_i V M_i \tag{1-3-55}$$

式中，C_i 为耦合常数，与线圈的大小和形状、样品的形状以及从样品到线圈的距离有关。当样品绕 i 轴以角速度 ω 转动时，通过线圈的磁通发生变化，在线圈中产生感应电压 $V=\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$。式(1-3-55)适于任意旋转方式，$C_i$ 和 M_i 都可能与角度有关，对于不同磁参数的测量，可以选择一种旋转方式使 C_i 或 M_i 不依赖于转动角度。

如图 1-3-24(a)所示，测量线圈沿着 x 轴放置，则 $C_y=C_z=0$。样品沿着 x 轴转动，则 M_x 为常数 M_i。耦合常数 C_x 依赖于转动角度。可以将耦合常数展开成转动角度($\theta=\omega t$)的傅里叶级数 $C=C_0+\sum_n C_n\cos n\theta$，则

$$U = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = VM_i\sum_n n\omega C_n \sin n\omega t \tag{1-3-56}$$

如图 1-3-24(b)所示，如果磁化样品绕着 z 轴旋转，测量线圈的轴线沿着 x 轴或 y 轴方向放置，则 C 为常数，磁化强度 M_i 随转角 θ 变化。沿 i 轴的磁化强度取决于转动角 θ，于是

$$M_i = m_0 + \sum_n M_n \cos n\theta$$

$$\frac{\mathrm{d}M_i}{\mathrm{d}t} = \sum_n nM_n \sin n\omega t\,\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \sum_n n\omega M_n \sin n\omega t$$

因此

$$U = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(CVM_i)}{\mathrm{d}t} = VC\frac{\mathrm{d}M_i}{\mathrm{d}t} = VC\sum_n n\omega M_n \sin n\omega t \tag{1-3-57}$$

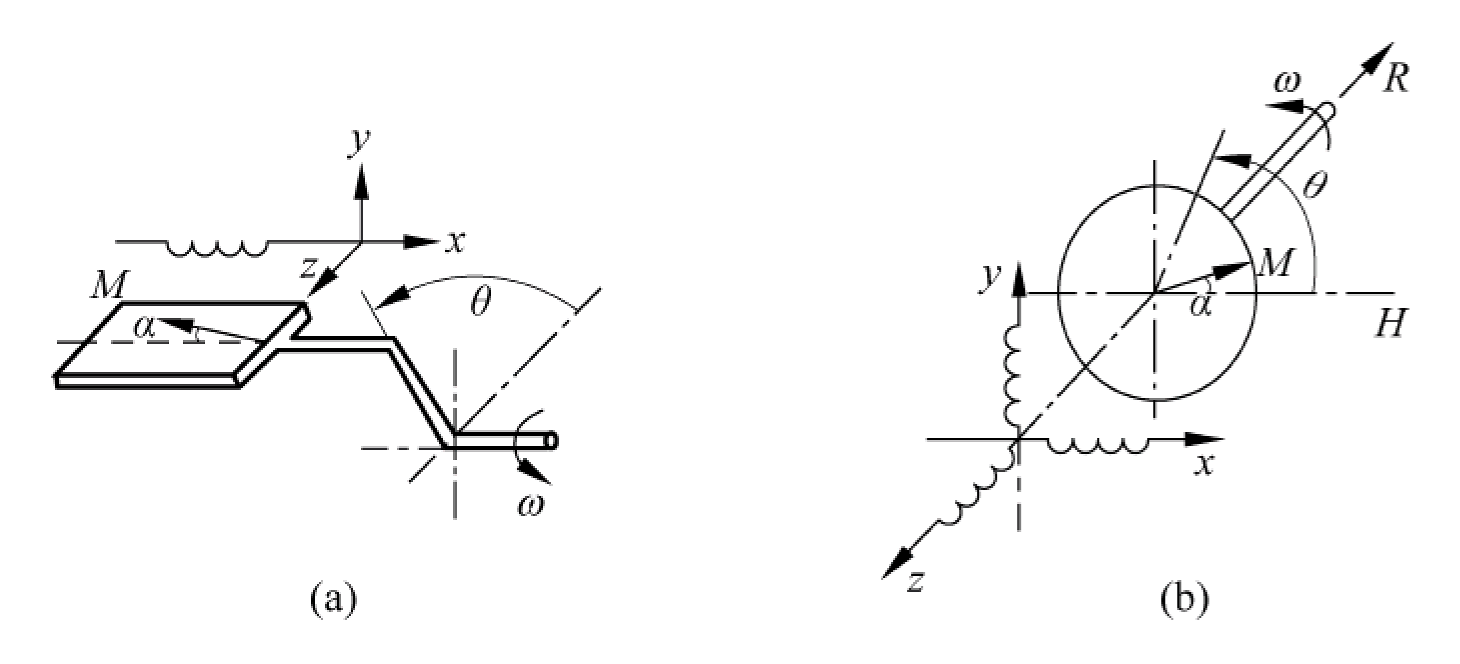


图 1-3-24　转动样品磁强计的两种装置

从式(1-3-56)和式(1-3-57)看出，两种情况下感应电压都随时间变化，它们均可用 ωt 的傅里叶级数来表达。利用锁相放大器可以选出傅里叶级数中的任一单个频率信号，测量结果与其他项无关，或与可能出现的任何背景信号无关。因此，在对应于式(1-3-56)的情

况中，测量的信号正比于 M_i 值，从而可以测量磁化强度与磁场或温度的函数关系。对应于式(1-3-57)情况中，测量信号正比于一个随时间(或随角度)变化的量 $M_n\sin n\omega t$，从而可以测量磁各向异性。

转动磁强计的样品需要以恒定角速度转动，这是由于在式(1-3-56)和式(1-3-57)中，被测信号总是正比于角速度。转动频率的下限由锁相放大器规定，转动频率的上限通常决定于驱动系统的轴承和齿轮，在许多用途中的频率范围为 30～100Hz。图 1-3-25 是旋转样品磁强计的实验装置和电子设备示意图。

锁相放大器需要有一个与待测信号频率相同的基准信号，这个基准信号的峰值电压通常为 0.1～10V。图 1-3-25 中所示的光源 1，光电检测器 2，光断续器圆盘 3，都提供了便利的基准电压源。断续器圆盘与样品 4 同步旋转，以保证基准信号的相位和频率与被测信号的相位和频率相同。

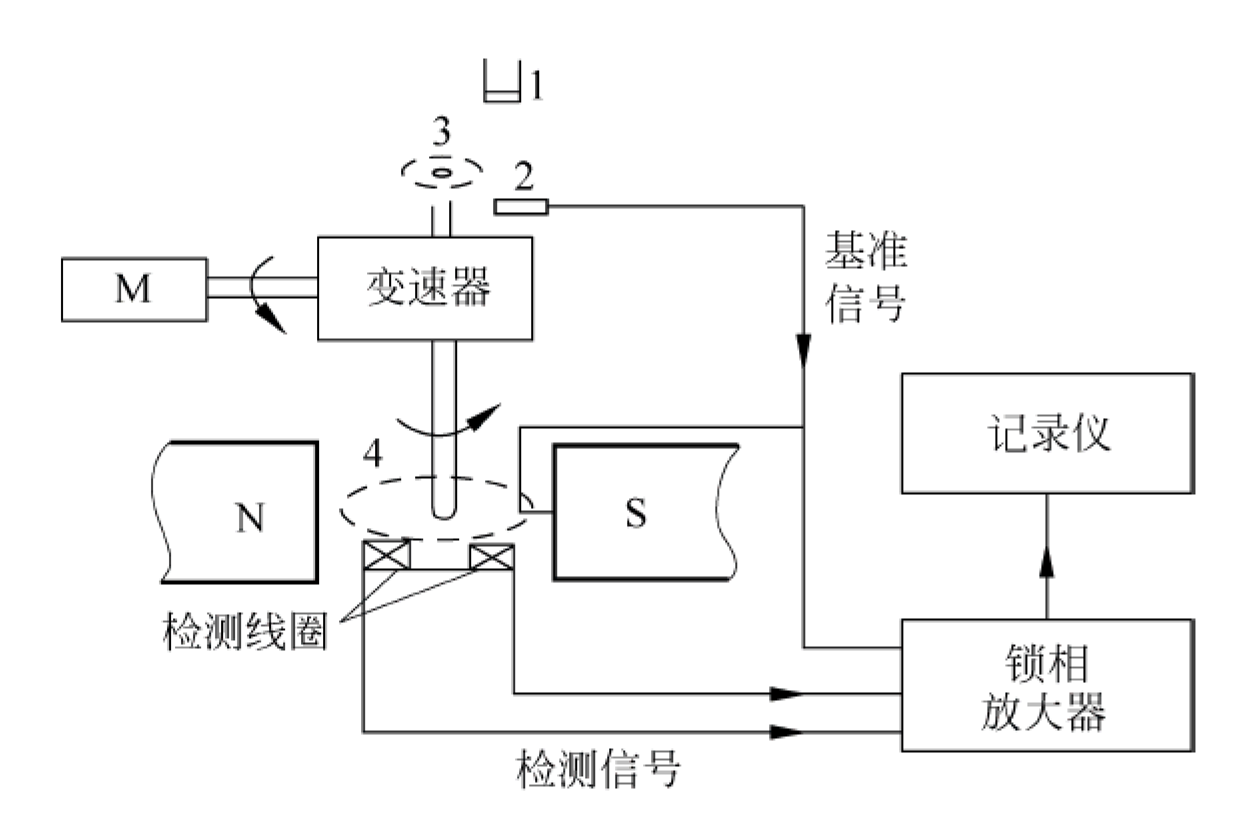


图 1-3-25　旋转样品磁强计

3.4.2　应用旋转样品磁强计的磁性测量

1. 磁化强度的测量

如果各向同性的球形样品偏离转动轴，转动轴平行于磁场(图 1-3-24(a))，这时磁化强度是一个固定值。耦合常数 C 取决于转动角 θ，可以写成

$$C(\theta)=a\cos\theta+b\cos 2\theta+c\cos 4\theta+\cdots \qquad (1\text{-}3\text{-}58)$$

然后由式(1-3-56)得到

$$U=V\omega M_i(a\sin\omega t+2b\sin 2\omega t+4c\sin 4\omega t+\cdots) \qquad (1\text{-}3\text{-}59)$$

锁相放大器的输出 $S(n\omega)$ 是正比于方程(1-3-59)中的 $n\omega$ 项的均方根的直流信号，因此是 M_i 的直接量度。

与大多数磁性测量一样，进行绝对校准需要有一个和待测样品同样大小、同样形状磁化强度已知的样品。测量的重复性取决于样品对于探测线圈重新放置所能达到的精确程度，重复性在 5%之内的机会最多，在 1%以内也不是很困难。

2. 磁各向异性的测量

旋转样品磁强计的最大用途是测量样品磁各向异性参数。转动样品磁强计的输出给出了正比于磁各向异性的连续信号，这对于了解磁各向异性随温度的变化是很方便的。而且，使用锁相放大器还能比较容易地分离各种高次磁各向异性常数。

实验设置如图 1-3-24(b)所示，样品绕垂直于磁场的轴转动，相对转动轴为圆对称。对于大部分测量，探测线圈必须处于能够检测垂直于磁场的磁化强度分量的位置。

下面从作用于样品上的转矩入手来讨论旋转样品磁强计法的测量原理。对于图 1-3-24(b)的情况，转矩可写成

$$L(\theta) = \mu_0 MH\sin\alpha = -\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{K}}}{\mathrm{d}\theta} \tag{1-3-60}$$

式中，E_{K} 是各向异性能。因为 $\mu M\sin\alpha$ 恰好是 M 的垂直分量(用 $M_\perp$ 表示)，所以 $\mu_0 HM$ 正好等于作用在样品上的转矩。因此，探测线圈处在能检测 $M_\perp$ 变化位置时的输出电压为

$$U_\perp(\theta) = VC\frac{\mathrm{d}M_\perp}{\mathrm{d}t} = VC\omega\frac{\mathrm{d}M_\perp}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{VC\omega}{\mu_0 H}\right)\frac{\mathrm{d}^2 E_{\mathrm{K}}}{\mathrm{d}\theta^2} \tag{1-3-61}$$

线圈的输出恰好是转矩曲线的导数。对于具有简单的单轴各向异性的样品其各向异性能为

$$E_{\mathrm{K}} = K_{\mathrm{u}}\cos^2(\theta-\alpha) \tag{1-3-62}$$

当 α 角很小，即 $H > 2K_{\mathrm{u}}/(\mu_0 M_{\mathrm{s}})$时，将 E_{K} 对 θ 二次求导并展开成为 $K_{\mathrm{u}}/(\mu_0 M_{\mathrm{s}} H)$的幂级数，其结果为

$$U_\perp = -VC\omega M_{\mathrm{s}}\left[2\left(\frac{K_{\mathrm{u}}}{\mu_0 M_{\mathrm{s}} H}\right)\cos 2\omega t - 4\left(\frac{K_{\mathrm{u}}}{\mu_0 M_{\mathrm{s}} H}\right)^2\cos 4\omega t + 9\left(\frac{K_{\mathrm{u}}}{\mu_0 M_{\mathrm{s}} H}\right)^3\cos 6\omega t + \cdots\right] \tag{1-3-63}$$

锁相放大器可以独立地测量出式(1-3-63)中的每一项。从比率 $U_\perp(4\omega)/U_\perp(2\omega) = 2K_{\mathrm{u}}/(\mu_0 M_{\mathrm{s}})$或者 $U_\perp(6\omega)/U_\perp(4\omega) = -\frac{9}{4}K_{\mathrm{u}}/(\mu_0 M_{\mathrm{s}})$中可以得到磁各向异性场 $K_{\mathrm{u}}/(\mu_0 M_{\mathrm{s}})$。

对于立方晶体系材料，当样品平面为不同晶面时，在不同的基准方向上，也可以用类似的方法导出 $U_\perp$ 的各次谐波与磁各向异性场的关系式。

3.5　居里温度或抵消温度的测量

第 1 章中介绍过，磁性材料的磁特性随温度的变化而变化，当温度上升到某一值时，铁磁性材料或亚铁磁性材料就由铁磁状态或亚铁磁状态转变为顺磁状态，这个温度就称为居里温度，以 T_{f} 表示。某些亚铁磁性材料在低于居里温度时，磁矩虽然为有序排列，但互相抵消，自发磁化强度为零，该温度称为抵消温度，用 T_{c} 表示。

显然，一切能观测到磁性消失的装置原则上都可以用来测量居里温度。居里温度又是铁磁物质的二类相变点(有序-无序排列)，因此，能观测到二类相变点的装置也可用来测量居里温度。

常用的测定居里温度的方法大致有以下几种：①测定饱和磁化强度 M_{s} 与温度 T 的关系曲线，确定居里温度；②测定起始磁导率 μ_{i} 与温度 T 的关系曲线，确定居里温度；③感应法测量居里温度；④测量磁电阻效应，电阻为极大值的温度即为居里温度；⑤测量电阻的温度系数，温度系数为极大值的温度即为居里温度。后两种方法运用的是电测量技术，只对金属和具有低电阻率的材料适用。

1. 测量 M_{s}-T 曲线确定居里温度

从物质的磁性来看，通过测量 M_{s}-T 曲线来确定居里温度的方法是比较科学的方法，因

为 M_s 只与物质的本质特征有关。磁性材料典型的 M_s-T 曲线如图 1-3-26 所示，图中 M_s-T 曲线有六种类型(M、Q、D、V、R、N)。无论在哪种类型的曲线上，都可以从曲线斜率最大点作直线与温度轴相交，其交点就是居里温度 T_f 或抵消温度 T_c。

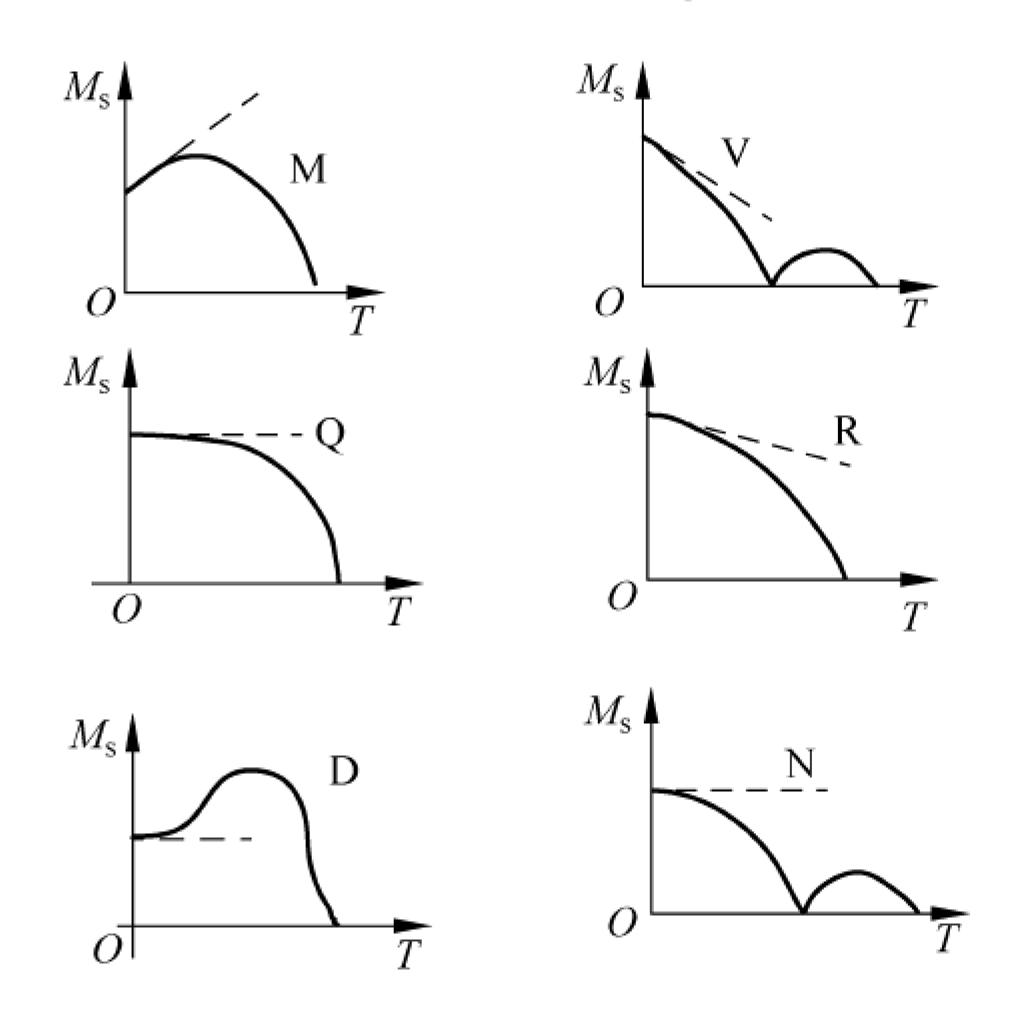


图 1-3-26　M_s-T 曲线的基本类型

在饱和磁场下，无论温度上升或下降，由测量得到的 M_s-T 曲线基本上是重合的，但在非饱和磁场下进行测量，由于存在热滞效应，所得曲线并不重合，但 M_s-T 曲线的起始点和终点仍然一致。

不同磁场下测量得到的 M_s-T 曲线差异很大，所测的居里温度也略有差异。图 1-3-27 是 YIG 铁氧体材料在不同磁场下的 M_s-T 曲线。从这些曲线可以看出，所测得的居里温度实际上只能是一个居里温度区域。

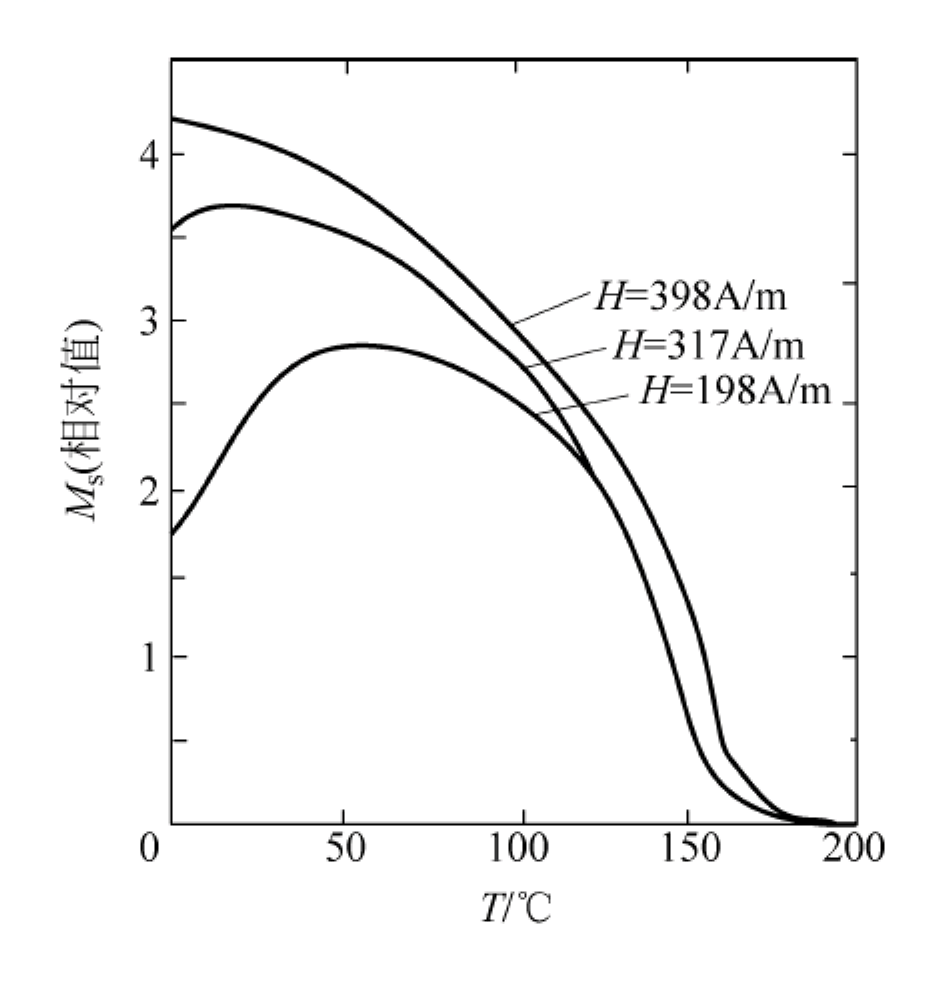


图 1-3-27　不同磁场下石榴石铁氧体的 M_s-T 曲线

根据居里温度的定义，用 M_s-T 曲线法实际上并不能足够准确地确定居里温度。这是由于，温度高于居里温度时，自发磁化强度为零而实际测量的磁化强度并不为零。在测量中，常常以外场作用下的饱和磁化强度代替自发磁化强度。为了更准确地确定居里温度，必

须研究磁性材料发生在居里温度附近的磁化过程。

根据铁磁体热力学原理，在居里温度附近，材料的比磁化强度与外磁场有如下关系：

$$\alpha(\sigma_{sp}+\sigma_i)+\beta(\sigma_{sp}+\sigma_i)^3=H \tag{1-3-64}$$

式中，α 和 β 为与温度有关的热力学系数；σ_{sp}为比自发磁化强度；σ_i 为由外磁场所引起的比磁化强度。当温度 $T>T_f$ 时，$\sigma_{sp}=0$，上式变为

$$\alpha\sigma_i+\beta\sigma^3=H \tag{1-3-65}$$

实际上，σ_i 并不很小，如果忽略 σ_i 的高次幂项就会引入测量误差。将式(1-3-65)变化为

$$\frac{H}{\sigma_i}=\beta\sigma_i^2+\alpha \tag{1-3-66}$$

利用式(1-3-66)在不同温度和不同磁场下测量 σ_i 并作出 (H/σ_i)-σ_i^2 曲线，将每条曲线外推至 $H=0$，可以得到一条 σ_i^2-T 曲线，再将此曲线外推至 $\sigma_i^2=0$，这时就能准确地确定居里温度了。

一般来说，一切具备了控热系统的磁秤或振动样品磁强计都可用上述方法测量居里温度。

2. 利用 μ_i-T 曲线确定居里温度

当磁性材料在接近居里温度时，其起始磁导率 μ_i 达到极大值。利用这一性质，测量不同温度下的起始磁导率，画出 μ_i-T 曲线，曲线峰值所对应的温度就是居里温度，如图 1-3-28 所示。

起始磁导率可用任何一种交流电桥测量。用一种应用谐振原理制成的电感电容测量仪测量起始磁导率，尤其对软磁材料的测量很方便，并且可以与温度系数的测量同时进行。

3. 感应法测量居里温度

大多数用于工程技术的磁性材料，并不需要非常准确地确定居里温度，其测量准确度在±(2%～3%)就已经足够了。感应法就是为了适应这种需要而发展起来的一种快速测量的方法。

这种测量法使用环形样品。将感应电压进行积分，积分运算可在密勒(Miller)积分器中完成，密勒积分器可按图 1-3-29 电路用运算放大器制成。

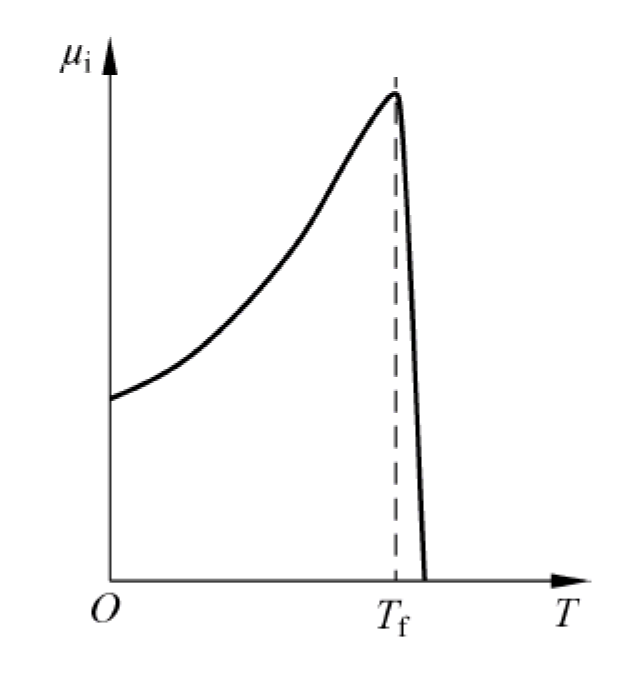


图1-3-28　由 μ_i-T 曲线确定居里温度

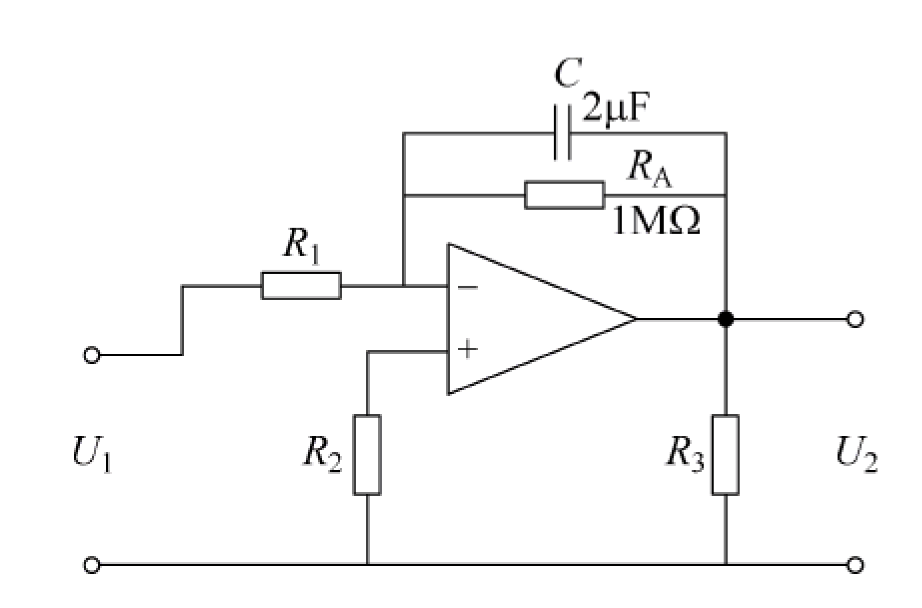


图 1-3-29　密勒积分器

为了使积分器的运算误差不致影响测量结果，其有效时间常数 R、C、G(其中 G 是放大器的增益)至少应超过测量频率倒数的 100 倍。积分器输出电压为

$$U_2=\frac{\mu_0 MNA_e}{RC}\frac{G}{G+1} \tag{1-3-67}$$

磁化强度由积分器输出电压 U_2 决定：

$$M=\frac{RCU_2}{\mu_0 NA_e}\frac{G+1}{G} \tag{1-3-68}$$

图 1-3-30 是这个方法的测量电路示意图。一个能提供 0～5V、50～60Hz 正弦电压的电源通过电阻 R_1 接到初级绕组上，电阻由锰铜丝制成，其值为 0.1Ω，电阻上的压降送入示波器作为外扫信号。

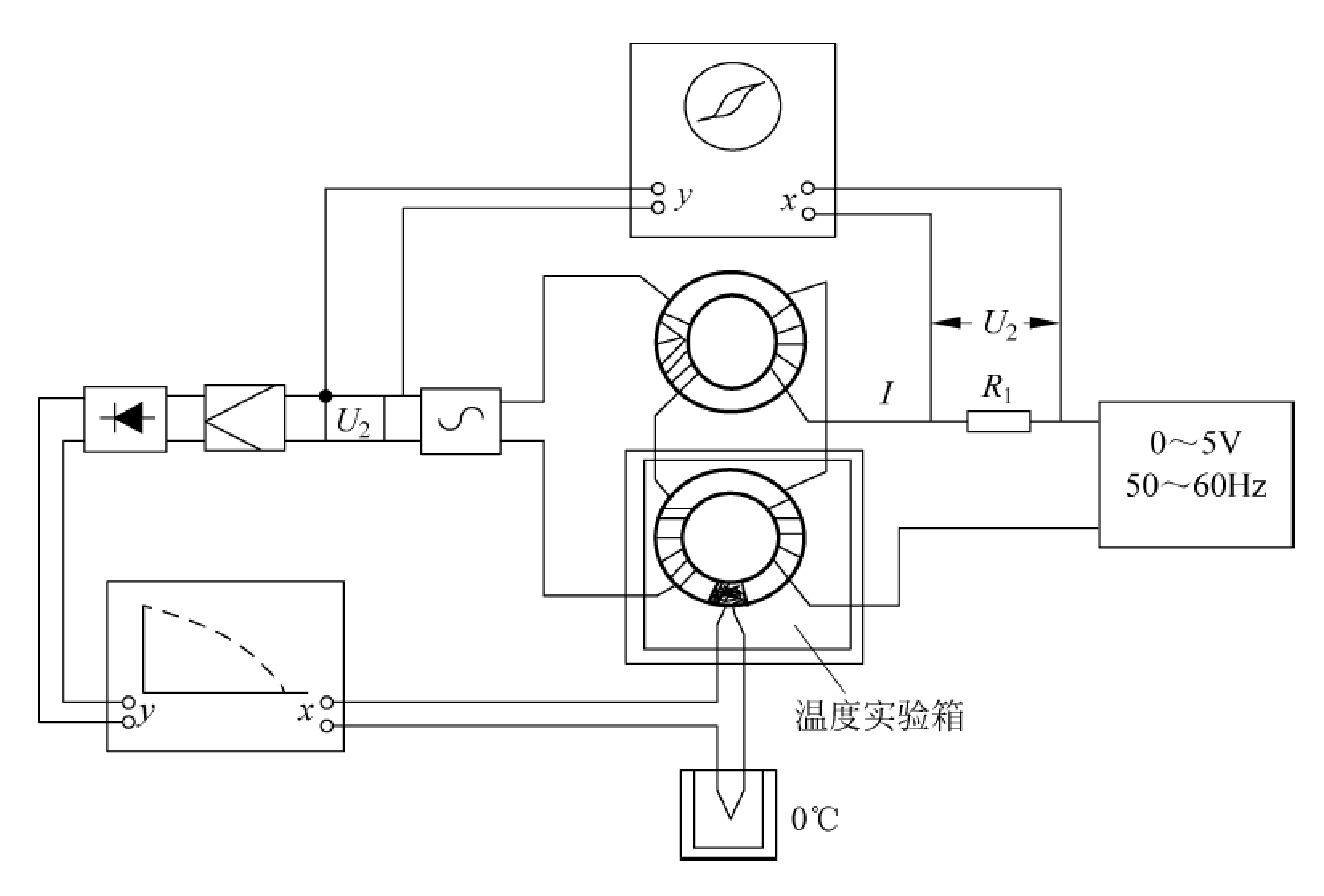


图 1-3-30　磁化强度和居里温度测试仪

由积分器输出的电压，一路输入到示波器，另一路经放大和峰值整流之后送给 x-y 函数记录仪的 y 轴。如果样品放置在温度可控制的实验箱中，并将测温热电偶的输出电压送到 x-y 函数记录仪的 x 轴，当温度变化时，就可描绘出 M-T 曲线。因此，就可以根据曲线确定被测试样品的居里温度或抵消温度。

图 1-3-30 为感应法测量居里温度的一个实例，它可以用于软磁材料或旋磁材料的测量，但需要制作环形试样和等效非磁性环。一般的非闭合磁路样品（如棒形、条形）可以采用如图 1-3-31 所示的比较简单的方法进行测量。整个装置由磁化回路和测量回路组成。磁化回路由多层螺管线圈 N 和自耦变压器 T 组成，产生频率为 50Hz 的交流磁化场。测量回路中，S_1 是测量线圈，样品 M 放在 S_1 里面，补偿线圈 S_2、S_3 与 S_1 串联反接，S_1 放在 N 的中心部位，S_2 放在 N 的端部。而 S_3 是位于 N 之外的可以旋转的补偿线圈。当样品未放入 S_1 中而磁化电路已接通电源时，交变磁场在 S_1 和 S_2 中均产生感应电动势，如果两电动势互相抵消，则测量回路的电动势为零。反之，便有一电动势存在，此电动势经整流后在电流回路中产生电流，引起电流计光点偏转。这时可以调节 S_3 的相对位置，进行最后的电动势补偿。经验证明，在螺管线圈 N 中，要使测量线圈和补偿线圈中的电动势得到完全补偿是比较困难的。因此在图 1-3-31 中还设置了一个补偿器电路。补偿器的作用是：当电动势的补偿不能最终实现时，它便将一个直流电压接入测量回路，使电动势得到完全补偿。这时，交变磁场对测量回路将不产生任何影响。S_1 中的感应电动势只与样品的磁特性有关，即电流计的偏转 α 只与样品的磁特性有关。

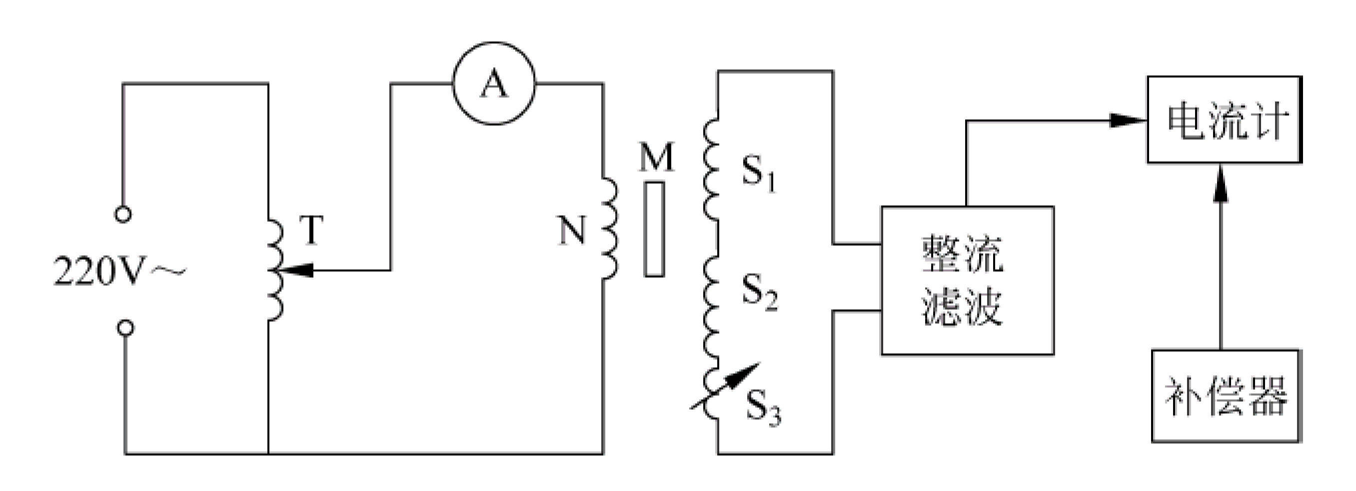


图 1-3-31　感应法测条形样品居里点的装置

如果将加热装置放进螺管线圈 N 中，用热电偶测量温度，当温度 T 上升时，便可得到一条 α-T 曲线，根据该曲线即可确定居里温度。

3.6　应用铁磁共振技术测量磁参数

3.6.1　铁磁共振原理

铁磁共振（ferromagnetic resonance，FMR）是一种历史悠久的技术，但仍被认为是研究现代科学-自旋电子学的强大工具。铁磁共振是旋磁材料的基本物理现象，其共振圆频率 ω 只与基本物理常数旋磁比 γ 和等效直流磁场有关，而等效直流磁场又包含外加直流磁场、试样的退磁场以及由各种原因而形成的磁各向异性等效场。在考虑各种等效直流磁场之后，可以从磁矩的进动方程求出各种共振圆频率的数学方程式，根据这些方程则可求出旋磁材料的一些基本磁性参数。从原理上讲，如果这些方程式足够精确，那么应用铁磁共振技术所得测量结果的准确度应该是很高的。遗憾的是，在许多情况下，所能得到的仅仅是一些近似方程式，这就是目前应用铁磁共振技术尚不能获得较高的测量准确度的主要原因。

铁磁共振光谱仪是一种记录外部直流或准直流磁场影响下样品吸收的电磁波的工具。光谱仪应至少包括一个电磁波激发源、检测器和传输线。铁磁材料的进动频率位于微波的范围，为 0.1～100GHz，因此铁磁共振吸收发生在微波范围。这种高频率电磁波的产生、检测和传输并不像直流或低频电子产品那么简单。根据传输线和网络理论，传输线和负载之间的阻抗必须匹配以优化能量传输。铁磁共振光谱仪还有一个谐振器和一个电磁铁，它们在测量过程中产生磁场以改变样品的磁化强度。安装在空腔内的样品从微波源吸收能量。探测器电路记录磁场扫描时微波的反射率或透射率的变化。微波由速调管产生，通过波导到达金属腔。信号通过相同的波导从腔体反射回到检测器-肖特基势垒二极管。微波源、探测器、循环器和受保护电子设备等集成在一个盒子中，被称为“微波桥”。大多数铁磁共振光谱仪的基本配置如图 1-3-32 所示。然而，这种反射仪给出的信噪比（signal to noise ratio，SNR）仍然不足以识别频谱，需要用锁相技术来将信噪比提高到可接受的值。由于微波源、探测器和谐振腔的工作频率不能有很大的变化，因此在不同频带工作时，必须改变微波桥和谐振腔。

用一个低频交变磁场来调制直流磁场时，可以用锁相放大器来检测微波反射信号。样品在谐振腔里可以任意旋转，可以进行沿不同晶轴或任意磁场方向的共振实验。

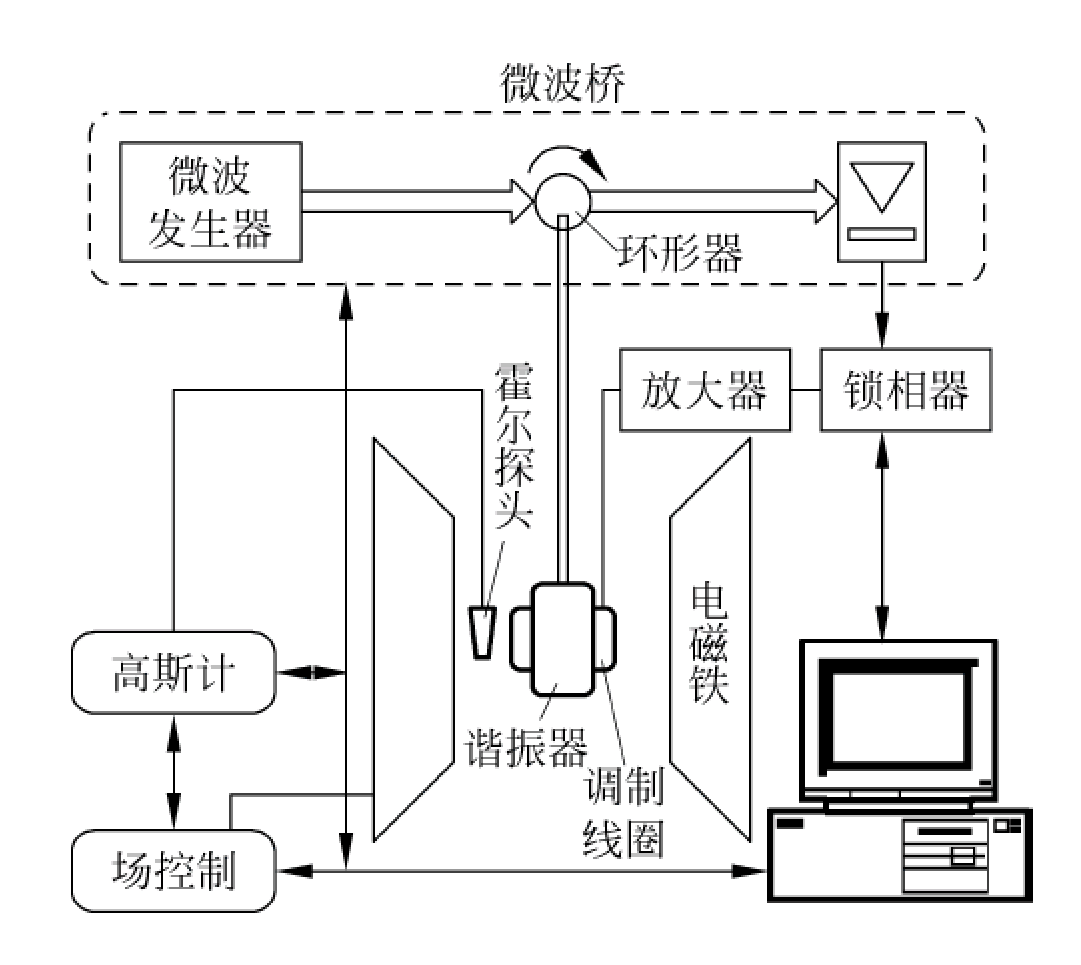


图 1-3-32　磁场调制式铁磁共振光谱仪

3.6.2　饱和磁化强度的测定

一般来说，利用铁磁共振测量饱和磁化强度，在不考虑磁各向异性的情况下有两种方法。

(1) 对于厚度很小的薄片样品，可以利用薄片样品的退磁效应测定饱和磁化强度，使用固定频率的共振装置，分别使直流磁场平行和垂直于薄片，测量共振磁场 $H_{/\!/}$ 和 $H_{\perp}$，则饱和磁化强度为

$$M_s = \frac{1}{2}\left\{(H_{/\!/}+2H_{\perp})-[H_{/\!/}(5H_{/\!/}+4H_{\perp})]^{1/2}\right\} \tag{1-3-69}$$

(2) 对于球形样品，利用静磁模共振测定饱和磁化强度。将一个小球样品放在谐振腔中微波磁场不均匀的位置时，在较宽的直流磁场范围内，除了有由基特尔公式所决定的一致共振峰之外，还可以出现许多附加共振峰，即静磁模共振。操作频率 ω 一定时，各附加共振峰所对应的磁场位置仅与饱和磁化强度有关。例如，对于模式数为 $(m,m,0)$ 和 $(m+1,m,0)$ 的两个静磁共振峰的 $\omega-\gamma H$ 正比于 M_s 的常数。对于球形样品，有

$$(\omega-\gamma H)_{m,m,0} = \frac{m}{2m+1}\gamma M_s \tag{1-3-70}$$

$$(\omega-\gamma H)_{m+1,m,0} = \frac{m}{2m+3}\gamma M_s \tag{1-3-71}$$

式中，γ 为旋磁比。

利用静磁模的这种特征，可以由一些低次静磁模之间的间隔来确定 M_s 值。用铁磁共振波谱仪，在工作频率一定时测出一系列附加共振峰的位置 $H_{m,m,0}$ 和 $H_{m+1,m,0}$。例如，测得 $H_{1,1,0}$ 和 $H_{2,2,0}$，则由式(1-3-70)可得

$$H_{1,1,0}-H_{2,2,0} = \frac{1}{15}M_s \tag{1-3-72}$$

即 $(1,1,0)$ 模是一致共振模。

以上两种测量方法只适用于不考虑各向异性的多晶材料。对于具有磁晶各向异性或同时具有感生各向异性的材料，用这种简单的方法往往不能确定饱和磁化强度。因为具有磁各向异性的单晶材料，静磁模共振峰出现的磁场位置同时与饱和磁化强度和各向异性等效场有关。

3.6.3 磁晶各向异性等效场的测定

铁磁单晶体的磁各向异性对共振场的影响，可以看成是在共振场上附加了一个磁各向异性等效场。

对于立方晶体系的球形单晶样品，当外加直流磁场在(110)晶面内[100]、[110]和[111]方向时，发生铁磁共振的条件为

$$\frac{\omega}{\gamma}=H_{[100]}+\frac{2K_1}{\mu_0 M_s} \tag{1-3-73}$$

$$\frac{\omega}{\gamma}=\left[\left(H_{[110]}-\frac{2K_1}{\mu_0 M_s}\right)\left(H_{[110]}+\frac{K_1}{\mu_0 M_s}+\frac{K_2}{2\mu_0 M_s}\right)\right]^{12} \tag{1-3-74}$$

$$\frac{\omega}{\gamma}=H_{[111]}-\frac{4K_1}{3\mu_0 M_s}-\frac{4K_2}{9\mu_0 M_s} \tag{1-3-75}$$

式中，$\frac{K_1}{\mu_0 M_s}$和$\frac{K_2}{\mu_0 M_s}$分别为一级和二级磁晶各向异性等效场。$H_{[100]}$、$H_{[110]}$和 $H_{[111]}$ 分别为在[100]、[110]和[111]方向的共振场。在上述三个方向进行铁磁共振实验可求得$\frac{K_1}{\mu_0 M_s}$和$\frac{K_2}{\mu_0 M_s}$。当 M_s 已知时，可求得 K_1 和 K_2。

最为重要的实验技术是单晶小球样品的晶体定向。首先可以用 X 射线定向法定出晶体的(110)面，然后让(110)面平行于外加直流磁场，旋转样品就可测出沿[100]和[111]方向的共振面。由式(1-3-73)和式(1-3-75)可以求出 K_1/M_s。对于 $K_1<0$、$K_2<K_1$ 的材料，可以采用简单的磁场定向法。

3.6.4 磁致伸缩常数的测量

对铁磁单晶体沿不同晶轴施加压应力时，外加压强将引起磁弹性能的变化，从而引起共振磁场发生移动。利用这个原理测量磁致伸缩时，最简单的处理方法是忽略磁晶各向异性的影响，并假设磁弹性能小于静磁能，从而可以较方便地导出磁致伸缩常数与共振场移动的关系。

如果在[100]轴方向施加恒定磁场，在垂直于(110)面的[0$\bar{1}$1]方向施加压应力，由共振条件可以导出

$$\lambda_{[100]}=-\frac{2}{3}\frac{M_s}{P}\delta(H_{[100]}) \tag{1-3-76}$$

式中，$\delta(H_{[100]})$为施加压应力前后共振场变化量；P 为压强。

如果在[011]轴施加磁场，压应力仍然施加在[0$\bar{1}$1]方向，也可导出

$$\lambda_{[111]}=-\frac{9}{4}\frac{M_s}{P}\left[\delta(H_{[011]})+\frac{1}{2}\delta(H_{[100]})\right] \tag{1-3-77}$$

利用图 1-3-32 的铁磁共振装置，并采用可以对样品施加压力的谐振腔，分别测出[100]和[011]方向在施加压应力前后的共振场，就可由式(1-3-76)和式(1-3-77)计算出 $\lambda_{[100]}$ 和 $\lambda_{[111]}$。

第 4 章 磁性材料静态磁特性测量

4.1 磁性材料在直流磁场中的静态磁特性

如第 1 章所述，根据物质在外磁场作用下磁性的表现，把物质分为抗磁性物质、顺磁性物质、反铁磁性物质、亚铁磁性物质、铁磁性物质。后两者都是强磁性物质，是在科学技术中获得广泛应用的磁性材料。

磁性材料一般分为金属磁性材料和非金属磁性材料两类，有单晶、多晶、薄膜非晶态等形式。

金属磁性材料是铁、钴、镍等及其合金和化合物，其优点是：

(1) 具有良好的磁性。如坡莫合金的最大磁导率可达上百万，钴永磁的磁能积可达 $24\times10^4 J/m^3$。

(2) 具有稳定的磁性能。温度对磁性能的影响很小，极限使用温度高。如铝镍钴永磁可在 500℃以上的温度下工作。

(3) 延展性好，吸湿性小。它们在工业、科学技术上得到广泛的使用，是电力工业、无线电、电子计算机、仪表工业、宇航、自动控制等领域和一切用电部门的发展中必不可少的材料。

但这类材料也存在电阻率低、高频损耗大、化学稳定性较差、重量较大等缺点。

非金属磁性材料通常是指铁氧体。铁氧体在工业上曾被称为“磁性瓷”。铁氧体是以氧化铁和其他铁族或稀土族氧化物为主要成分的复合氧化物，大都具有亚铁磁性。与金属磁性材料相比，铁氧体的突出优点是电阻率大，因此在交变磁场中应用时，其涡流损耗要比金属磁性材料低得多，所以铁氧体特别适用于高频和微波技术。此外，它在高频时具有较高的磁导率，且体积小、重量轻、价格便宜，因此在电信、无线电技术、计算机、自动控制等技术中得到广泛的应用，特别是在微波技术中表现出一系列独特的性能。但它的不足之处是饱和磁感应强度低，居里点低，温度系数大。

不同的磁性材料在直流磁场磁化下表现出特定的磁特性，叫做静态磁特性。具体来说，静态磁特性指的是磁性材料在直流磁场化下的基本磁化曲线、磁滞回线及其所定义的各种参数，如剩磁、矫顽力、磁导率及最大磁能积等，而静态磁特性测量就是用实验手段来描述各种静态磁特性参量的数量关系。静态磁特性测量的主要对象是在直流磁场中工作的硬磁材

料和软磁材料。测量的量可归结为测量材料的内场、磁化强度以及磁感应强度。随着电子技术和计算技术在磁测量中的应用，除了采用传统的方法——冲击法进行磁特性测量外，近年来也出现了许多自动测量方法。特别是微型计算机和微处理器在磁测量中的应用，使磁特性测量出现了全新的局面。本章着重介绍磁性材料的静态磁特性的测量问题、测量方法和典型的测量装置以及基于计算机的自动磁测量系统。

4.2　样品的磁化与退磁

4.2.1　样品的磁化

由于磁性材料的磁性测试是抽样进行的，测出的是样品的磁性，而我们所需要的是材料的磁性，因此如何保证测出的样品磁性就能反映材料的磁性，这是一个重要问题。为了解决这一问题，首先就必须弄清样品的均匀磁化和退磁因子的概念。所谓均匀磁化，是指这种磁化使得在样品内各点的 B 和 H 都是一样的，而一般形状的样品是很难满足这一要求的。由于存在退磁因子，即使样品被均匀磁化了，也不能保证样品的磁性与材料的磁性相同。如对于条形样品，在外磁场中开路磁化时，该样品的两端就形成磁极，它在样品内部产生一个附加磁场，这一磁场的方向和外加的磁化场 H_ε 方向相反，因它有减退磁化的作用，称之为退磁场 H_d。此时，真正作用在样品上的内磁场 H_i 就是上述两种磁场的叠加，即

$$H_i = H_\varepsilon + H_d \tag{1-4-1}$$

$$H_d = -NM \tag{1-4-2}$$

式中，N 为退磁因子；M 为磁化强度；负号表示与外加磁化场方向相反。由于退磁场的大小主要决定于样品的几何形状，而且退磁场也是样品各点的位置函数，所以在大多数情况下是不能保证样品绝对均匀磁化的。理论上可以证明，只有椭球体样品才能满足均匀磁化的要求，但它制造困难。因此，大多数情况下是设法使样品部分磁化均匀，测量出磁化均匀部分的 B、M、H 来代替材料的真正磁性。为此必须正确选取样品的形状和尺寸，选取时要考虑三个要求：使其磁化均匀，使测量有足够的灵敏度，减小涡流的影响。考虑到上述因素，磁性材料的磁性测量样品一般采用椭球、环形、条形或圆柱形样品。下面分别加以介绍。

1）椭球样品

椭球体有互相垂直的三个主轴，其半轴长分别为 a、b、c。若这种椭球体是由恒定磁化率的材料做成的，那么它在均匀外磁场磁化后产生的磁化强度 M 和退磁场 H_d 也是均匀的。当 M 的方向与椭球体的某个主轴方向一致时，则 H_d 的方向正好同 M 的方向相反，即

$$H_d = -NM$$

一般来说，椭球体三个主轴方向的退磁因子是不同的，它们之间的关系根据理论计算为

$$N_a + N_b + N_c = 1 \tag{1-4-3}$$

椭球体沿主轴的退磁因子是能够精确求解的，但计算一般形状椭球体的退磁因子相当麻烦，实际应用中只需了解几个椭球特例的退磁因子就可以了。

对于球体，$a=b=c$，且 $N_a+N_b+N_c=1$，得到任意经向的退磁因子为

$$N = \frac{1}{3}$$

对于垂直于磁场方向放置的无限长圆柱体，可以看成 $a=b\leqslant c$ 的细长旋转椭球体，则

$$N_c = 0, \quad N_a = N_b = \frac{1}{2}$$

对于很薄的圆片,可以看成是 $a=b\to\infty$ 的扁平的旋转椭球体,若垂直于扁平面磁化,则

$$N_a = N_b = 0, \quad N_c = 1$$

由于椭球样品难以制作,实际应用中常常采用环状、柱状或片状样品。

2) 环形样品

一般矫顽力小的软磁材料如坡莫合金等,多被制成环形样品,对铁氧体等磁性材料,可直接压成圆环试样。圆环截面最好是圆形或方形,然后在它上面均匀地绕制测量线圈 N_2 和磁化线圈 N_1。由于环形样品自身形成闭合磁路,所以没有退磁场,退磁因子 $N=0$,$H_i=H_\varepsilon$(H_i 为内磁场,H_ε 为外磁场)。但环状样品的均匀磁化还与几何尺寸有关。

环状样品的特点是漏磁小,磁化比较均匀。可以保证得到比较可靠的测量结果,但其缺点是制作困难,线圈不易绕制,而且产生的磁化较弱。

3) 条形、圆柱形样品

在磁性测量中广泛采用圆柱形和条形样品。这不仅是因为它们易于加工制造,而且由于磁性与晶粒取向有关,故采用条形样品可以测出磁的各向异性。对于这类样品,即使是在均匀的外磁场中,磁化也是不均匀的。其退磁因子不仅与样品的尺寸、磁化强度的大小有关,而且与磁化历史有关。当外磁场变化时,体内各点的磁化强度的变化也不成比例,其退磁因子不能通过计算得到,但可以通过实验的方法求得。根据测定作出 $M=f(H_\varepsilon)$ 和 $M=f(H_i)$ 曲线,通过这两条曲线在相同的 M 之下横坐标之差就能给出相应的 NM 值。

从表 1-4-1 的数据中可以看出,在给定误差的情况下,对于磁导率越高的材料,要求其退磁因子越小,则其线度比 λ 越大。对于磁导率低的材料,退磁因子可以大一些,而线度比 λ 也可小些。对于铝镍钴一类的永磁样品,为了保证其中部有足够的均匀区域,对其有一定的加工要求。要求其横截面积沿轴向不均匀性不超过 0.5%,表面粗糙度不大于 1.60μm,端面间的不平行度与轴线的不垂直度不超过 0.1%,其合理的样品长度为 10～50mm,横向尺寸为 10～25mm。而铁氧体永磁材料和稀土钴永磁一类的高矫顽永磁材料样品的尺寸,需要小于铝镍钴永磁样品的尺寸。

表 1-4-1 圆柱形样品的 N 与 λ 之间的关系

材　　料	μ_r	N	$\lambda=\frac{L(\text{长})}{D(\text{直径})}$
弱磁钢	1.1	0.345	1
铁镍铝合金	18	0.0212	10
钨钢	250	0.00152	50
铁硅合金	10000	0.0000381	2.30
铁镍合金	300000	5.31×10^{-6}	1100

4.2.2 样品的退磁

样品制备好之后,在进行磁特性测量前必须将样品充分退磁。对于软磁样品来说,只有在退磁状态下,才会得到与样品所经历的磁化历史无关的真正磁特性。不完全退磁会给测量带来误差。

退磁的方法有热退磁、直流换向退磁和交流退磁三种。热退磁是将样品在高温炉中加热到居里点上，然后在无外磁场、无外机械作用的条件下，缓慢冷却至室温，这种方法虽然操作过程麻烦，但可以获得完全的退磁效果。直流换向退磁是借助磁化电路中的换向开关来回改变磁化电流的方向，并使磁化电流由某一最大值逐步平稳地降到零。交流退磁是用降压设备来进行，调节某一交流电压值产生所需要的退磁电流，再以足够缓慢的速度将电压逐级降到零。以上三种退磁方法各有其特点，对于不同的材料可以采用不同的退磁方法。采用热退磁是最完善的退磁方法，然而对于磁性与热处理敏感的铝镍钴永磁和坡莫合金等材料，则不宜采用此方法；对于高电阻率的铁氧体采用交流退磁可以得到较好的结果；对于高电导的金属磁性材料宜采用直流换向退磁，因为这些材料的涡流趋肤效应太强，用交流退磁可能造成不完善的退磁。

退磁效果除了与退磁方法和退磁装置的选取有关外，还与退磁场的幅度、频率和退磁过程所持续的时间有关。一般认为退磁场的最大值应为材料矫顽力的 10～15 倍；频率采用 50Hz；退磁时间视不同的材料而不同，如硅钢片为 1～2min，软磁铁氧体只需几秒钟。样品退磁后，需要经过一段存放时间才能开始测量，而存放时间的长短，取决于样品材料的种类和测量磁场的强弱，对硅钢片存放时间应不低于 10min，坡莫合金的存放时间一般为 15～30min。此外，已退好磁的样品应避免任何可能的机械作用，以确保所测量的磁化曲线不会失真。

4.3　样品中磁场和磁通密度的测量

4.3.1　内磁场的测量

对于环形闭路样品一般都采用感应法测量，其测量线圈直接密绕在环上，然后再绕上磁化线圈。对于条形样品，为了保证测量的精度，对测量传感器的形状、尺寸和安装位置等都有一定的要求。

测量传感器采用测量磁场强度的线圈或霍尔元件。其测量原理是磁场的切线分量在边界上连续，即试样表面和试样内部近表面位置的磁场强度的切线分量相等。可知在均匀磁化区，试样表面处的空气中的磁场和试样的内磁场相等。这样，测量试样内部的磁场问题，就归结为测量试样表面的磁场了。

利用上述关系制成的测量磁场强度的线圈有如下几种形式。

1）扁平线圈

如图 1-4-1 所示，它用于测量矩形或片状样品。扁平线圈一般采用线径小于 0.1mm 的漆包线均匀地绕在绝缘薄片骨架上，其线圈常数为 NS。单层线圈的 NS 可通过计算得出。多层线圈的 NS 可在标准磁场中测定。其长度 L 一般为样品长度的 $\frac{1}{3}\sim\frac{1}{2}$，其宽度一般不超过样品宽度的 70%，其中心线到样品表面的距离不超过 1.5mm。使用时将线圈紧贴于样品表面，且对称于试样两端，其轴线与试样磁化方向一致，当样品磁化后采用抛移法，将线圈迅速远离样品表面，利用冲击检流计便可测量样品的内磁场。

2）双层同轴线圈

（1）双层同轴线圈

如图 1-4-2 所示，它用于测量圆柱形样品，N_1、N_2 分别为每层匝数，$N_1=N_2$，两层线圈

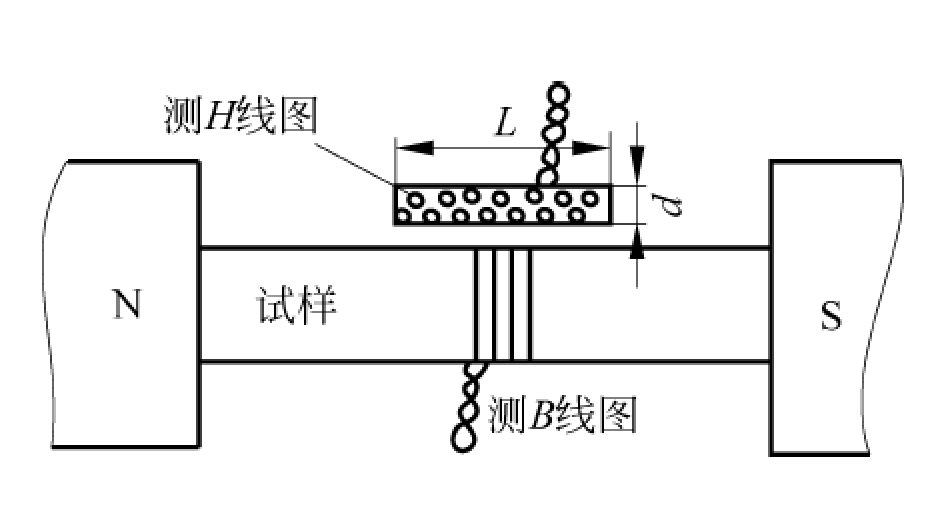


图 1-4-1 扁平线圈

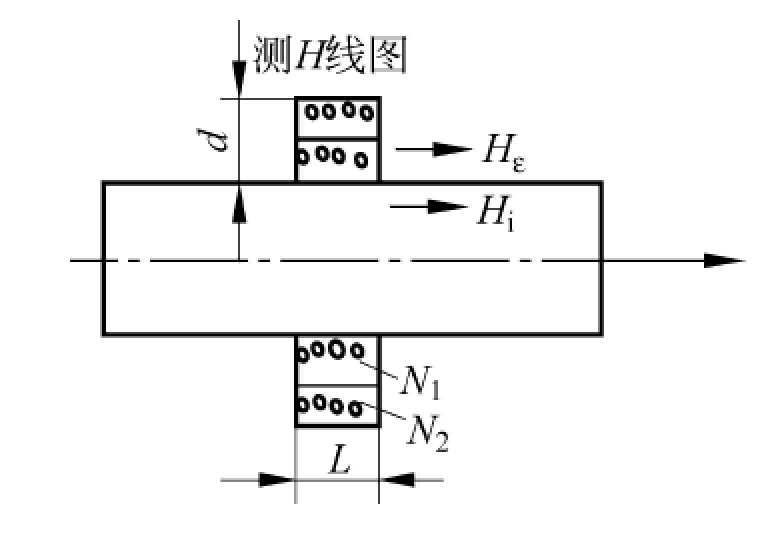


图 1-4-2 双层同轴线圈

同轴套在样品上。两个绕组串联反接，两层之间有着较薄的绝缘衬层。当样品的磁通量发生变化时，在两个绕组内产生的感应电动势大小相等，方向相反，因而抵消，只有两层绕组之间的空气隙内的磁场强度发生变化，即样品表面的磁场强度的变化仅在外层线圈 N_2 存在感应的电动势。测出这一感应电动势，就可以测出样品的内磁场。此时内磁场可由下式近似计算：

$$H_i=\frac{\Delta\Phi}{\mu_0 N(S_2-S_1)} \tag{1-4-4}$$

式中，$N=N_1=N_2$，为绕组的匝数；S_2-S_1 为两绕组的横层面积之差；$\Delta\Phi$ 为两绕组之间的总磁通的变化量。线圈常数 $N(S_2-S_1)$ 应在标准磁场中测定。线圈的长度 L 选为样品长度的 $\frac{1}{3}\sim\frac{1}{2}$。线圈厚度 d 越小越好，但 d 太小，测量灵敏度差，一般认为 $1\text{mm}<d<1.5\text{mm}$ 为好，这样厚度引起的误差可控制在 1%以内。

(2) 多层同轴线圈

双层同轴线圈测量的是两绕组之间空隙内的平均磁场，它比样品表面的磁场值要偏小，为了提高测量准确度，可采用多层面同轴线圈，如图 1-4-3 所示。将它们两两反向串联，按上述方法分别测出离样品表面几个不同距离 r 处的磁场值，并画出磁场与距离的关系曲线，然后将曲线由内延长到样品表面处，即可求出样品表面磁场，亦即样品的内磁场。

3) 磁位计

图 1-4-4 为磁位计示意图，它是一个均匀密绕在具有均匀横截面的绝缘骨架上的线圈，支架端面与线圈端面平齐，骨架可以是软的，也可以是硬的。利用磁位计测量样品两端的磁位差。当样品是均匀磁化时，将磁位差除以样品长度 L，便可求得样品的内磁场强度为

$$H_i=\frac{U_{mab}}{L} \tag{1-4-5}$$

式中，U_{mab}为 a、b 两点间的磁位差。

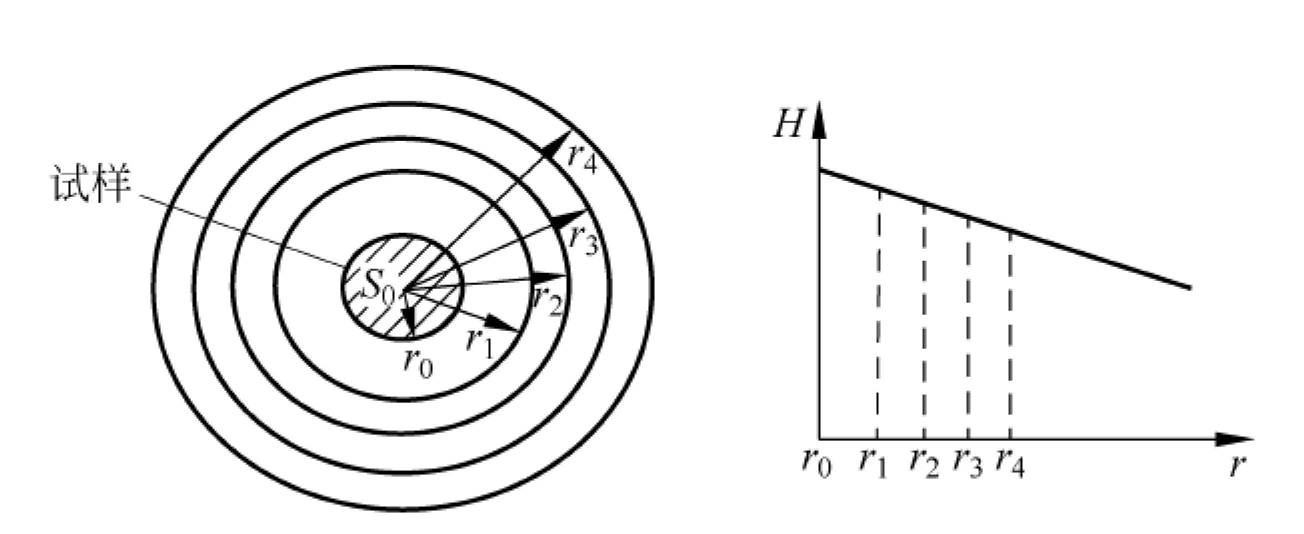


图 1-4-3 多层同轴线圈的磁场分布

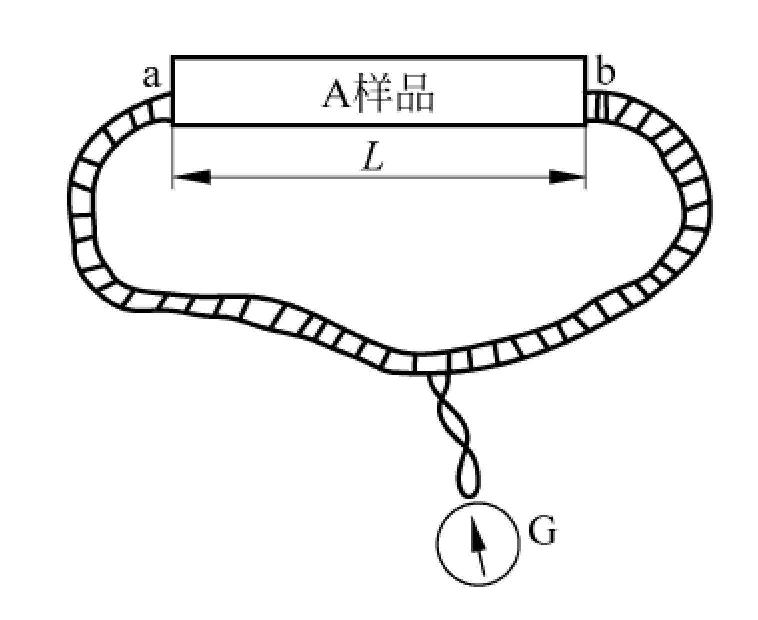


图 1-4-4 用磁位计测样品的内磁场

4.3.2　磁通密度的测量

对于环形样品可以直接将测量线圈密绕在样品上来测量磁通密度。

对于条形样品、圆柱形样品和椭球形样品，可将测量线圈直接紧密均匀绕在样品中部来测量磁通密度，线圈一般为单层，其匝数可根据不同灵敏度要求来选取，一般是 5～10 匝。因为磁通密度的法向分量连续，因此也可将霍尔元件贴在试样端部来测量磁通密度。

4.4　用冲击法测量静态磁特性

冲击法是测量静态磁特性的基本方法之一。它是建立在电磁感应定律基础上，用测量线圈来测量试样内的磁通变化的，其感应电动势为 $e=-N\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$。

为了测得通过试样的磁通，就必须用一积分器来测量线圈感应的电动势对时间的积分。目前实现这种积分的积分器有冲击检流计、光电积分器、电子积分器、数字积分器等，而冲击法就是用冲击检流计作为积分器来进行静态磁特性测量的。这里着重介绍冲击检流计的基本原理，然后介绍如何用冲击法来测量材料的基本磁化曲线和磁滞回线。

4.4.1　冲击检流计工作原理

冲击检流计实际上是灵敏度比较高，且活动部分有较大惯性的磁电式检流计。它的工作原理和运动方程与磁电式检流计类似。但与一般的磁电式检流计不同的是，冲击检流计的运动周期 T_0 长(为 15～20s 或更长)，而一般的磁电式检流计的线框是窄长形的，运动周期 T_0 仅几秒。由于这个特点，在有瞬时电量流过的时间内，线框还处于静止状态；而当瞬时电流流过后，线框才以某一初速度开始运动。当它到达某一最大偏转角 α_m 后，经过一段运动过程，最后恢复到原来点的位置，其运动方程为

$$J\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2}+P\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}+W\alpha=B_0SNi \tag{1-4-6}$$

式中，J 为检流计活动线框的转动惯量；α 为偏转角度；P 为阻尼系数，它一般包括线框运动时的空气阻尼和线框回路内的电磁阻尼；W 为悬挂活动线框的悬丝的扭转系数；B_0 为永久磁铁气隙内的磁感应强度；S 为活动线框的截面积；N 为线框的匝数；i 为通过活动线圈的电流。当引入阻尼因素 $\beta=\dfrac{P}{2\sqrt{JW}}$、$Y=\dfrac{\alpha}{\alpha_m}$($Y$ 为代替 α 的无量纲的量)、振荡频率 $\omega_0=\sqrt{\dfrac{J}{W}}$ 和振荡周期 $T_0=2\pi\sqrt{\dfrac{J}{W}}$，并以 $\tau=\omega_0 t$ 代入上式，即可得

$$\frac{\mathrm{d}^2Y}{\mathrm{d}\tau^2}+2\beta\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}\tau}+Y=\frac{B_0SNi}{W\alpha_m} \tag{1-4-7}$$

当电流通过以后(即 $i=0$ 时)，线框开始运动，上式变成为

$$\frac{\mathrm{d}^2Y}{\mathrm{d}\tau^2}+2\beta\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}\tau}+Y=0 \tag{1-4-8}$$

式(1-4-7)和式(1-4-8)是冲击检流计的基本运动方程，方程的解取决于 β 的大小。

① 当 $\beta=0$ 时，为无阻尼状态时，可从运动方程解得

$$\alpha_m = \frac{B_0 S N \omega_0}{W} Q = S_{Qm} Q \tag{1-4-9}$$

式中，Q 为流过冲击检流计线框的总电荷量，可见在 $\beta=0$ 的无阻尼状态时，冲击检流计的第一次最大偏转和电量 Q 成正比；S_{Qm} 称为冲击检流计的最大电量灵敏度，或称冲击灵敏度。

② 当 $0<\beta<1$ 时，即为欠阻尼状态时，可以从运动方程解得

$$\alpha_m = S_Q Q \tag{1-4-10}$$

此时，冲击灵敏度

$$S_Q < S_{Qm} \tag{1-4-11}$$

③ 当 $\beta=1$ 时，即为临界状态时，可从方程解得

$$\alpha_m = \frac{1}{e} S_{Qm} Q$$

即它比最大冲击灵敏度低$\frac{1}{e}$倍，这时检流计相应的全回路电阻称为临界电阻 R_k。

④ 当 $\beta>1$ 时，即为过阻尼状态时，冲击灵敏度

$$S_Q < S_{Qm}$$

由此可见：

① 冲击检流计的电量灵敏度 S_Q 与阻尼因素 β 有关，β 越大 S_Q 越小；

② 当引入的脉冲电流非常短暂时，无论检流计的线框处于何种工作状态，线框的第一次最大偏转角 α_m 总是与通过冲击检流计线框的总电量 Q 成正比，即

$$\alpha_m = S_Q Q, \quad Q = C_Q \alpha_m$$

式中，C_Q 为冲击常数，$C_Q=\frac{1}{S_Q}$。在 C_Q 确定之后，利用冲击检流计便可以测量脉冲电量。

冲击检流计存在三种工作状态，这三种运动状态可以由选择冲击检流计回路的电阻 R 的大小来实现，当 $R<R_k$时，冲击检流计呈过阻尼状态。

阻尼因素 β 不仅对冲击检流计的冲击灵敏度有影响，而且对其达到 α_m 及回到零点的时间也有影响。

4.4.2 冲击检流计的使用

冲击检流计是磁测量的基本仪器之一，我们必须能正确使用它，为此必须注意以下几点。

(1) 为了减少磁通量非瞬时变化带来的误差，要选用自由振荡周期 T_0 大的冲击检流计。一般冲击检流计的自由振荡周期应远大于脉冲电量流过检流计的时间 τ，即 $\tau \ll T_0$。也就是说，冲击检流计的参数必须满足积分条件，即当磁通变化引起的脉冲电流作用于检流计时，线框是静止的，而在电流终止时，线框才开始运动。否则检流计积分不完整，将会引起非瞬时误差。

(2) 使用冲击检流计时，还要考虑其第一次最大冲程及返回到零点所需的时间。过快地到达最大值，将难以准确地读取 α_m 值；而过慢地回到零点，则要浪费时间，甚至使测量难以进行。在接近临界状态时，读数准确，回复时间短，是较佳的工作状态。因此使用时，应选择冲击检流计回路的电阻 $R \approx R_k$，使冲击检流计工作在接近临界的欠阻尼状态。

(3) 要保证测量 C_Q 和测量样品时冲击检流计的工作状态不变,也就是要使冲击检流计测量回路的总电阻在测量 C_Q 和测量样品时保持相等。

(4) 为了避免杂散磁场的影响,应采用绞合引线。为了防止漏电,检流计应放在干燥的绝缘板上。水平调节,防止振动。

4.4.3　用冲击检流计测量磁通

在利用冲击检流计测量磁通时,将冲击检流计接于测量线圈的两端。当测量线圈所交链的磁通变化时,线圈两端就产生感应电动势,这样,在闭合回路内便产生了脉冲电流,从而会引起检流计活动部分偏转。可以确定冲击检流计的第一次偏转角 α_m 与磁通变化量之间的关系为

$$|\Delta\Phi| = \frac{C_\Phi \alpha_m}{N} \tag{1-4-12}$$

式中,C_Φ 为冲击检流计的磁通冲击常数,$C_\Phi = RC_Q$；N 为测量线圈匝数。这样,利用冲击检流计便可以测量磁通。当测量线圈的面积 S 已知时,便可以测量磁感应强度。

检流计的磁通冲击常数 C_Φ 可以借助标准互感器来确定。

4.4.4　用冲击法测量静态磁特性

(1) 测量基本磁化曲线

基本磁化曲线是许多大小不同的对称磁滞回线顶点的连线。在进行测量时,可由最小的磁滞回线开始。将待测样品放在磁导计中或电磁铁中磁化,然后用冲击检流计逐点测量磁通密度和相应的磁场程度。测量基本磁化曲线时,必须注意磁化电流要连续增大,不然会产生错误的测量结果。

(2) 测量磁滞回线

要测量的磁滞回线是极限磁滞回线,它是以原点为中心的对称闭合曲线,因此只要测出($+B_m$,$+B_r$,$-B_m$)这一半边的曲线,另一半边曲线便可对称做出。

样品在饱和磁化场中进行磁锻炼之后,开始进行磁滞回线测量,此时应使磁化电流按一定规律变化。在电流每变化一次时,找出磁场强度及磁感应强度的变化量,这样就可以作出许多点,将这些点连接起来,就是我们所要确定的磁滞回线。但考虑到这种方法误差较大,因此可以选取曲线上$+B_m$、$+B_r$、$-B_m$ 点作为参考点,然后再进行测量。

第 5 章

磁性材料动态磁特性测量

所谓“动态磁特性”是指磁性材料在不同频率和不同幅度的交变磁场中(包括周期性交变磁场、脉冲场和交直流叠加的磁场等)的磁化特性。本章首先分析了动态磁特性的特点及其带来的测量问题,然后介绍如何测量这些动态磁特性及用什么仪器来测量动态磁特性。着重介绍从工频到音频范围内的软磁材料的动态磁化曲线、动态磁滞回线以及铁损的常用测量方法和装置。

5.1 磁性材料在交流磁场中的动态磁特性

为了测量磁性材料的动态磁特性,首先必须了解它在交变场中的特性及主要参数。为此下面将先介绍它与静态磁特性的差别,然后介绍 B-H 非线性对测量的影响。

5.1.1 动态磁特性与静态磁特性的比较

动态磁特性与静态磁特性相似,也是磁感应强度 B 随磁场强度 H 变化的函数关系,用 $B=f(H)$表示。即动态磁特性用基本磁化曲线、磁滞回线、磁导率曲线等来描述。当样品处在周期性变化的交变磁场中磁化时,样品的磁化状态也周期性地反复变化,构成动态磁滞回线(或称交流回线)。在同一频率下改变磁场大小进行磁化,可得到不同的磁滞回线,称为极限磁滞回线。这一回线上的 H_s、B_s 分别为饱和磁场强度与饱和磁感应强度,B_{ra}为交流剩余磁感应强度,H_{cs}为饱和矫顽力。这些动态回线的顶点(B_m-H_m)的连线称为动态磁化曲线。

另外,动态磁特性比静态磁特性更为复杂,两者有许多不同之处,主要有以下表现。

(1) 动态磁化时,B、H 随时间 t 的变化较快;而静态磁化时,在 H 不变的情况下,B 一般不随时间 t 变化。动态磁化时,对应于每一个 H 值,B 达不到该 H 下的稳定值;而静态磁化时,对应于每个 H 值,B 能达到该 H 下的稳定值。动态磁滞回线是 B、H 变化速度的函数,B 落后于 H,含有真正的时间上的落后;而静态磁化时,即使有磁滞存在,磁滞回线与 B、H 变化的速度无关。

(2) 动态磁特性与磁化场的幅值、频率和波形有关。与静态磁特性不同,动态磁特性强烈地依赖于磁化场的幅值、频率和波形。在磁化场的频率 f 一定的情况下,当磁场幅值较小,即便是很弱时,磁滞回线也是椭圆线。当磁化场的幅值增大时,回线就不为椭圆。

(3) 动态磁导率不同于静态磁导率。前面所述在动态磁化下，B 和 H 有相位差 σ，B 和 H 随时间的变化情况很复杂。因此动态磁化时，不同的 B 和 H 有不同的磁导率，这里仅简略介绍几种常用的动态磁导率。

① 幅值磁导率 μ_n。它为动态磁化曲线上磁感应幅值 B_m 与磁场强度 H_m 的比值，即

$$\mu_n = B_m/H_m \tag{1-5-1}$$

μ_n-H_m 曲线即为幅值磁导率曲线。

② 复数磁导率 μ。在弱磁场下，当 B 和 H 均为正弦波时，复数 B 和 H 的比值称为基波复数磁导率，即

$$\mu = \frac{B}{H} \tag{1-5-2}$$

复数磁导率可分为实部和虚部部分，即

$$\mu = \mu_n \cos\sigma - j\mu_n \sin\sigma$$

令 $\mu' = \mu_n \cos\sigma$，$\mu'' = \mu_n \sin\sigma$，则

$$\dot{\mu} = \mu' - j\mu''$$

$$\mu_n = \sqrt{\mu'^2 + \mu''^2}$$

$$\tan\sigma = \mu''/\mu'$$

式中，μ' 称为弹性磁导率，它是复数磁导率的实部分量，相当于直流磁场中的磁导率，它决定磁性材料单位体积存储的磁能 $\frac{1}{2}\mu'\mu_0 H^2$；μ 称为黏性磁导率，它是复数磁导率的虚部分量，代表磁性材料在交变磁场中的磁能损耗 $\frac{\pi}{2}\mu'\mu_0 H_m^2$（单位体积中每磁化一周的能量损耗），因此又称为损耗磁导率；$\tan\sigma$ 称为算法因子。

对在弱磁场下使用的软磁材料采用的一种研究方法是：测量其 μ' 和 μ'' 随 f 变化的关系。这种 μ' 和 μ'' 随 f 变化的曲线叫做磁谱。不同材料有不同的磁谱曲线。随着 f 的增大，μ' 减少，μ'' 增加。当 μ' 减为起始值的一半时，定义该频率为这种材料使用的截止频率 f_c。如相对磁导率为 400 的铁氧体，其 $f_c = 8\text{MHz}$。

(4) 动态回线的形状和面积不仅决定于磁滞损耗，而且与涡流损耗等有关。与静态磁化时相似，动态回线的面积也反映磁化一周所消耗的能量。但由于它与 B、H 的幅值、波形和频率有密切的关系，因此使得动态损耗与静态损耗有所不同，它通常包括如下三部分：

$$W = W_e + W_h + W_c \tag{1-5-3}$$

式中，W_h 为磁滞损耗，它是铁磁体在磁化和反磁化过程中克服磁化的不可逆效应所消耗的，并最后转变为热量的那部分能量；W_e 为涡流损耗，它是由于软磁材料在交变磁场磁化下产生涡流，从而产生的发热损耗；W_c 为剩余损耗，它是由于频散和磁后效引起的损耗。频散现象是由于铁磁材料的复数磁导率随磁化场的频率发生变化，从而使铁磁材料内部的畴壁位移和磁矩转动，受到各种不同性质的阻尼作用的现象。磁后效主要由两部分组成：一部分是由热起伏引起的不可逆后效；另一部分是因杂质原子扩散引起的不可逆后效。它们都会使得弱磁场作用下的磁感应强度 B 先快速变化一部分，然后再缓慢趋近于它的稳定值，从而引起后效损耗。

在低频弱磁感应强度下，以上三部分损耗可用列格经验公式表示为

$$\frac{2\pi\mu_0 \tan\sigma}{\mu_s'} = ef + \alpha B_m + c \tag{1-5-4}$$

式中，μ_s'为低磁感应强度时的弹性磁导率；e 为涡流损耗系数；α 为磁滞损耗系数；c 为剩余损耗系数。式中这些系数可用实验方法求得或查有关数据得到。

在低磁感应强度 B_m 作用下，其损耗公式可写为

$$W = \frac{2\mu_0 f}{2\mu_s'} B_m^2 + \frac{\alpha\mu_0}{2\mu_s'} B_m^2 + \frac{C\mu_0}{2\mu_s} B_m^2 \tag{1-5-5}$$

在电力工业用的磁性装置中，由于它们都是在高磁感应强度下工作，列格公式不成立，因此可用斯坦麦兹公式来表示磁化一周所消耗的能量，即

$$W = \eta B_m^1 + \zeta k_f^2 B_m^2 f \tag{1-5-6}$$

式中，η 为磁滞损耗系数；ζ 为涡流损耗系数；k_f 为波形因子。

实验表明，上述损耗除了与 B、H 幅值有关外，还与 f 有关。在工频(50Hz)附近时以磁滞损耗为主，音频范围内以涡流损耗为主，射频时以剩余损耗为主，在 100kHz 以内剩余损耗可以忽略。

由上述可知，动态磁特性不同于静态磁特性，必须根据这些不同点，建立与静态磁特性不同的测量方法和测量仪器。

5.1.2 磁化场波形对磁特性的影响

正如前面指出的，由于磁性材料存在动态磁化曲线和磁滞回线，而且动态回线的面积不等于零，因此总是存在 B-H 的非线性效应，使得 B 和 H 的波形发生畸变。当 H 波为正弦变化时，B 波不为正弦变化；反过来当 B 为正弦变化时，H 波则不为正弦变化。具体来说有如下几种情形。

(1) 当正弦交变磁场振幅较小时，在磁性材料的起始磁化区域，动态回线为椭圆，B 波为正弦，但仍落后于 H 一个 σ 角。此时有

$$H = H_m \sin\omega t \tag{1-5-7}$$

$$B = B_m \sin(\omega t - \sigma) \tag{1-5-8}$$

(2) 当磁化场的幅值增大到一定程度后，B-H 为非线性、B 波形为正弦变化时，H 波形就发生畸变，变为非正弦。磁化场的幅值越大，畸变越严重。此时，$H(t)$只包含有奇次谐波。

在这种磁化情况下，当保证 $H(t)$为正弦波形时，B 波则为非正弦波形。此时有

$$H(t) = H_m \sin\omega t \tag{1-5-9}$$

(3) 在一般情况下，B 和 H 的波形都为非正弦，即

$$H = H_{m1}\sin\omega t + H_{m3}\sin\omega t + H_{m5}\sin\omega t + \cdots$$

$$B = B_{m1}\sin(\omega t - \sigma_1) + B_{m3}\sin(3\omega t - \sigma_3) + B_{m5}\sin(5\omega t - \sigma_5) + \cdots$$

由于 B-H 的非线性引起了波形畸变的问题，因而给磁性测量带来了严重影响。波形对矫顽力 H_c 和损耗 W 的影响最大，仅由波形的影响可使 W 值变化近 4 倍。为了便于测量结果的相互比较，必须事先约定维持 B 正弦还是维持 H 正弦。因此在动态磁性测量中，所碰到的许多测量问题是非正弦量的测量问题。

为了保证 B 波为正弦波，一般来说，希望被测试样的重量尽可能大一些，其截面 S 也要大一些；一次线圈的匝数 N_1 要尽可能绕多一些；一次回路的直流电阻和电感要尽可能低；激磁的交流电源功率容量要大，输出阻抗要低。这样便能满足 $N_1\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\gg IR$ 的 B 正弦条件。

此外，为了保证 B 波为正弦波，也可以采用负反馈技术。把样品与交流电源组合在一起，形成负反馈闭环系统。

为了能比较准确地测出动态磁化曲线、动态回线、$P\text{-}B_{\mathrm{m}}$ 曲线和 $\mu_{\mathrm{m}}\text{-}H_{\mathrm{m}}$ 曲线，以及测出标志动态特性的参量、复数磁导率和铁损等，除了选取正确的测量方法和测量程序以及采用完善的测量装置以外，还必须要求测量时注意磁化场的幅值、频率和波形的影响。样品要尽量做成闭路，为了减少涡流的影响应采用片状材料，片与片之间要绝缘。样品在测量前要充分退磁。

5.2　铁损的测量

铁损是动态磁特性的重要参量之一，也是磁性材料性能优劣的主要指标。几乎所有在交变磁场中使用的磁性材料都要测量这一参量。测量铁损的方法很多，在 1000Hz 频率范围内，特别是工频下，应用最普遍的方法是功率表法，更高频率下铁损的测量可采用电桥法。随着电子技术的发展，铁损的测量也出现了许多新的测量方法，例如用 X-Y 记录仪直接描述 $P\text{-}B_{\mathrm{m}}$ 曲线，还可以使用精度较高的自动平衡测磁电桥以及基于微型机的铁损测试系统。

5.2.1　概述

铁损是指在交变磁化条件下，每磁化一周软磁材料所消耗能量的大小与磁化频率 f 的乘积。单位质量的损耗，称为比铁损。有时也用单位体积的损耗来表示材料的铁损，它除以材料的密度 ρ_{m} 即为比铁损。铁损按作用激励可分为磁滞、涡流和后效损耗三大部分，根据材料和磁化频率的不同，各部分所占的比例也不同。例如，对金属软磁材料，主要是磁滞和涡流损耗；而对铁氧体软磁，则主要是磁滞和后效损耗。

在电力和电子工业中，软磁材料多被用作交换和传输电能的磁性器件的铁心，用量很大。电能的变换和传输，总希望能以较高的效率进行，以免使能量损耗过多。由于导线的铜损、铁心材料的磁损以及介质材料的介电损耗等的影响，电能的变换和传输的效率难免会降低。能量的损耗会引起磁性器件温度的升高，为使器件不因温升而损坏，不得不采取强迫冷却的措施。在电子仪器中，则会因温升而使电路的温漂加大，严重时甚至不能工作。为使温升减小，只好降低工作磁感应强度，因而必须加大铁心的体积和重量。所以如何降低软磁材料的铁损，一直是材料研究和使用者十分关心的问题。

为了降低铁损，必须降低磁滞损耗，即应设法降低材料的矫顽力，提高磁导率。而为了降低涡流损耗，应提高材料的电阻率 ρ，减少材料的厚度 d。对金属软磁材料，ρ 的提高是有限的，d 的减薄也是有限的，因为厚度薄了，铁心材料的磁滞损耗要加大，同时会使器件铁心叠层系数降低，所以应按工作频率的高低选择合适材料的厚度。

研究如何降低铁损的报告很多,多数集中于硅钢方面。早先,主要对硅钢反常损耗的机理进行研究,后来除了继续研究反常损耗的机理外,还根据研究结果提出了诸如使用高斯织构(即使得硅钢的易磁化轴相对于带面的夹角为 2°～3°),在钢带表面刻痕、涂敷从而产生应力的涂层等方法来降低高性能硅钢的铁损。近年来出现的非晶软磁,例如铁系的 $Fe_{82}B_{10}Si_8$、$Fe_{81}B_{12}C_7$、$Fe_{82}B_{18}C_2Si_4$ 等,正是由于它们在较高磁感应强度下有比性能最好的取向硅钢低 3～4 倍的铁损,才引起了材料研究和使用者的广泛兴趣。

电力工业中传输电能的频率称为工频,在我国为 50Hz,国外也有为 60Hz 的。因为频率低,为较少磁性器件的体积和重量,所以要求铁心材料的工作磁感应强度要高,又因为材料的用量极大,所以要求材料成本要低,这样,价廉高磁感应强度的硅钢片得到广泛的应用。据统计,每年世界硅钢的产量为软磁材料总产量的 95%以上。

随着空间技术的发展,对电源小型化、高效能化的要求日益迫切,因而出现了许多高频下工作的电源。随着激磁频率的提高,材料的损耗也跟着提高。试验发现,想用一种软磁材料解决从低频到高频所有磁性器件铁心的制作问题是较为困难的。例如硅钢,即使把它的厚度减到 0.025mm,也只能在几千赫兹的频率下使用。在高频下,只能用价格较贵的低磁感应强度高磁导率材料来做铁心,某些电阻率 ρ 较高、磁致伸缩系数 λ 较低的非晶态软磁也可在高频下使用。由于铁氧体软磁成本低廉,体积电阻率很高,所以可以在较高频率下使用。

由于铁损这个参数在软磁材料应用中的重要性,因此对它的测量方法的研究也很广泛,早期有瓦特计法,后来又出现了电桥法、量热器法和回线仪法等。随着电子技术的发展,逐渐形成了以各种电子乘法器和微型计算机为支撑的测量方法,使铁损测量实现了数字化。因为铁损的测量与多种因素有关,所以在其发展的各个阶段都有对测量条件(即如何保持 B 波形为正弦)的研究,同时,还有许多怎样分离铁损、如何进行波形的修正及取样以得到准确铁损值的研究。各工业国家都制定了测量硅钢铁损的标准方法,由此也可以看出铁损在软磁材料的研究和使用中是一个十分重要的量。

5.2.2 功率表法

功率表法是测量铁损的经典方法。应用爱泼斯坦方圈,采用功率表法测量电工钢片(硅钢片)的铁损,是国际电工委员会(IEC)T68 委员制定并为世界各国普遍采用的标准测量方法。我国国际"电工钢片(带)磁性能测量方法"中也规定用此方法作为我国的标准测量方法。下面简单介绍此方法的基本原理和特点。

1) 测试条件

铁损是单位质量(kg)的硅钢片在交变场中反复磁化所消耗的功率。在低频、高磁感应度的情况下,铁损主要包括磁滞损耗 P_h 和涡流损耗 P_e。硅钢片的 P_h 和 P_e 可以用下式来表示:

$$P_h = f\eta B_m^1 \tag{1-5-10}$$

$$P_e = eB_m^2 f^2 k^2 \tag{1-5-11}$$

式中,B_m 为最大磁感应强度;f 为磁化场的频率;η 为磁滞损耗系数;e 为涡流损耗系数;k 为波形因子。

由式(1-5-10)和式(1-5-11)可知,硅钢片的损耗与磁化场的频率、波形和幅值有关,在国家标准中用总损耗 P_s 来表示铁损的大小。比总损耗是在给定磁感应强度峰值下单位质

量试样中消耗的有功功率，其单位为 W/kg。因此，硅钢片比总损耗的测试条件规定为：频率为 15～100Hz(也可到 400Hz)；B 的波形为正弦波；磁感应强度峰值为 1T、1.5T、1.7T；试样质量约为 1kg(采用 25cm 方圈)；环境条件温度为(23±5)℃；相对湿度小于 80%。

2）样品和磁化装置

硅钢片测试的国家标准规定，采用 25cm 爱波斯坦方圈作为基本磁化装置。下面以 25cm 方圈为例来介绍测量样品的制备及磁化装置。

(1) 试样的剪切。将硅钢片剪成宽(30±0.2)mm、长(280±0.5)mm 的条片。要求剪切整齐、平坦，直角性良好，边缘无明显毛刺，并无附加绝缘。条片的总质量为 1kg 左右。试样的总片数不得少于 12 片，并且是 4 的倍数。

(2) 试样的组合。方圈中的试样以双搭接形式互相搭接，组成一个正方形闭合磁路，在磁路四角的搭接处用特别夹具加以约 1N 的压力。

(3) 方圈的绕制。方圈的一次线圈使试样磁化，二次线圈用作测量绕组。二次线圈绕在一次线圈里面，两者都要均匀绕制，构成方圈的四臂，然后分别串联起来，形成一、二次线圈。

3）测量原理和方法

测量用交流电源一般为 50Hz 市电，也可采用输出功率为 200～500W、电压稳定度达 10^{-3} 以上的可调音频电源。测量电路图如第二部分的实验 4 所示。

正式测量时，可在设定的不同测试点下读取功率表的读数，随后合上开关，读取有效值电压表和平均值电压表的示值。重复上述过程得到整组所需要的测量数据，并按下面的办法求得比总损耗。在求比总损耗之前，必须对功率表的读数进行修正，因为功率表读取的损耗值 P_m 包括了方圈二级回路仪表内阻消耗的功率 U_2^2/R_i，因此测样时间消耗的功率为

$$P_c = \frac{N_1}{N_2}P_m - U_2^2/R_i \tag{1-5-12}$$

比总损耗按下式计算：

$$P_s = \frac{P_c}{m_a} = \frac{P_c \cdot 4l}{ml_m} \tag{1-5-13}$$

式中，m_a 为试样的有效质量，$m_a=\frac{ml_m}{4l}$；l_m 为磁路的有效长度；l 为试样的长度；m 为试样的质量，由天平测出。

若测量时，磁通波形不完全为正弦，其波形系数偏离 1.111，且不超过±5%，允许引入波形因数修正，则考虑波形修正后的比总损耗为

$$P'_s = P_s - \Delta P_s = \left[1 - 2e\left(\frac{\Delta F}{1.111}\right)\right]P_s \tag{1-5-14}$$

式中，ΔP_s 为波形失真修正量，单位为 W/kg；$e=\frac{P_e}{P_s}$为涡流在比总损耗中占的比例；ΔF 为波形失真系数，$\Delta F=\frac{U_2}{U_{2av}}-1.111$，其中 U_2 和 U_{2av} 为二级感应电压的有效值和平均值。

为了区分试样的磁滞损耗与涡流损耗，可以在磁感应强度峰值保持不变的情况下，改变电源频率，按上述方法重复试验两次。当磁感应强度一定时，磁滞损耗 P_h 与频率成正比，而涡流损耗 P_e 与频率的平方成正比，因此总的损耗为

$$P = P_h + P_e = \alpha f + \beta f^2 \tag{1-5-15}$$

式中，α 和 β 为两个不同的系数。由此可知，只要在同一磁感应强度下测量铁损两次，就可由两个联立方程式

$$\begin{cases} P_1 = \alpha f_1 + \beta f_1^2 \\ P_2 = \alpha f_2 + \beta f_2^2 \end{cases}$$

解出 α、β，从而计算出该磁感应强度下任一频率的磁滞损耗和涡流损耗。

功率计法由于稳定可靠，许多工业国家都已把它规定为工频下测量硅钢铁损的标准方法，并按各国习惯，规定了试验装置、制取样品的方法和试验的步骤。早先，热轧硅钢的样品长 500mm，宽 30mm，质量 10kg。随着生产工艺和设备的改进，硅钢的质量和一致性有了明显的改善，所以冷轧取向硅钢的质量已由 2kg、1kg 减到了 0.5kg，热轧硅钢也减到了 2kg。

为了不破坏钢带和钢板，后来又发展了整张测量的方法，与标准功率计法不同的地方是它的磁化装置要比爱泼斯坦方圈复杂得多。

在标准铁损测量装置中试验的爱泼斯坦方圈，其外型尺寸、框架上绕线的长短等都有规定，例如在 ASTM 中，对所用的 25cm 方圈，其 $N_1/N_2=700/700$，初级线圈的铜阻要低于 0.5Ω，次级线圈的铜阻应低于 5Ω，每个框架上绕线的长度不得短于 194mm。

5.2.3 电桥法

用交流电桥测量铁损，可以测量材料在工作条件下的损耗值。交流电桥具有较高的灵敏度和准确度，并有较宽的频率范围，还有操作比较方便等优点，因此它能用于测量软磁材料的弱磁性能，如测量软磁材料的复数磁导率的两个分量 μ' 和 μ'' 及其损耗角的正切等。

用交流电桥测铁损时，其基本出发点是把带有磁心的线圈视为等效电感 L_p 和等效电阻 R_p 的串、并联电桥，通常是把带磁心线圈视为 L_p 和 R_p 的并联电路。用电流电桥测出等效电感 L_p 和等效电阻 R_p，即铁心线圈的等效阻抗 Z_x，便可求出铁损等参数。有多种适合于测量 L_p 和 R_p 的交流电桥，如差动变压器电桥和数字平衡电桥等。但必须指出，用作铁损测量的交流电桥，由于其测量对象的严重非线性，使得它与一般电测交流电桥有如下一系列不同的特点。

(1) 测磁电桥的灵敏度比一般交流电桥低。

(2) 测磁电桥电源输出功率要足够大，否则不能使样品饱和磁化，而且其电压要稳定，并能保证 B 为正弦波。

(3) 测磁电桥桥体元件应有较大的功率容量，特别是与样品相串联的桥臂，否则会因有大的激磁电流通过而被烧坏。这一要求使得桥体元件的体积增大，桥体分布参数增加，使电桥的频率特性变坏。

(4) 测磁电桥必须配有准确度较高的磁通电压表和监视磁化电流的峰值电压表。否则，虽然电桥能准确地测出等效电感和等效电阻，但也无法得到准确的磁参数。

(5) 由于这一电桥桥体灵敏度较低，因此要求有一台灵敏度高、选择性高的指零仪。否则将难于判断桥体的平衡状态。

电桥法的优点是频率范围宽、收敛性好、灵敏度高，而且可测的磁性参量较多，其测量准确度在±3%以内。但其缺点是在高磁感应强度下，不容易保证 B 为正弦，而且屏蔽要求严

格；逐点测试速度慢，不能自动记录特性曲线；只能平衡基波，不能平衡高次谐波，因而有较大的测试误差。

5.2.4　硅钢带损耗的连续自动测量

在硅钢片的电磁性能的检测方面，虽然国际上都采用爱泼斯坦方圈，但由于它是按规定尺寸取样，对硅钢带要剪切破坏，而且检测周期长，会造成人力、物力的浪费。因此，近年来许多国家研究并采用了硅钢带铁损连续测量的方法和装置，作为硅钢片生产工艺的一环，在生产线上连续测量硅钢带的铁损，以便对硅钢带的质量进行监督和分类。

硅钢带损耗的连续测量原理与前述的功率表法的原理基本一致，都是用功率表来测量硅钢片的损耗，不同的是这一方法是在生产线上不停机地连续测试，且测试装置的条件也不同。硅钢带的有效质量不能用天平来称量，而是通过测量硅钢带的平均厚度来确定的。

整个测量装置由以下几个部分组成。

(1) 磁化装置。磁化线圈为一扁平线圈，长为 2cm 左右，宽度与硅钢带相同，钢带在其中能自由运行。励磁电源为带有负反馈的稳定可控交流电源，以保证磁通为正弦。

(2) 测量装置。测量 B 线圈和 H 线圈被埋在磁化线圈中部磁场较均匀的地方，分别由它们取出对应于 B 和 H 的感应电动势 e_B 和 e_H，用 X 光测厚仪测量硅钢带的厚度，最后的结果在瓦特表上读出，并在记录仪上记录下 P-t 曲线。

(3) 补偿及校对准部分。为了保证测试条件和测量精度，设有磁通反馈线圈、厚度补偿电路、测量 B 信号对应的 e_B 的磁通伏特表以及与标准电压比较电路中的标准电压进行比较的装置等。

测量装置的测量过程简述如下。当硅钢带在生产线上运行到这一装置时，首先通过测厚仪测量出钢带的厚度。此信号经延迟电路延迟 Δt 后输入到厚度补偿部分(之所以要延迟 Δt，是因为所测量厚度的部位要经 Δt 时间才能运行到磁化线圈中心)，它与 B 测量线圈的感应电动势做除法运算，经过对硅钢带厚度修正后的感应电动势，一方面输入到自动平衡瓦特表的电压线圈，另一方面经磁通伏特表整流，然后与标准电压电路中的标准电压进行比较(此标准电压是按规定的磁感应强度值给出的)。当比较结果产生差值电压时，补偿部分电动势经积分器，得到与 H 成正比的电压，再经过阻抗变换输入到瓦特表的电流线圈，与上述经厚度修正后的感应电动势进行乘法运算，便可得到硅钢带的损耗 P。瓦特表的输出送入记录仪，即可记录下整卷硅钢带的 P-t 曲线。

这种测量方法的准确度基本上可以与上述瓦特表相比拟，一般其准确度在 2%左右。

第 6 章

磁测量最新进展与前沿技术

6.1 瞬态磁场测量

强瞬态电磁脉冲辐射场能对电子系统产生较强的干扰及破坏,近年来越来越受到重视。以高压变压器为例,开关操作或电抗器、电容器组的投切操作都会产生极强的瞬态电磁干扰。对电磁脉冲能量的准确测量是分析瞬态电磁脉冲能量对电子设备的破坏及其防护机理的基础工作。测量获取瞬态电磁环境的基础数据,对于正确评价瞬态电磁环境、解决控制设备的电磁兼容问题有重要的工程价值。

瞬态电磁脉冲有以下特点。

(1) 脉冲的上升时间短(快的为亚纳秒量级,慢的为微秒量级);宽度窄(窄的为纳秒量级,宽的为毫秒量级)。从频谱看,其能量分布在非常宽的频带上,可以从直流一直到几百兆赫交流。

(2) 人们关心的电磁脉冲辐射场多为近区场,其电场和磁场之间不满足远场波阻抗关系,电场、磁场要同时给出才能准确描述电磁脉冲场的特点。

(3) 电磁脉冲的产生随机性很强,重复性差。如雷电电磁脉冲,舰船、飞机等电力电子系统的电磁脉冲,其辐射噪声时发生的时间、部位都具有随机性等。

(4) 测量空间有限,测量设备体积太大还会干扰被测场,干扰测量的精度。

因此瞬态电磁脉冲辐射场的测量设备要满足以下几个规则:①测量系统带宽满足测量规则;②一次测量能同时得到三个极化方向的电场或磁场;③测量设备体积小。

目前国内外普遍采用光纤传输系统来测量电磁脉冲辐射场。这些产品采用的传感器大多数都是单极化的,只能测量某一方向的电场或磁场。当需要了解同一场点的全部信息时,要分别沿不同极化方向对电场、磁场进行多次测量,或者一次测量时采用多个测量传感器。这样的测量存在以下技术缺陷:①缺乏相位信息,不利于电场或磁场分量的合成;②重复性较差的电磁脉冲采用多次测量的方法,不仅测量误差大,而且实现难度大;③一次测量采用多个测量传感器会引起相互的干扰,需要占用较大的空间,而且测量位置不能保证在同一点。

本章主要介绍测量瞬态磁场的原理与方法。

6.1.1　电磁感应法

第 2 章已经介绍过，电磁感应法是测量磁场最简单最实用的一种方法，它建立在法拉第电磁感应定律的基础上，其定义为：当穿过导体回路的磁感应通量 Φ 发生变化时，回路中产生感应电动势 e 与磁通量对时间的变化率成正比，即 $e=-N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$。

因此利用电磁感应法测量变化磁场的场强，就是通过测量感应线圈两端的感应电动势和感应电动势对时间的积分值，来求出磁感应强度。它可以用于测量直流磁场、交流磁场和脉冲磁场。利用电磁感应法测量时变磁场强度的研究，早期主要是为了测量由核爆炸所产生的电磁脉冲(nuclear-electromagnetic pulse，NEMP)的脉冲电场和脉冲磁场，而且主要是一些军工的研究机构在进行研究。它们根据测量的需要开发出各种形式的瞬态电磁场测量探头，像多间隙环(multigap loop，MGL)探头、多扎线圈环(multiturn loop，MTL)探头、圆面 Moebius 环(cylindrical moebius loop，CML)探头、屏蔽环形线圈、自积分式传感器以及屏蔽半环形磁场传感器等。

德国斯图加特大学 K. Feser 教授领导的研究组，为了测量高压电气设备附近的瞬态电磁场的分布，开发了瞬态磁场传感器，其频率范围为 30Hz～300MHz，场强测量范围为 0.8A/m～1.5kA/m。在国内，南京航空航天大学为研究电磁脉冲的防护，设计了微分和自积分磁场传感器；华北电力大学研制的瞬态磁场测量系统，其测量的频率范围为 100kHz～100MHz，可测量 10mA/m 左右的弱磁场。

由导线绕成的小环是磁场探头的基本结构，其结构如图 1-6-1 所示。该磁场探头由一段弯曲成闭环状的半硬单股铜线绕成。当通过环面的磁通发生变化时，在环上就会产生感应电流。此感应电流将转变成电压信号接入观测系统，其等效电路如图 1-6-2 所示。

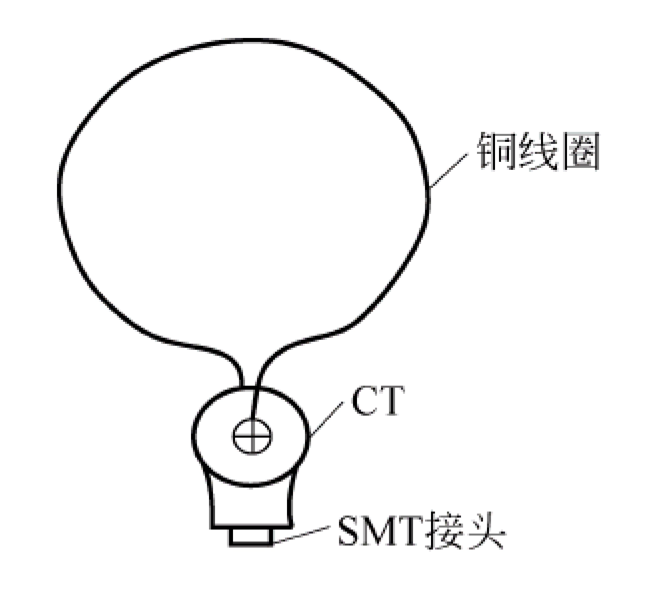


图 1-6-1　探头的示意图及实物图

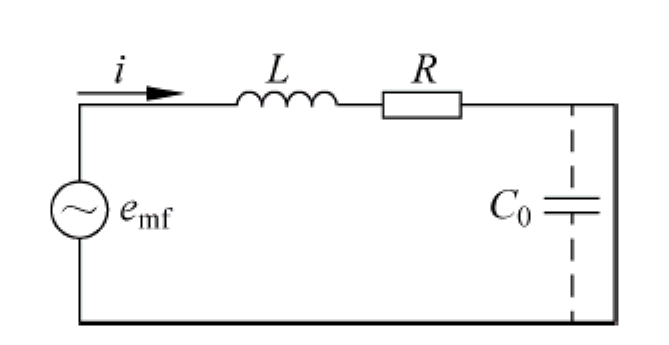


图 1-6-2　磁场探头的等效电路

6.1.2　霍尔效应法

霍尔传感器频率最高可达 1MHz，可检测恒定磁场到 1MHz 的交变磁场。目前，在国内市面上用于测量时变磁场的磁场测量仪器，所使用的探头均为霍尔传感器，像美国 F. W. Bell 公司的 7030 型三通道高斯计，其测量的频率范围为 10Hz～50kHz，场强测量范围为 0～30T；美国 LakeShore 公司生产的 410 型高斯计，可测量频率范围为 20Hz～20kHz 的交变磁场，其场强测量范围为 0～2T。但是这两类高斯计在测量强的交变磁场时，均会因为探头产生的涡流效应损坏探头。国防科技大学的陈湘等研制的高精度智能磁场测量仪采用双只配对的 UGN3503 型集成霍尔传感器来获得磁感应强度信号，测量精度为 0.1mT。

霍尔效应法可以用来测量时变磁场,但是由于高频特性不好,并不适宜测量脉冲磁场。此外,由于霍尔元件的半导体材料受温度影响很大,其固有特性也会造成测量误差,因此也不适宜测量强的交变磁场。

6.1.3 磁光法

利用传光物质在磁场作用下会引起光的振幅、相位或偏振状态的变化而进行磁场测量的方法称为磁光法。随着光纤通信技术和光电子技术的发展,光纤传感技术开始被广泛用于磁场测量中,出现了许多有发展前途的新型光纤磁传感器。光纤是无源元件,对被测对象不会产生影响。可以在高温、高压、有腐蚀、有噪声、有应力等恶劣环境中起传感作用,具有可塑性、抗干扰性,能按需要做成任意形状的传感器,具有灵敏度高、频带宽、动态范围大、体积小、质量轻等优点。法国 Thomson-csf 公司研制的用于测量 NEMP 瞬态电场和磁场的光纤瞬态电场和磁场传感器,其磁场传感器的测量范围为 0.6A/m~31.6kA/m,频率范围为 15Hz~40MHz;法国 THALES 公司开发的 HT21 型一维瞬态磁场测量系统,其测量范围为 0.6A/m~31.6kA/m,测量的频率范围为 40Hz~40MHz,信号传输通道由 2 条 100m 的光纤组成,测量到的信号传到计算机经处理后可送示波器显示。

光纤瞬态磁场传感器的系统框图如图 1-6-3 所示。光纤传输系统由光发射机、光纤、光衰减器和光接收机四部分组成。光源选用超亮度发光二极管,其模拟调制带宽大于 200MHz。为减小发射机体积和器件引线的影响,光驱动电路主要由微封装表面贴器件组成。由于光发射机在强电磁场环境内工作,因此需采用由压铸成形工艺制成的全封闭结构的屏蔽机壳。

光纤瞬态磁场传感器所测量到地磁场强度为 800A/m,其时域波形如图 1-6-4 所示,由该图可得脉冲磁场的上升时间和持续时间(半峰值时间)等相关的瞬态磁场参数。

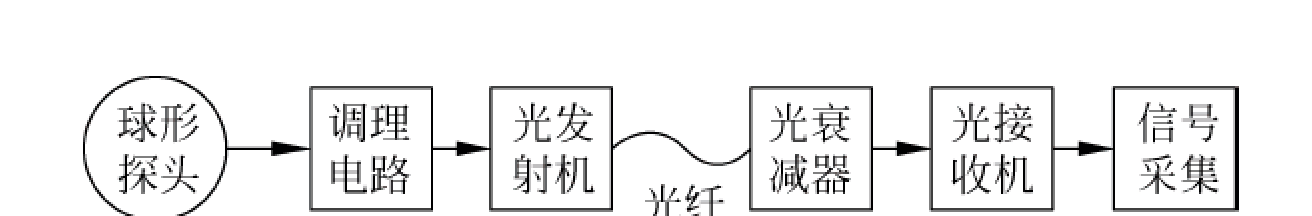


图 1-6-3 光纤瞬态磁场传感器的系统框图

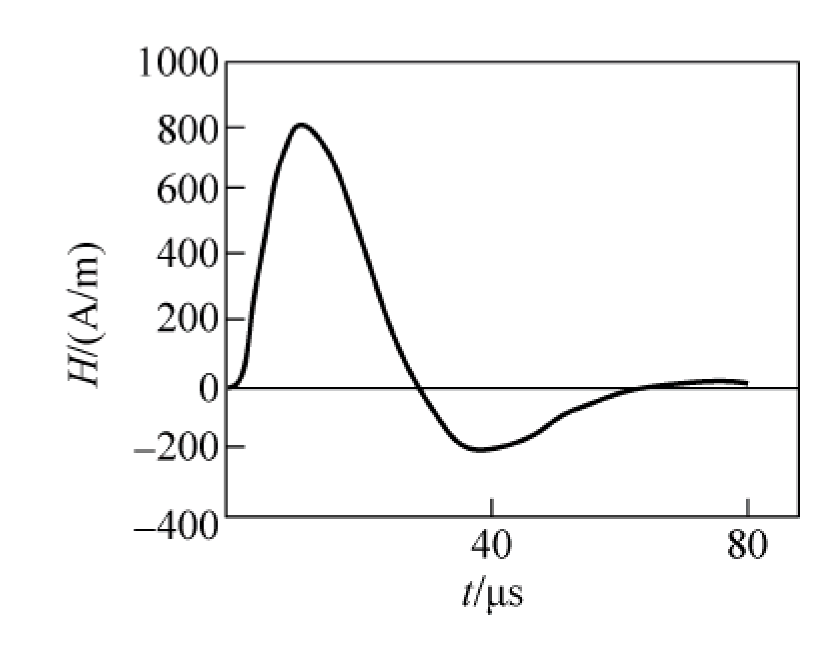


图 1-6-4 脉冲磁场波形

磁光法由于采用了光纤传感技术,可在高温、高压、有腐蚀、有噪声、有应力等恶劣环境中起传感作用,因此成为有发展前途的一种新型光纤磁传感器。

6.2 磁阻效应的研究与应用

6.2.1 巨磁阻效应

2007 年 10 月,法国科学家阿尔贝·费尔和德国科学家彼得·格林贝格尔因分别独立发现巨磁阻(giant magneto resistance,GMR)效应而共同获得 2007 年诺贝尔物理学奖。

图 1-6-5 为费尔的实验结果,图中三条曲线分别显示了三种不同厚度的铁、铬薄膜在不同磁场或强度下电阻的变化率。

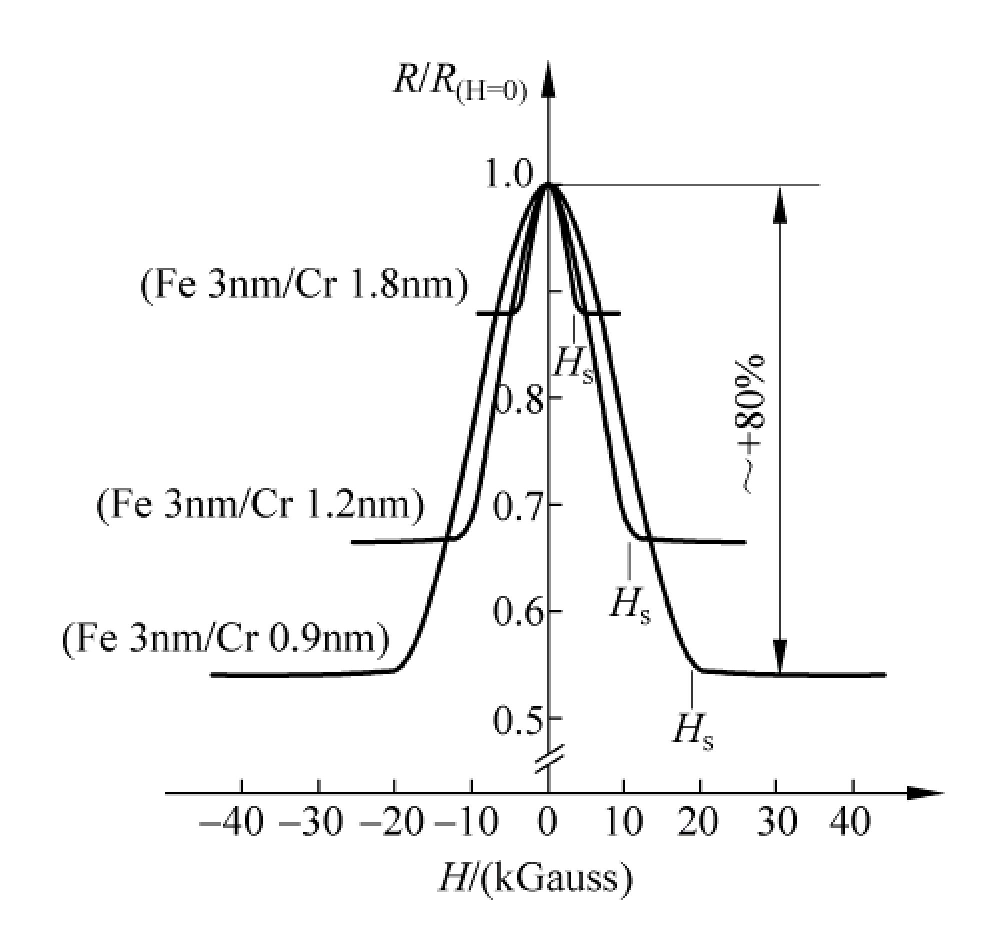


图 1-6-5　费尔的实验结果

横坐标为磁化强度;纵坐标为磁化时电阻与无磁化时电阻的比值

所谓巨磁阻(GMR)效应,是指某些磁性或合金材料的磁阻 R 在一定磁场作用下急剧减小、而 $\Delta R/R$ 急剧增大的特性,一般增大的幅度比通常的磁性与合金材料的磁阻约高 10 倍。利用这一效应制成的传感器称为 GMR 传感器。GMR 效应是一种量子力学和凝聚体物理学现象,是磁阻效应的一种,可以在磁性材料和非磁性材料相间的薄膜层(几个纳米厚)结构中观察到。

GMR 材料按其结构可分为具有层间耦合特性的多层膜(例如 Fe/Cr)、自旋阀多层膜(例如 FeMn/FeNi/Cu/FeNi)、颗粒型多层膜(例如 Fe-Co)和钙钛矿氧化物型多层膜(例如 $AMnO_3$)等。其中自旋阀(spin valve)多层膜又分为简单型和对称型两类;也有将其分为钉扎(pinning)和非钉扎型两类的。

1986 年德国的格鲁伯格 Grunberg 等人发现了 Y/Gd、Y/Dy 和 Fe/Cr/Fe 多层膜中的层间耦合现象。1988 年法国的 M. N. Baibich 等人首次在纳米级的 Fe/Cr 多层膜中发现其 $\Delta R/R$ 在 4.2K 低温下可达 50%以上,由此提出了 GMR 效应的概念,在学术界引起了很大的反响。由此与之相关的研究工作相继展开,陆续研制出 Fe/Cu、Fe/Ag、Fe/Al、Fe/Au、Co/Cu、Co/Ag、Co/Au 等具有显著 GMR 效应的层间耦合多层膜。1992 年人们利用两种磁矫顽力差别较大的材料(例如 Co 和 $Fe_{20}Ni_{80}$)制成 Co/Cu/$Fe_{20}Ni_{80}$/Cu 多层膜,他们发现,当 Cu 层厚度大于 5nm 时,层间耦合较弱,此时利用磁场的强弱可改变磁矩的方向,以自旋取向的不同来控制膜电阻的大小,从而获得 GMR 效应,故称为自旋阀。与此同时,1992 年 A. E. Berkowitz 等人首次发现了 Fe、Co 与 Cu、Ag 分别形成二元合金颗粒膜中的磁阻效应,在低温下其 $\Delta R/R$ 可达 40%～60%。随后陆续出现了 Fe-Ag、Fe-Cu、Co_xAg_{1-x}/Ag 等颗粒多层膜。

GMR 效应在高密度读出磁头、磁存储元件上有着广泛的应用。随着技术的发展,存储数据的磁区越来越小,存储数据密度越来越大,这对读写磁头提出了更高的要求。GMR 物质中电流的增大与减小,可以定义为逻辑信号的 0 与 1,进而实现对磁性存储装置的读取。GMR 物质可以将用磁性方法存储的数据,以不同大小的电流输出,并且即使磁场很小,也

能输出足够的电流变化,以便识别数据,从而能够大幅提高数据存储的密度。目前,GMR技术已经成为几乎所有计算机、数码相机和MP3播放器等应用的标准技术。利用GMR物质在不同的磁化状态下具有不同电阻值的特点,还可以制成磁性随机存储器(maganeto-resistive random access memory,MRAM),其优点是在不通电的情况下可以继续保留存储的数据。

除此之外,GMR效应还应用于微弱磁场测量。目前市场上比较有代表性的巨磁阻传感器有NVE公司的AA系列和Sensitec公司的GF700系列。

6.2.2 超巨磁阻效应

超巨磁阻效应,又称庞磁阻效应(colossal magneto resistance,CMR)是一种凝聚体物理学现象,是指材料(如 $La_{1-x}Ca_xMnO_3$、$La_{1-x}Sr_xMnO_3$ 等)在磁场中的电阻会发生显著下降的现象。超巨磁阻效应的磁阻随着外加磁场变化而产生数个数量级的变化。由于产生的机制与巨磁阻效应(GMR)不同,而且往往大上许多,所以被称为超巨磁阻效应。

与巨磁阻效应一样,超巨磁阻材料亦被认为可应用于高容量磁性储存装置的读写头。不过,由于其相变温度较低,不像巨磁阻材料可在室温下展现其特性,因此离实际应用还有一定的距离。

6.2.3 隧道磁阻效应传感器

隧道磁阻(tunnel magneto resistance,TMR)元件是近年来开始在工业中应用的新型磁阻效应传感器,其利用的是磁性多层膜材料的隧道磁阻效应对磁场进行感应,比之前所发现并实际应用的各向异性磁阻传感器(anisotropic magneto resistance,AMR)元件和GMR元件具有更大的电阻变化率。我们通常也用磁隧道结(magnetic tunnel junction,MTJ)来代替TMR元件,MTJ元件相对于霍尔元件具有更好的温度稳定性、更高的灵敏度、更低的功耗以及更好的线性度,不需要额外的聚磁环结构;相对于AMR元件具有更好的温度稳定性、更高的灵敏度以及更宽的线性范围,不需要额外的set/reset线圈结构;相对于GMR元件也具有更好的温度稳定性、更高的灵敏度、更低的功耗以及更宽的线性范围。

图1-6-6是一个MTJ元件的结构原理图。MTJ元件由反磁耦合层、偏置层、隧道层(绝缘层)、自由反转层等多层薄膜结构组成。偏置层和反磁耦合层之间的交换耦合作用决定了铁磁层的磁矩方向。隧道层通常由MgO或 Al_2O_3 构成。自由反转层的磁矩相对于反磁耦合层的磁矩是相对自由且可旋转的,随外场的变化而发生翻转。各薄膜层的典型厚度为0.1~100nm。

在纳米尺度下,电子能够基于量子隧道效应穿越其中的绝缘层。当自由反转层与偏置层的磁化方向相同时,电子更容易隧穿过绝缘层,因此,MTJ的电阻值与敏感轴方向的外磁场有关,如图1-6-7所示。该物理效应可以用铁磁薄膜与费米能量自旋态密度相关的自旋极化来进行物理建模。在理想状态下,磁阻 R 随外场 H 的变化是完美的线性关系,同时没有磁滞(在实际情况下,磁阻的响应曲线随外场变化具有滞后的现象,称之为磁滞,磁阻的响应曲线为一个回路,通常作为应用的磁阻材料的磁滞很小,在实际使用中可以看作一个完美的线性曲线)。在现实应用的传感器领域,由于磁传感设计的制约以及材料的缺陷,这条曲线会更弯曲。

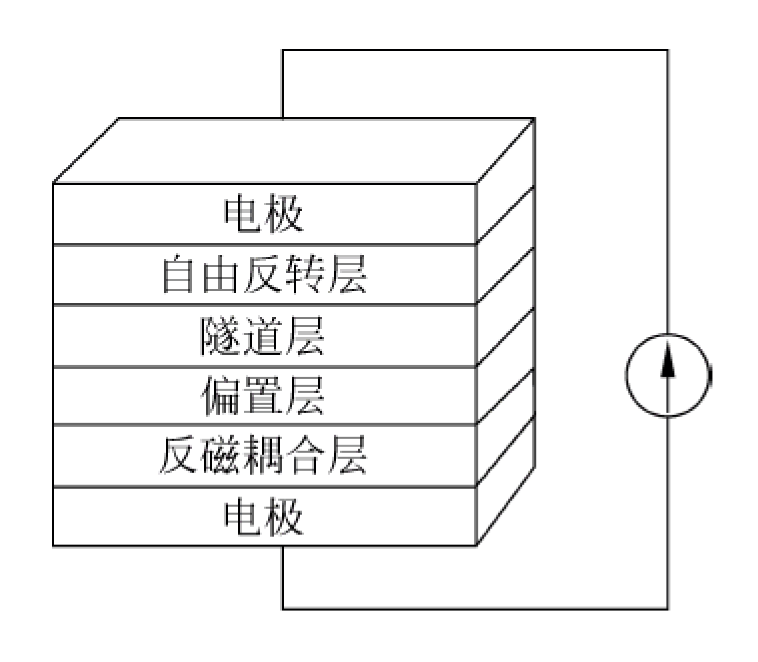


图 1-6-6　MTJ 的原理结构

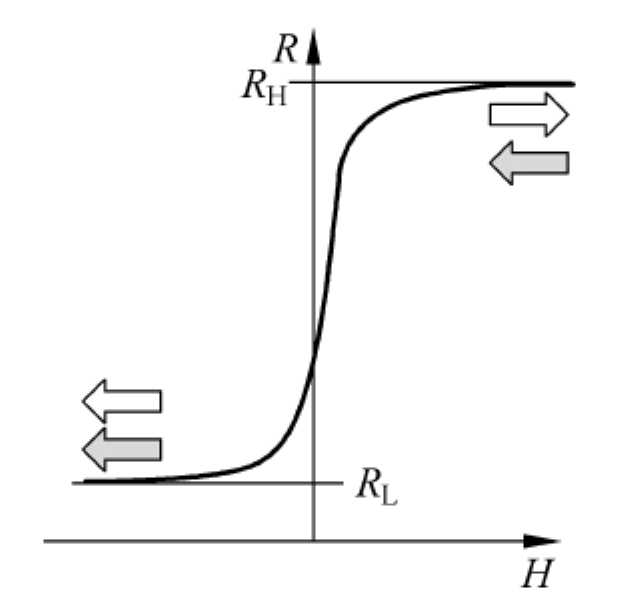


图 1-6-7　隧道效应磁阻传感器的典型响应曲线

通常情况下，隧道层提供了器件的大多数电阻，约为 1000Ω，而所有导体的阻值约为 10Ω。底电极层位于绝缘基片(insulating layer)上方，绝缘基片要比底电极层要宽，且位于其他材料构成的底基片(body substrate)的上方。底基片的材料通常是硅、石英、耐热玻璃、GaAs、AlTiC 或者是能够于晶圆集成的任何其他材料，而硅由于其易于加工为集成电路所以成为最好的选择。

电桥可以用来改变磁阻传感器的信号，使其输出电压便于被放大，从而能够改变信号的噪声，取消共模信号，减少温漂或其他的不足。MTJ 元件可以连接构成惠斯通电桥或其他电桥。

6.2.4　非均匀性导致的磁阻效应

人们在一些非磁性半导体中发现了由非均匀性导致的异常巨大的磁阻(inhomogeneity-induced magnetoresistance，IMR)效应，它激起了人们极大的研究兴趣。研究表明，在掺杂浓度极低的硅中，可通过少数载流子注入的方式引入迁移率的空间非均匀性，从而增强 IMR 效应。

利用这一原理，清华大学章晓中教授研究组设计了一种硅基 IMR 的原型器件，如图 1-6-8 所示。通过调控器件的几何结构，这种器件的室温磁场灵敏度显著增强，在 0.07T 和 0.2T 下分别实现了 10%和 100%的磁阻，接近了商用巨磁阻器件的水平。随着器件的微型化和结构优化，器件性能还能继续提升。

这种兼具低场灵敏度和巨磁阻效应的硅基 IMR 器件可以覆盖从 0.05T 到至少数特斯拉的磁场范围，因而对磁传感器工业具有非常大的吸引力。特别是考虑到该器件是基于传统的半导体硅材料，它还可以很方便地集成到传统的硅基微电子工业中，从而推动传统金属基磁电子学向半导体基磁电子学特别是向硅基磁电子学的升级。目前磁传感器读出磁头由磁性金属材料制成，逻辑控制部件由硅制成，今后采用硅基磁阻器件，可以将传感器和控制部分集成在同一个硅片上。

更进一步，考虑到硅是目前制备太阳能电池的主流材料，还可以在同一硅片上制备一个太阳能电池，从而制备出不用外接电源的自驱动磁传感器。硅基 IMR 器件的发明将对目前的磁传感器和磁存储工业带来革命性的变化。

以前的磁传感器是用磁性金属或稀土材料制成的，它们的储量低、成本高，并且只能在较弱的磁场下使用。硅作为仅次于氧的最丰富的元素存在于地壳中，便宜易得，用硅制成的磁传感器材料噪声小。将半导体硅这种使用广泛且成熟的工业材料运用于磁传感领域，不

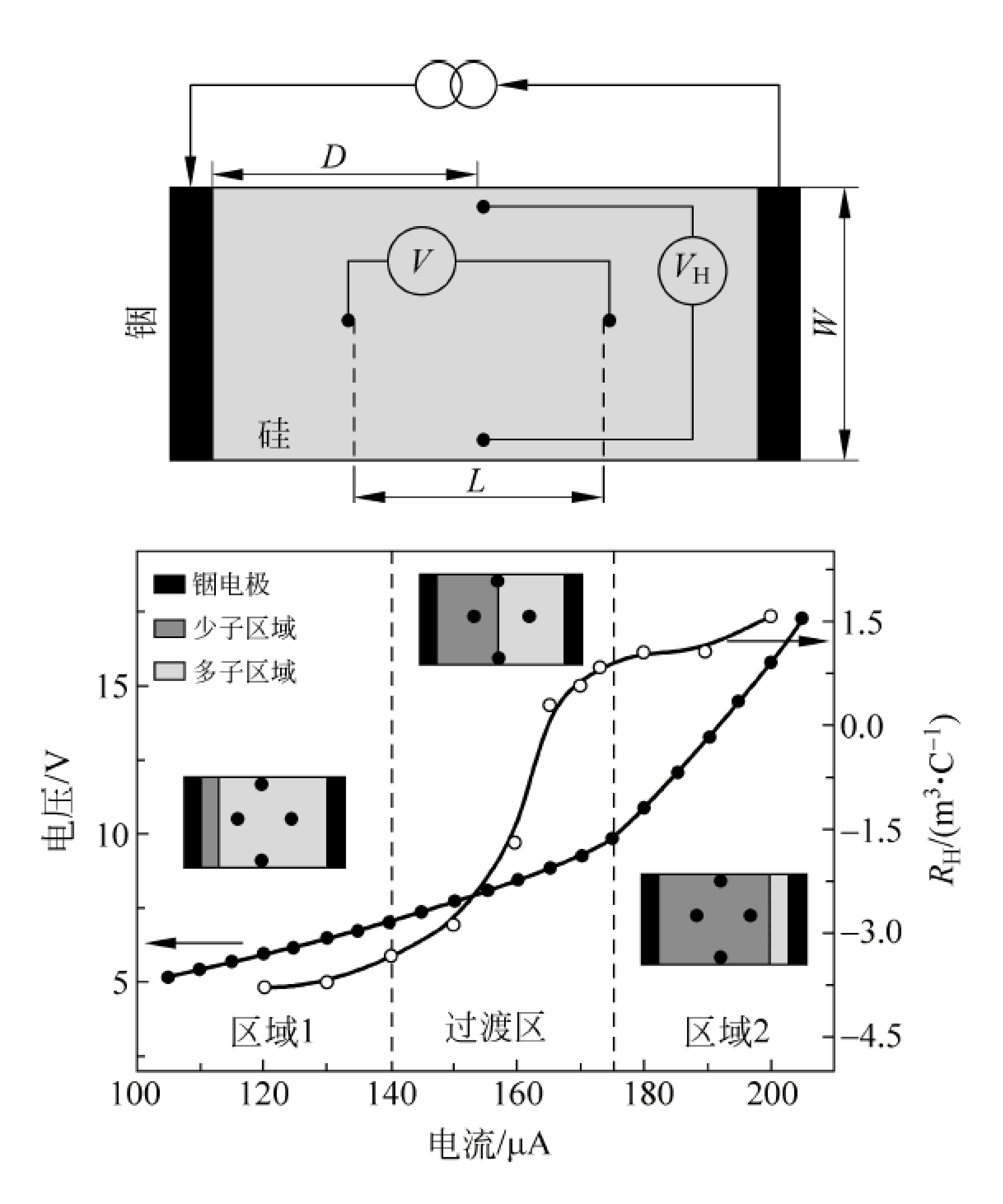


图 1-6-8 In/SiO_2/Si/SiO_2/In 器件的伏安曲线

管是在弱磁场还是强磁场都能够得到应用。这为磁传感器工业打开了另一扇门。

6.3 弱磁测量

利用弱磁测量仪器可以实现航空磁测、磁卫星探测,以及油气、地热、煤田、古地磁和考古等微弱磁性参量的测量。经过多年的努力,我国的弱磁测量仪器有了较大的进展,灵敏度提高了几个数量级,仪器的种类也从质子旋进式,发展为磁通门式、光泵式、感应式和超导磁测等几大类。随着高温超导技术的兴起与迅速发展,高温超导弱磁测量仪器的研制正在趋于实用化。弱磁测量仪器的研究具有高技术密集、难度大、投资大等特点,高精度磁测仪器的进展将为地球物理探测提供更丰富、更准确的信息,为磁法(包括电磁法)勘探研究开拓新的领域。下面介绍几类弱磁测量仪器的发展情况。

6.3.1 磁通门磁力仪

磁通门磁力仪的测量原理是:利用某种合金材料的高导磁率和低矫顽力的特征,使外磁场的微小变化能引起磁感应强度的显著变化,通过用这种材料制作的磁心把外围绕制的线圈中的激励信号调制成一交变信号测量,这一信号的幅度与磁场强度成正比。

磁通门磁力仪的稳定性较差,但它的探头很简单,体积可以做得比较小,而且可以方便地测量磁场的任意方向上的磁场分量,又可以在零磁场空间对很弱的磁场进行测量,因此在许多场合都有用武之地,如用于探雷、民用探测地下管线、公安的人身安全检查等。飞机上一般都装有一个磁通门锣盘。

磁通门磁力仪用于地磁卫星探测，有其独特的优点。美国宇航局(NASA)1979年10月30日在西海岸发射的一颗地磁卫星MAGSAT就载有磁通门式向量磁力仪，每秒取样16次，磁测精度为6nT。在南极站上使用我国自行研制的CTM 2302型三分量高分辨率(0.1nT)磁通门磁力仪，用其进行地磁场观测。

国外比较典型的磁通门磁力仪有英国巴订顿公司的MAG系列，可用于环境监测、物理勘探、物理学研究、工业与国防。MAG系列有单分量、三分量、低温型、水下型和磁经纬仪等，其中的MAG201型磁经纬仪灵敏度为0.1nT。国外用于磁场垂直分量测量的磁通门磁力仪还有芬兰地球仪器公司的JH213型，其灵敏度为10nT；加拿大先达利公司的FM222100型，其灵敏度为0.5nT；英国地球扫描探测公司的FM系列，其灵敏度一般为0.1nT。

6.3.2　质子旋进(核旋)磁力仪

质子旋进又称核子旋进(核旋)、核子(质子)自由旋进。这种磁力仪是核磁共振现象的理论和实验研究所取得的成果在地学仪器中的成功应用，其工作原理是：测磁探头内注有煤油、水、酒精、苯等富含氢原子的溶液，在弱磁场的作用下，溶液中氢原子产生一定频率的旋进作用，磁场的大小与质子旋进的频率成正比，因此只要测定质子旋进的频率就可以测得磁场的大小。质子旋进需要一个较强的磁场，一般要求在20000nT以上。当磁场小于20000nT时，信号太弱，测量困难。这就是说，质子旋进磁力仪适应于在地磁场下工作(因为地磁场强于20000nT)；而对于宇宙磁场，由于其太弱而无法测量，因此质子旋进磁力仪不适应于测量星磁。

近年来，各国都发展了微机控制的质子磁力仪，灵敏度都较高，如加拿大先达利公司的MAP24型(0.1nT)，美国乔美特利公司的G803型(0.25nT)、G813型(0.05nT)和G856型(0.01nT)，加拿大吉姆系统公司的GSM系列(0.1～1nT)，英国利通锚科学公司的Elsec820型(0.1nT)等。这些仪器多采用微机控制、液晶显示、电池供电，使用比较方便。国外磁法勘探中使用质子磁力仪的约占60%。

6.3.3　光泵磁力仪

光泵磁力仪是以某些元素的原子在外磁场中产生的能级分裂现象(塞曼效应)为基础，利用光泵作用(利用光作用使原子磁矩达到定向排列的过程)和磁共振技术研制而成的，它具有灵敏度高、响应频率高、可在快速变化中进行测量的特点。

国际上，加拿大生产的V2210型铯光泵磁力仪的灵敏度达0.01nT；美国乔美特利公司生产的G2822型自振式铯光泵磁力仪，其读出精度为1nT，可在5m外探测到50kg或1m外探测到不足0.5kg的铁磁性物体，可用于海军清除爆炸性军械废弃物；乔美特利公司研制出G2833亚稳态氦光泵磁力仪，其探头使用扫描技术，消除了通常导致铯蒸气光泵磁力仪的自振荡，提高了仪器的性能。

我国的光泵弱磁测量技术及仪器已取得很大的进步，但基础研究仍很薄弱，所用的元素主要是氦和铯，尚有较多问题待解决。另一方面，由于光泵磁力仪的探头比较复杂，耗电和质量都较大，这些问题会影响其应用范围，有待于进一步摸索和改进。

6.3.4 超导弱磁测量仪器

低温超导弱磁测量仪器的研制始于 20 世纪 60 年代中期。但由于超导量子干涉器件(superconducting quantum interference device,SQUID)主要是点触式,易受机械振动和热循环的冲击,因此高稳定度的商用 SQUID 磁力仪直到 20 世纪 70 年代出现了薄膜器件和混合器件后才变成现实。近年来,人们对 SQUID 的应用潜力做了大量的探索性研究,先后研制出超导心磁测量仪、脑磁测量仪、磁学显微镜、超导重力仪、超导梯度仪,以及以磁通锁定技术为基础的超导电流表和电压表。到现在低温超导技术已基本成熟,但由于液氦的成本过高,使其应用范围受到了一定限制,除了医学和生物磁方面的应用外,低温超导技术主要用于科研和计量领域。

与高温超导相比,低温超导技术有其重要的优点:①易于利用磁通变换器提高灵敏度和实现梯度测量;②液氦温区前放技术的本征噪声远低于液氮温区的本征噪声;③易于实现器件的全超导屏蔽,从而克服钉扎磁通蠕动等钉扎干扰。这些优点使低温超导技术在弱磁测量领域仍受到重视和发展,而且在相当长的时间内不会被高温超导技术所取代。

高温超导的发现为超导弱磁测量技术的应用展示了十分可喜的前景。高温超导体器件可以工作在液氮温区,其成本远低于液氦温区的超导器件,从而应用潜力巨大。高温超导体的出现对科学界和工程界的震动很大,引发了极大的研究热情和投资,许多有识之士把其称为高温超导技术革命。人们很快把低温超导的研究成果和经验搬到高温超导研究中,几乎尝试了所有低温超导弱磁测量技术的实现方案,从心磁、脑磁测量到无损检测、磁学显微镜以及地球物理勘探仪器,都取得了令人振奋的成果。为了实现高温超导器件在液氮温区的工作条件,已有人研制出用电池供电,对质量只有 300g 的微型制冷机通电 7~8min 就可达到液氮温度,这为野外便携式超导磁测创造了条件。

6.4 准静态磁场研究及应用

准静态磁场是指可忽略位移电流密度,或可忽略电磁场波动性的变化磁场。准静态磁场研究是以静态磁场研究为基础,用以分析、鉴别、改善各类应用对象(包括地球磁场、人工磁源、行进车辆、高压输电线、细胞、生物、人体等)的多类形态和多种频率下的磁学特性和相关技术的研究,其前沿应用领域非常广泛。随着 21 世纪初期一系列新技术、新材料的发展,特别是国外发达国家在准静态中小型磁体制造技术和准静态微型磁探测传感器技术上的突破,准静态磁技术近年来在国际上得到了飞速发展,并在实际应用范围内掀起一股研究热潮。

准静态磁场在临床诊断及治疗领域中具有广泛的应用。在临床诊断领域的应用,主要体现在心、脑与肺磁图等技术对人体的检测,核磁共振技术对早期肿瘤的诊断以及磁导航下图像融合技术对肿瘤的定位诊断等;在治疗方面的应用主要包括磁疗及磁定位在导航系统中的应用等。

对于磁场循环磁共振成像这种新颖的医学成像方法,准静态磁场的产生与控制研究是其核心之一。该方法可以通过对磁场的切换和约束,在毫特级以下的超低磁场环境中获得良好的人体图像;并且可以通过磁场控制组织的弛豫,从而获得有关组织的特异性对比度

图像；也可应用于实时手术中的导航成像。该方法需要对磁场的控制、屏蔽、磁共振信号探测等方面做出创新的研究。

国内对准静态磁场屏蔽做了一些研究工作，如：①磁屏蔽复合材料及其磁屏蔽性能的研究；②磁屏蔽丝网套管、缠带及磁屏蔽性能的研究；③纳特级磁屏蔽装置的研制；④高性能磁屏蔽房的研制。但现有磁屏蔽材料存在不足，国内应该能够尽快研制出各项性能更好的坡莫合金产品。

地磁场可以影响大气中带电粒子的运动，从而影响天气和气候。宇宙、太阳高能粒子能量很强，波动性很大，它对地球的影响与地球磁场的关系非常密切，因此研究地磁的变化对提高天气预报时效性的意义非常重大，但目前影响机制尚不清楚，原因是缺乏规范完整的地磁与气象一体化观测资料。

在地磁观测方面，发达国家已建立了庞大的陆地、远洋和太空地磁观测体系，而我国仅有零星的地磁观测，远洋、太空观测更是空白，这严重阻碍了我国相关领域的科学发展与技术进步。

现在国外已通过地面、海洋、航空和卫星协调一致的磁测数据建立了许多分解地磁场的模型。其主要应用领域有：①在无GPS时实现各类高速飞行器与水下等运动目标的导航和精定位；②机械与仪器仪表的定位定向与姿态控制；③地理与工程及地下与水下等特殊环境的测绘测量与监视；④带电与带磁物体的测控；⑤地质分析与找矿；⑥磁通信；⑦生物遗传与生命工程；⑧地震及相关地学研究等。准静态地磁模型一旦与高精度、多学科一体化的地磁观测系统相结合，其应用前景将会非常广阔。

6.5　磁性元件与铁氧体材料标准

磁性材料按化学组成可分为金属磁性材料和非金属磁性材料(铁氧体材料)两大类。其应用极为广泛，涉及电子信息、机电、汽车、冶金、航天、航空、交通运输、系统工程、生物医学等各应用领域。在电子信息中，无论是消费类电子产品、工业产品还是通信设备、计算机及其外围设备、仪器仪表和现代军事装备等，均大量使用磁性材料及元器件，在这些设备、装备和系统中磁性材料起着举足轻重的作用。

多年来，世界各国一直致力于磁性材料与元器件的研究及标准的制(修)订工作。各国尤其是发达国家先后制定了磁性材料、元器件的各种系列标准。国际电工委员会(IEC)曾成立了“磁性元件与铁氧体材料”(IEC/TC51)技术委员会，专门负责电子和通信设备所用磁性元件及相关附件、测量和试验方法，电感器、电子变压器、微波铁氧体器件以及各种铁氧体材料的国际标准的制定工作；同时IEC成立了“磁合金与磁钢”(IEC/TC68)技术委员会，专门负责磁合金和磁钢专业领域的国际标准化工作，目前已发布涉及磁性材料分类、金属软磁、永磁的电磁特性及其测量方法标准14个。

区域性和技术经济发达国家的标准主要有：欧洲标准化委员会(CEN)、欧洲电工标准化委员会(CENELEC)等制定的标准，美国国家标准(ANSI)、德国国家标准(DIN)、英国国家标准(BS)、日本工业标准(JIS)、法国国家标准(NF)、俄罗斯国家标准(ГОСТ)等。

从收集的有关磁性材料、电感器、变压器的标准资料发现，英国、法国、德国等国家标准采用欧洲标准(EN)和IEC标准的比例较大，且这三国的标准有很多相似之处。以德国标

准为例，有关磁性材料、电感器、变压器的 67 个标准中，有 39 个标准直接等同采用欧洲标准，在 EN 标准编号前直接冠上 DIN；有 11 个标准直接等同采用 IEC 标准，在 IEC 标准编号前直接冠上 DIN。上述国家的标准基本集中在三个方面：一是铁氧体磁心以及电子变压器、电感器、铁心的尺寸标准；二是质量认证用磁心和元件的标准；三是测量方法及一些基础标准。

日本的标准可谓自成体系，在发布的与磁性材料、元件有关的标准中，对应性较好。这些标准规定了评价磁材的电磁特性、物理性能及机械性能的试验方法，对试验的试样形状（包括环形、方（圆）棒形、圆片等 11 种试样）及尺寸做了规定，其规定的电、磁、物理性能参数包括：起始磁导率、复数磁导率、起始磁导率的温度系数、相对损耗系数、居里温度、损耗密度、静态磁特性中的饱和磁通密度、剩余磁通密度、矫顽力，以及体积电阻率、密度及机械性能中的抗弯强度等。

相比之下，俄罗斯标准同国际/欧洲标准和发达国家标准的最大区别，主要表现在标准体系构成和标准的及时更新等方面较差，标准覆盖面窄，标准陈旧。

国际公认的行业性团体标准有我们较为熟知的美国材料与实验协会标准（ASTM）。ASTM 标准主要集中在各种材料规范及试验方法上。在磁性材料为数不多的标准中，有以下两个标准可供我们参考。

（1）《电源变压器和滤波电感器用高频（10kHz～1MHz）MnZn 软磁铁氧体材料规范》（ASTM A1009—2000），它规定了电源变压器用 4 个材料牌号及滤波电感器用 3 个材料牌号的磁性要求。

（2）《用伏特计-安培计-瓦特计法测量软磁元件规定温度下的高频（10kHz～1MHz）磁心损耗的方法》（ASTM A1013—2000）。

美国军用标准（MIL）同样也是国际上有影响的标准之一。对磁性元件而言，所对应的联邦分类号为 FSC5950，主要涉及电感器和变压器两类产品，而基本没有涉及磁材、磁心的现行标准。MIL 标准迄今为止仍是技术要求较为先进的标准，长期以来，它不仅作为美国联邦采办的技术依据，而且也一直作为我国制定国家军用标准和行业军用标准的重点参考依据。在 FSC5950 中，共包含了 213 个现行有效的电感器、变压器标准，而在现行有效标准中有 16 项非政府标准。

第二部分 实　　验

实验 1

霍尔效应及其应用

1. 实验目的

(1) 熟悉掌握霍尔效应原理。

(2) 学习用“对称测量法”消除霍尔副效应的影响，测量试样的 V_H-I_S 和 V_H-I_M 曲线(V_H 为霍尔电压，I_S 为流过霍尔元件的电流，I_M 为励磁电流)。

(3) 确定试样的导电类型、载流子浓度以及迁移率。

(4) 了解高斯计的结构和适用范围。

(5) 掌握恒定磁场与低频磁场的测量。

2. 实验内容与要求

(1) 测绘霍尔元件的 V_H-I_S 曲线。

(2) 测绘 V_H-I_M 曲线。

(3) 测量样品两侧面的电位差 V_σ。

(4) 确定样品导电类型。

(5) 测量并计算样品霍尔系数 R_H、载流子的迁移率 μ、电导率 σ 与载流子浓度 n。

(6) 利用霍尔样品及必要的实验仪器，自制一个高斯计。

(7) 对自制的高斯计进行校准和检定。

(8) 用自制的高斯计测量恒定磁场和低频磁场，掌握恒定磁场与低频磁场的测量原理。

3. 实验仪器

电磁铁、直流电源、电压表、电流表、高斯计和霍尔元件。

4. 实验原理

置于磁场中的载流体，如果电流方向与磁场垂直，则在垂直于电流和磁场的方向会产生一附加的横向电场，这个现象被称为霍尔效应。如今霍尔效应不仅是测定半导体材料电学参数的主要手段，而且利用该效应制成的霍尔器件已广泛用于非电量的电测量、自动控制和信息处理等方面。在工业生产要求自动检测和控制的今天，作为敏感元件之一的霍尔器件，将有更广泛的应用前景。掌握这一富有实用性的实验，对日后的工作将有益处。

霍尔效应的原理已在本书第一部分的第 2 章中作了详细介绍，此处就本实验中将要用到的知识再作一些补充。

1）霍尔器件中的副效应及其消除方法

（1）不等势电压 V_0

这是由于测量霍尔电压的电极 A 和 A' 的位置难以做到在一个理想的等势面上，因此当有电流 I_S 通过时，即使不加磁场也会产生附加的电压 $V_0=I_S r$，其中 r 为 A、A' 所在的两个等势面之间的电阻（如图 2-1-1 所示）。V_0 的符号只与电流 I_S 的方向有关，与磁场 B 的方向无关，因此，V_0 可以通过改变 I_S 的方向予以消除。

（2）温差电效应引起的附加电压 V_E

如图 2-1-2 所示，由于构成电流的载流子速度不同，若速度为 v 的载流子所受的洛伦兹力与霍尔电场力的作用刚好抵消，则速度大于或小于 v 的载流子在电场和磁场作用下，将各自朝对立面偏转，从而在 Y 方向引起温差 $T_A-T_{A'}$，由此产生温差电效应。在 A、A' 电极上引入附加电压 V_E，且 $V_E \propto I_S B$，其符号与 I_S 和 B 的方向关系跟 V_H 是相同的，因此不能用改变 I_S 和 B 方向的方法消除 V_E，但其引入的误差很小，可以忽略。

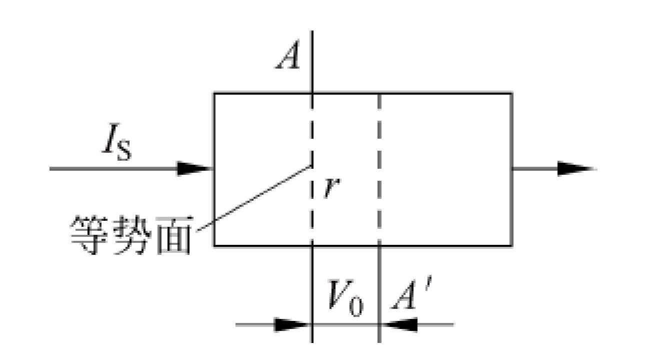


图 2-1-1　不等势电压

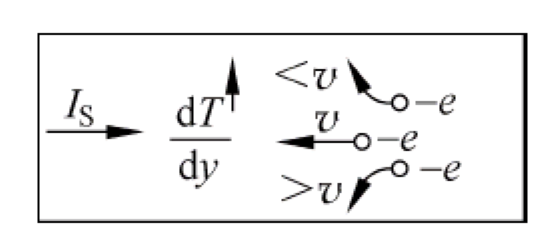


图 2-1-2　温差电效应引起的附加电压

（3）热磁效应直接引起的附加电压 V_N

因器件两端电流引线的接触电阻不等，通电后在接触点两处将产生不同的焦耳热，导致在 X 方向有温度梯度，引起载流子沿梯度方向扩散而产生热扩散电流。热流 Q 在 Z 方向磁场作用下，类似于霍尔效应在 Y 方向上产生一附加电场 ε_N，相应的电压 $V_N \propto QB$，而 V_N 的符号只与 B 的方向有关，与 I_S 的方向无关。因此可通过改变 B 的方向消除 V_N。

（4）热磁效应产生的温差引起的附加电压 V_{RL}

如(3)所述的 X 方向热扩散电流，因载流子的速度统计分布，在 Z 方向的 B 作用下，和(2)中所述同理，将在 Y 方向产生温度梯度 $T_A-T_{A'}$，由此引起的附加电压 $V_{RL} \propto QB$，V_{RL} 的符号只与 B 的方向有关，亦能被消除。

（5）附加电压的消除方法

综上所述，实验中测得的 A、A' 之间的电压除 V_H 外还包含 V_0、V_N、V_{RL} 和 V_E 各个电压的代数和，其中 V_0、V_N、V_{RL} 均可以通过 I_S 和 B 换向对称测量法予以消除。

设定电流 I_S 和磁场 B 的正方向，即

当 $+I_S$，$+B$ 时，测得 A、A' 之间的电压：$V_1=V_H+V_0+V_N+V_{RL}+V_E$；

当 $+I_S$，$-B$ 时，测得 A、A' 之间的电压：$V_2=-V_H+V_0-V_N-V_{RL}-V_E$；

当 $-I_S$，$-B$ 时，测得 A、A' 之间的电压：$V_3=V_H-V_0-V_N-V_{RL}+V_E$；

当 $-I_S$，$+B$ 时，测得 A、A' 之间的电压：$V_4=-V_H-V_0+V_N+V_{RL}-V_E$。

求以上四组数据 V_1、V_2、V_3、V_4 的代数平均值，可得

$$V_H+V_E=\frac{V_1-V_2+V_3-V_4}{4}$$

由于 V_E 符号与 I_S、B 两者方向关系和 V_H 是相同的，故无法消除，但在电流 I_S 和磁场

B 较小时，$V_H \gg V_E$，因此，V_E 可略去不计，所以霍尔电压为

$$V_H = \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{4}$$

2）霍尔系数 K_H 与其他参数间的关系

根据霍尔系数 K_H 与其他参数间的关系，可利用霍尔效应测量以下参数。

（1）由 K_H 的符号（或霍尔电压的正负）判断样品的导电类型。

（2）由 K_H 求载流子浓度 n，即 $n=\frac{1}{|K_H|e}$。应该指出，这个关系式是假定所有载流子都具有相同的漂移速度而得到的。严格来说，如果考虑载流子的速度统计分布，则需引入修正因子。

（3）结合电导率的测量，求载流子的迁移率 μ。电导率 σ 与载流子浓度 n 以及迁移率 μ 之间有如下关系：

$$\sigma = ne\mu \tag{2-1-1}$$

即 $\mu = |K_H|\sigma$，测出 σ 值即可求 μ。

3）霍尔效应磁测量仪器结构

（1）霍尔元件

霍尔元件是由 N 型硅单晶经过平面工艺制成的磁电转换元件，元件尺寸为 4mm×2mm×0.2mm，元件胶合在白色绝缘衬板上，有 4 条引出导线，其中 2 条导线为工作电流极（1、2），2 条导线为霍尔电压输出极（3、4），同时将这 4 条引线焊接在玻璃丝布板上，然后引到仪器换向开关上，并以 1、2、3、4 表示，能方便进行实验。

工作电流需由稳定电源提供，适当减小工作电流，以减少热磁效应引起的误差，最大电流为 15.0mA。

霍尔元件的灵敏度已给出，一般在 10.0mV/(mA·T)左右，温度变化时，灵敏度也略有变化，这主要是由于不同温度下半导体的载流子浓度不同。

（2）调节装置

两螺钉分别调节霍尔元件上下、左右移动，两标尺标明霍尔元件在 x、y 上的位置。

（3）电磁铁

使用电磁铁产生均匀的磁场。电磁铁的详细知识见第一部分的第 2 章。

（4）换向开关

仪器上装有三只换向开关，可以很方便地改变 I_H、B、V_H 的方向。

霍尔效应的原理及实验电路图如图 2-1-3 所示。

5. 实验方法

1）霍尔电压 V_H 的测量方法

前已述及，在产生霍尔效应的同时，因伴随着各种副效应，以致实验测得的 A、A' 两极间的电压并不等于真实的霍尔电压 V_H，而是为包含着各种副效应所引起的附加电压的值，因此必须设法消除这些附加电压。根据副效应产生的机理可知，采用电流和磁场换向的对称测量法，基本上能把副效应的影响从测量结果中消除。即在规定了电流和磁场正、反方向后，分别测量由下列四组不同方向的 I_S 和 B 组合的 $V_{A'A}$（A'、A 两点的电位差），即

$$+B, +I_S: V_{A'A} = V_1$$

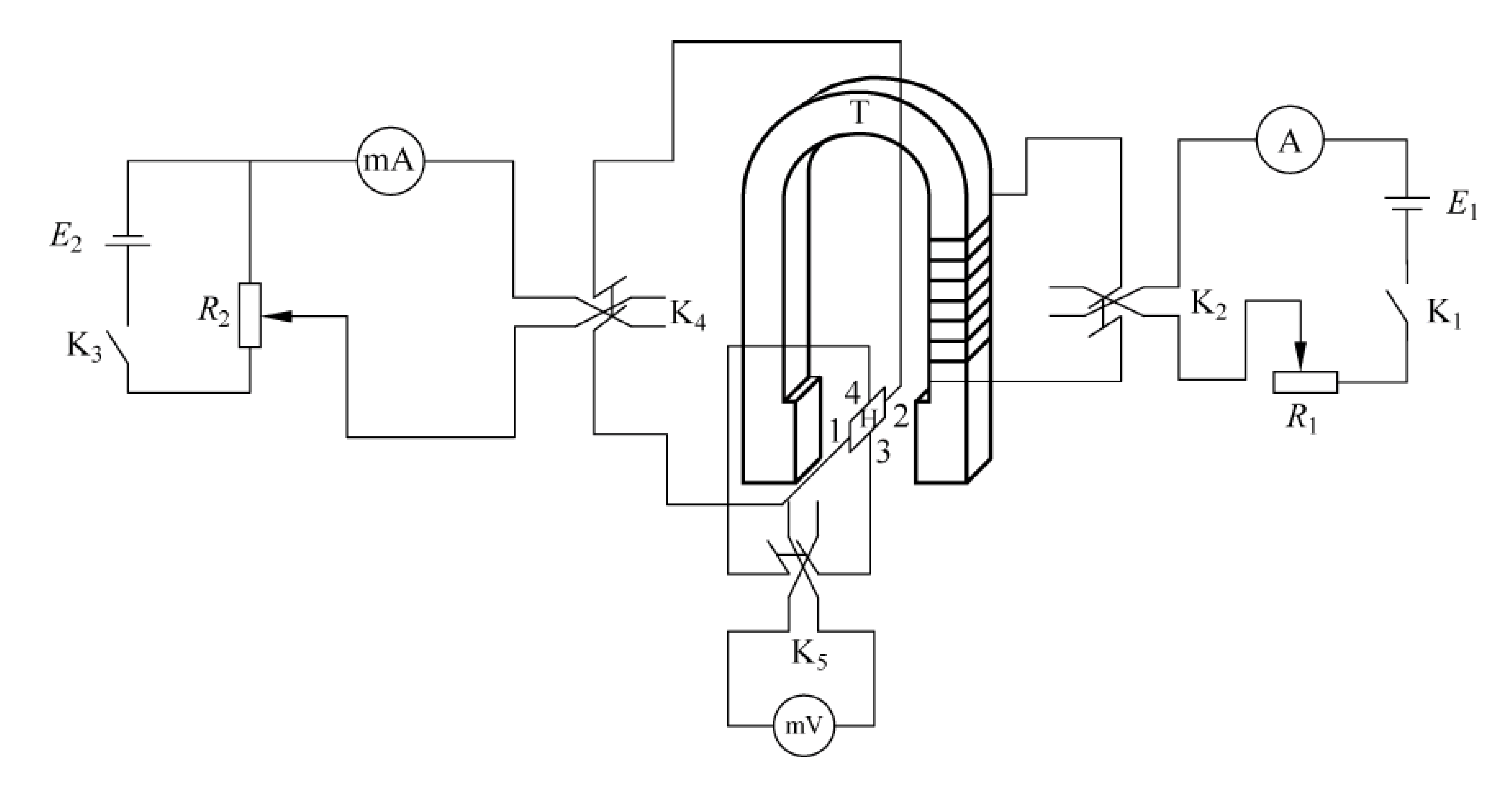


图 2-1-3 霍尔效应的实验电路图

$$-B,+I_S:V_{A'A}=V_2$$
$$-B,-I_S:V_{A'A}=V_3$$
$$+B,-I_S:V_{A'A}=V_4$$

然后求 V_1、V_2、V_3 和 V_4 的代数平均值：

$$V_H=\frac{V_1-V_2+V_3-V_4}{4} \tag{2-1-2}$$

通过该测量方法虽然还不能消除所有的副效应，但其引起的误差不大，可以略而不计。

2）电导率 σ 的测量

设样品的长为 l，横截面积为 $S=bd$，流经样品的电流为 I_S，在零磁场下，若测得样品两侧面的电位差为 V_σ，则 σ 可由下式求得：

$$\sigma=\frac{I_S l}{V_\sigma S} \tag{2-1-3}$$

6. 实验步骤

(1) 按照图 2-1-3 所示接好实验电路。

(2) 保持电磁铁电流不变，调节变阻器 R_2，使流过霍尔元件的电流值达到 15mA 左右，测量此时的 V_H，为了消除各种副效应的影响，应该通过 K_4、K_5 换向，分别测量出 V_1、V_2、V_3、V_4，然后求算术平均值。

(3) 逐渐减小电流，重复第(2)步的测量。

(4) 保持霍尔元件的电流值不变，逐步减小电磁铁的励磁电流，重复第(2)步的测量。

(5) 在零磁场下，测得样品两侧面的电位差为 V_σ。

(6) 用霍尔元件与电压表自制简易的高斯计。

(7) 通过与标准高斯计的比较，对自制高斯计进行校准。

(8) 利用自制高斯计测量电磁铁机头之间的磁场强度。

实验 2

用冲击法测定样品的静态磁特性参数

1. 实验目的

(1) 了解铁磁材料的静态磁特性。

(2) 掌握用由电子积分器等组成的测量系统测量磁场的原理和方法。

(3) 了解测量 B-H 曲线的原理和方法。

(4) 掌握测量方法,深入认识电磁材料的复杂特性与参数。

(5) 掌握分析薄叠片结构铁心的等效参数概念和分析方法。

2. 实验内容与要求

(1) 测量电工硅钢片和电工纯铁的磁滞回线。

(2) 测量铁磁样品的基本磁化回线。

(3) 测量起始磁导率 μ_0。

(4) 确定叠片式复合材料的各向异性等效磁导率。

3. 实验仪器

直流稳压电源、螺绕环、标准电阻、互感器、积分器、磁通计、限流电阻及开关等。

4. 实验原理

冲击法是静态磁性测量的传统方法。由于它的装置简单,有足够的测量精度,因此至今仍被广泛采用,甚至用来校准其他测量方法。

环形样品中产生的磁场可以通过测量磁化电流,用简单的公式计算出来。因此,测量闭路样品的磁化曲线和磁滞回线就归结为测量各磁化电流下的磁感应强度。冲击法测磁感应强度,是将绕在样品上匝数为 N_2 的探测线圈(也称为次级线圈)与电子积分器(或冲击检流计)串联,当磁化电流改变 Δi 时,相应的磁场改变 ΔH,样品的磁感应强度改变 ΔB,在探测线圈中产生的磁通量变化为 $\Delta\Phi=\Delta BN_2S$(其中 S 为样品的横截面积)。

选择样品尺寸和形状主要考虑三个因素:①使样品磁化均匀;②使测量有足够的灵敏度;③减少涡流的影响。

为使磁化均匀,尽可能采用圆环形状样品,初级线圈(即磁化线圈)一定要均匀绕满,圈数要根据材料的性质(即饱和磁化时所需要的磁场)、最大磁化电流和导线直径等因数确定。材料饱和磁化所需要的磁场,对金属材料而言为矫顽力的 10～15 倍,而对铁氧体材料,这个倍数要大一些。磁化电流不宜过大,因为这将会使温度升高,导致样品性能发

生变化。

由于次级线圈通过的电流很弱，因此可用细线绕在内层，尽可能紧贴样品，原则上不要求均匀绕制。为避免发生漏电现象，应在样品、初级线圈、次级线圈之间加入绝缘层。

1）测量基本磁化曲线

基本磁化曲线是许多大小不同的对称磁滞回线顶点的连线。在进行测试时，可由最小的磁滞回线开始。

2）磁滞回线的测量

所要测量的磁滞回线是极限磁滞回线，它是以原点为中心的对称闭合曲线，如图 2-2-1 所示，因此只要测出（$+B_m$，$+B_r$，$-B_m$）这一半边的曲线，另一半边曲线便可对称作出。

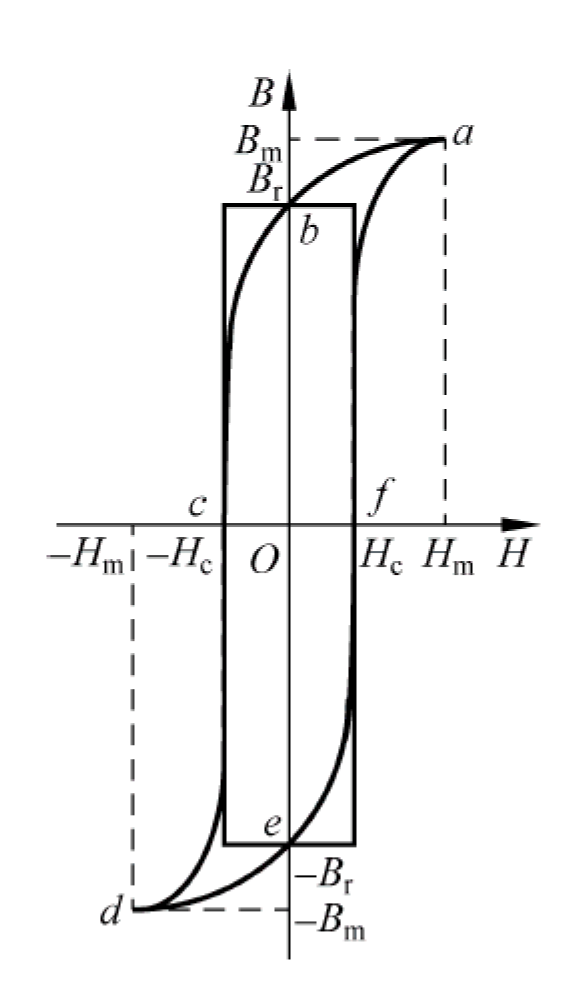


图 2-2-1 磁滞回线

样品在饱和磁化场中进行磁锻炼之后，就开始进行磁滞回线测量，此时应使磁化电流按一定规律变化。电流每变化一次，就找出对应的磁场强度及磁感应强度的变化量，这样就可以作出许多点，将这些点连接起来，就是所要确定的磁滞回线。但考虑到这种方法误差较大，因此可以选取曲线上$+B_m$、$+B_r$、$-B_m$ 点作参考点，然后再进行测量。

3）起始磁导率 μ_0 的测量

起始磁导率是许多软磁材料（如铁镍合金、铁氧体等）的一个重要静态磁性参数，它是判断这些材料性质的一个重要依据。根据定义

$$\mu_0 = \lim_{H\to 0}\frac{B}{H} \tag{2-2-1}$$

由理论证明和实验证实，在弱场范围内，铁磁体的磁导率 μ 与磁化场 H 之间存在着以下线性关系：

$$\mu = \mu_0 + \gamma H \tag{2-2-2}$$

这个弱场范围称为瑞利区，γ 称为瑞利常数。因此，要测定起始磁导率，首先应找到瑞利区，然后在瑞利区内，测出不同磁场 H 下的磁感强度，绘出 μ-H 曲线，由式(2-2-2)可知，在瑞利区内 μ 和 H 成线性关系，故可由测到的 μ-H 曲线推导出 $H=0$ 的 μ，即起始磁导率 μ_0。

测量电路的基本原理如图 2-2-2 所示，电路包括试样 A（环形样品）、磁化电路、测量电路。磁化电路由磁化线圈 N_1 及电阻 R_1、R_2、电源 U 和开关组成。测量电路包括测量线圈 N_2、积分器 G、限流电阻 R_s 和保护开关 S_4 等。

5．实验步骤

(1) 测定 B_m，合上开关 S_3，使电流表指示为饱和磁化电流 i_m，进行磁锻炼几次（5～10 次）后开始测量。测量磁化电流由 i_m 变化至$-i_m$ 时的积分。

(2) 测定 B_r，断开磁化电流，根据以下公式求出 B_r：

$$B_r = B_m - \frac{C_0}{N_z S}\alpha_r \tag{2-2-3}$$

(3) 测定磁滞回线上第Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ象限的点。首先打开 S_3，调节 R_1 得到一个小电流 i_1（对应磁场 H_1），然后合上 S_3，此时电流又回到 i_m，在 i_m 下进行磁锻炼，然后打开 S_3，这时磁

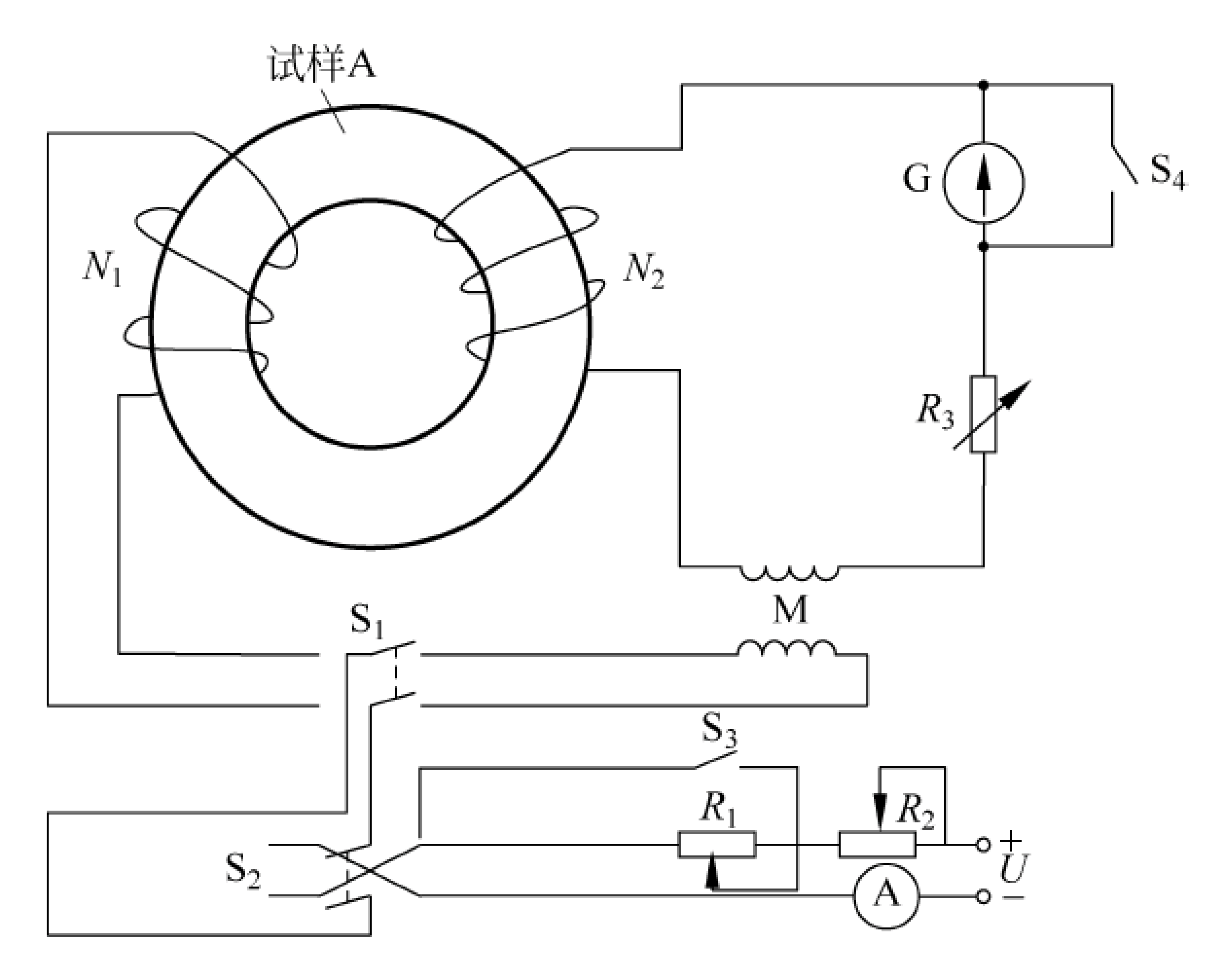


图 2-2-2　冲击法测量静态磁特性的原理图

化电流由 i_m 变为 i_1，对应磁感应强度从 B_m 变为 B_1，可求出 B_1。依照同样的步骤，改变不同的磁化电流，就可以得到Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ象限的点。为测定矫顽力 H_c，可在Ⅱ、Ⅲ象限内靠近 H_c 附近多测一些数据，将测量结果绘制成磁滞回线，此曲线与 H 轴的交点就是矫顽力 H_c。

实验3

电磁材料动态磁化参数测量

1. 实验目的

(1) 认识铁磁物质的磁化规律，比较两种典型的铁磁物质的磁化特性。

(2) 掌握电磁材料动态磁化参数的测量原理与方法。

(3) 掌握动态磁滞回线的测量方法。

(4) 了解退磁原理。

2. 实验内容与要求

(1) 分别测定不同样品的动态磁滞回线。

(2) 比较不同样品的磁化性能。

(3) 绘制 μ-H 曲线和 B-H 曲线。

3. 实验仪器

信号源、功率放大器、数字万用表、示波器、线圈和待测样品。

4. 实验原理

铁磁物质是一种性能特异、用途广泛的材料。铁、钴、镍及其众多合金以及含铁的氧化物(铁氧体)均属铁磁物质。其特征是在外磁场作用下能被强烈磁化，故磁导率 μ 很高。另一特征是磁滞，即磁化场作用停止后，铁磁物质仍保留磁化状态。

观察和测量磁滞回线和基本磁化曲线的线路如图 2-3-1 所示。待测样品为矽钢片，N_1 为励磁绕组，N_2 为用来测量磁感应强度而设置的绕组，R_1 为励磁电流取样电阻。设通过 N_1 的交流励磁电流为 i，根据安培环路定律，样品的磁化场强为

$$H = \frac{N_1 i}{L} \tag{2-3-1}$$

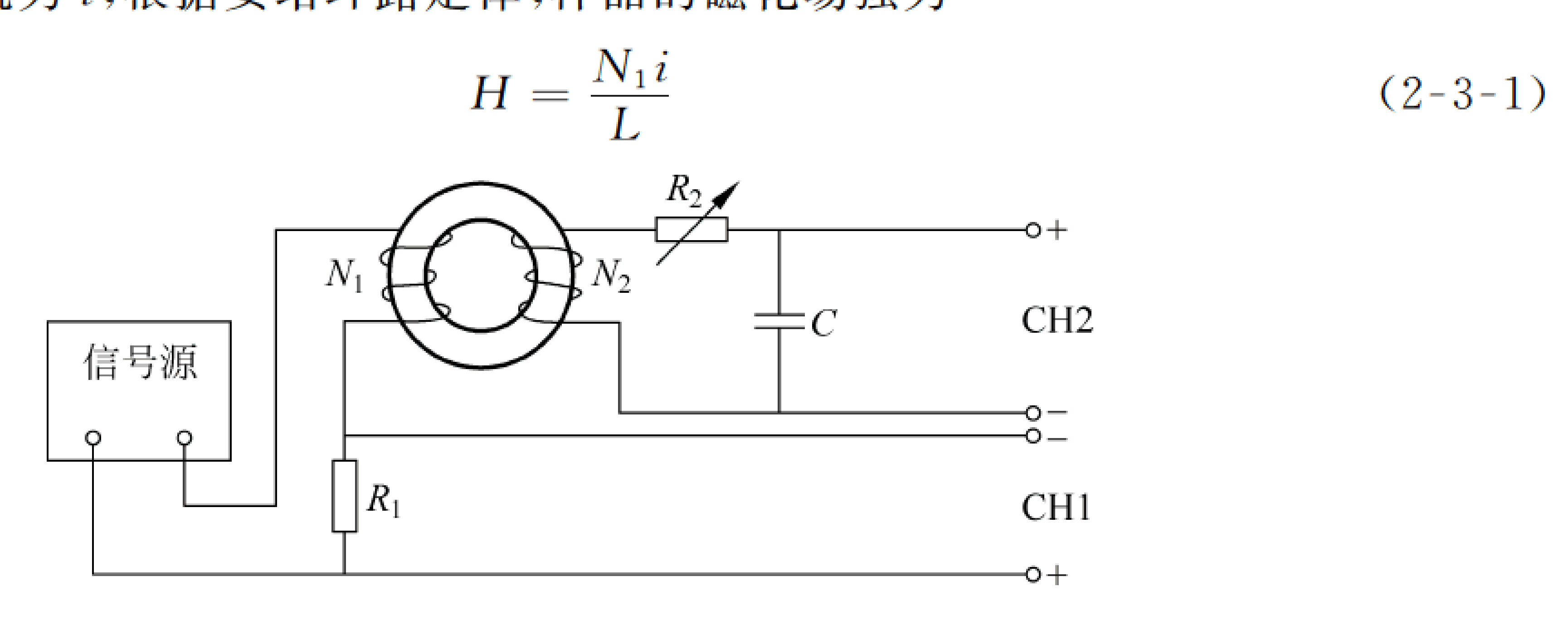


图 2-3-1 用示波器测量动态磁化曲线和磁滞回线的电路图

式中 L 为样品的平均磁路。

由于 $i=\frac{U_1}{R_1}$，代入式(2-3-1)可得

$$H=\frac{N_1}{LR_1}U_H \tag{2-3-2}$$

式(2-3-2)中的 N_1、L、R_1 均为已知常数，所以由 U_H 可确定磁场强度 H。

在交变磁场下，样品的磁感应强度瞬时值是测量绕组 N 和 R_2C 电路给定的，根据法拉第电磁感应定律，由于样品中的磁通 Φ 的变化，在测量线圈中产生的感生电动势的大小为

$$\left.\begin{aligned} e_2 &= -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \\ \Phi &= \frac{1}{N}\int e_2\,\mathrm{d}t \\ B &= \frac{\Phi}{S}=\frac{1}{NS}\int e_2\,\mathrm{d}t \end{aligned}\right\} \tag{2-3-3}$$

式中，S 为样品的截面积。如果忽略自感电动势和电路损耗，则回路方程为

$$e_2=i_2R_2+U_B \tag{2-3-4}$$

式中，i_2 为感生电流；U_B 为积分电容 C 两端电压。设在 Δt 时间内，i_2 向电容 C 的充电电量为 Q，则

$$U_B=\frac{Q}{C} \tag{2-3-5}$$

$$e_2=i_2R_2+\frac{Q}{C} \tag{2-3-6}$$

如果选取足够大的 R_2 和 C，使 $i_2R_2\gg Q/C$，则

$$e_2=i_2R_2 \tag{2-3-7}$$

由于 $i_2=\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}=C\frac{\mathrm{d}U_B}{\mathrm{d}t}$，代入上式可得

$$e_2=CR_2\frac{\mathrm{d}U_B}{\mathrm{d}t} \tag{2-3-8}$$

则

$$B=\frac{CR_2}{NS}U_B \tag{2-3-9}$$

式中 C、R_2、N 和 S 均为已知常数。所以由 U_B 可确定 B。

在测量之前必须对样品进行退磁，以消除磁化历史对测量的影响。退磁方法分热退磁和交流退磁两种。热退磁是将样品加热到材料的居里点以上，然后在无外场的条件下缓慢冷却至室温。这种方法的优点是退磁完全，能消除应力的影响，但操作麻烦，而且可能导致样品晶体结构变化。因此在实际测量中，经常采用交流退磁方法。所谓交流退磁，就是在样品上加一低频交流磁场，使其幅度由某一最大值逐渐减小至零，如图 2-3-2 所示。退磁效果与交流振幅、频率、振幅减小的速度和方式有密切关系。一般来讲，退磁磁场的最

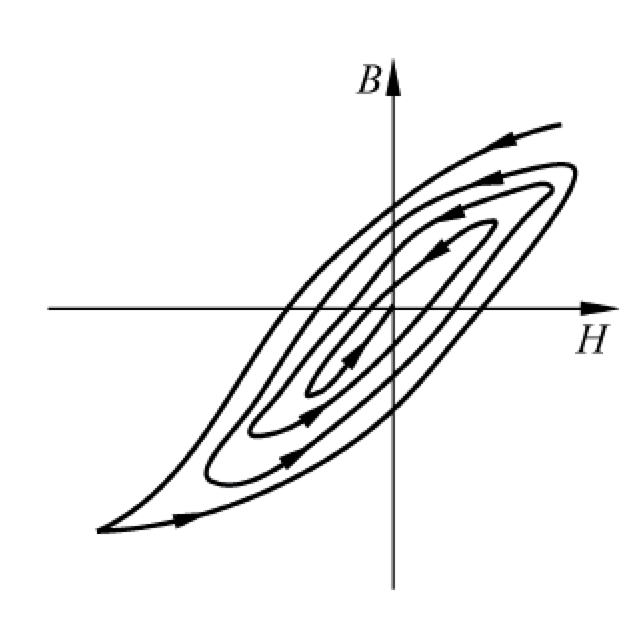


图 2-3-2　退磁示意图

大振幅要达到饱和磁化磁场值,频率越低越好,振幅降低的速度越慢越好,振幅以磁感应均匀降低的方式为好。

铁磁材料具有磁后效现象,主要表现为磁导率的减落(磁性体经过磁中性化后,放置在无机械和无热干扰的环境中,起始磁导率随时间而下降的现象,称为减落),样品退磁后要经过一段时间其性能才能稳定下来。对于铁镍合金,退磁后经 15～30min 性能可趋于稳定,而硅钢片和铁氧体则需要更长一些时间。

综上所述,将 U_H 和 U_B 分别加到示波器的“X 输入”和“Y 输入”,便可观察样品的 B-H 曲线;如将 U_H 和 U_B 加到测试仪的信号输入端,可测定样品的饱和磁感应强度 B_s、剩磁 B_r、矫顽力 H_c、磁滞损耗以及磁导率 μ 等参数。

5. 实验步骤

(1) 电路连接:选择样品,按图 2-3-1 连接线路,并令 $R_1=2.5\Omega$。U_H 和 U_B 分别接示波器的“X 输入”和“Y 输入”,插孔⊥为公共端。

(2) 样品退磁:开启电源,对试样进行退磁,令 U 从 0 增至可使样品饱和磁化的最大值,然后将 U 从最大值降为 0,其目的是消除剩磁,确保样品处于磁中性状态,即 $B=H=0$。

(3) 观察磁滞回线:信号源输出一交流信号,用示波器观察李萨如波形。

(4) 观察基本磁化曲线,按步骤(2)对样品进行退磁,从 $U=0$ 开始,逐档提高励磁电压,在显示屏上得到面积由小到大、一个套一个的一簇磁滞回线。这些磁滞回线顶点的连线就是样品的基本磁化曲线。

(5) 观察、比较不同样品的磁化性能。

(6) 测绘 μ-H 曲线:开启电源,对样品进行退磁后,依次测定不同 U 时的 H_m 和 B_m 值,作 μ-H 曲线。

(7) 取步骤(6)中的 H 和其相应的 B 值,用坐标纸绘制 B-H 曲线(如何取数?取多少组数据?自行考虑),并估算曲线所围面积。

实验 4

功率表法磁损耗测量

1. 实验目的

(1) 了解变压器铁心损耗的原因及其影响因素。

(2) 深入认识电磁损耗与磁性材料磁化参数之间的关系。

(3) 掌握电磁损耗的测量方法。

2. 实验内容与要求

(1) 测量与分析电工硅钢片和电工纯铁的磁导率。

(2) 测量电工硅钢片和电工纯铁的电磁损耗,包括不同频率下的损耗。

3. 实验仪器

变频电源、调压器、样品变压器、交流电流表、万用表、功率表和示波器。

4. 实验原理

变压器铁心损耗包括两部分:磁滞损耗 P_H 和涡流损耗 P_e,即 $P_{Fe}=P_H+P_e$。只要变压器带电,P_{Fe}即存在。

1) 磁滞损耗

交流电在变压器的铁心中产生交变磁场,该磁场对铁心反复磁化,产生磁滞现象,交流电变化一个周期,对应磁滞回线绕行一周。当通过导体的磁场随时间变化时,线圈绕组感应的电动势阻碍线圈电流的变化,电源要消耗额外功率。

(1) 磁滞回线绕行一周电源消耗能量为

$$P = \mathrm{d}W/\mathrm{d}t = I(N\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t) = INS\mathrm{d}B/\mathrm{d}t = lN\tau/L\mathrm{d}B/\mathrm{d}t = \tau H\mathrm{d}B/\mathrm{d}t \quad (2\text{-}4\text{-}1)$$

式中,I 为电流;N 为线圈匝数;P 为功率;W 为能量;B 为磁感应强度;H 为磁场强度;S 为线圈环面积;L 为磁心周长,τ 为磁心体积,$\tau=SL$。$0\sim T/4$ 周期内,电流为正增加,磁场增加,电源提供的能量 $W_1=\tau\int_g^b H\mathrm{d}B$($g$ 和 b 为 $0\sim T/4$ 周期磁滞回线上的任意两点)。$T/4\sim T/2$ 周期内,电流为正减少,磁场减小,送回电源的能量 $W_2=\tau\int_b^c H\mathrm{d}B$($b$ 和 c 为 $T/4\sim T/2$ 磁滞回线上的任意两点)。

磁滞回线绕行一周电源提供的能量 $W=\tau\oint H\mathrm{d}B$。积分沿磁滞回线取值。磁滞回线的面积就是每立方米磁心在每个磁滞回线内消耗的能量。

（2）交变场消耗的功率为

$$P_H = f\tau \oint H \mathrm{d}B \tag{2-4-2}$$

磁滞损耗的功率与 f 成正比，与磁滞回线的面积成正比。选择磁滞回线窄的软磁材料（硅钢片）可减小损耗。

工频附近时 B 大于 1T，磁滞损耗功率可用经验公式计算：

$$P_H = \alpha f B_m^2 G \tag{2-4-3}$$

式中，G 为铁磁质量；α 随铁磁材料不同而异。

2）涡流损耗

变压器的铁心是由彼此绝缘的薄钢片组成。当通过导体的磁场随时间变化时，导体中产生感生电流，称为涡流，它将引起能量损耗。

钢片的电导率及铁心厚度越大，损耗越大。因此，变压器铁心由彼此绝缘的硅钢片组成，钢片间的绝缘从电的角度看，相当于使整块铁心变薄，材料中的硅减小了材料的电导率。因此，变压器的损耗不仅与变压器的设计有关，也与变压器所用材料密切相关，过去用热轧硅钢片铁损大，后来改进为冷轧则铁损减小，非晶合金的出现，使配电压变压器空载损耗可减小为到冷轧的 1/6。

工频附近时，涡流损耗功率的经验计算公式为

$$P_e = \sigma f^2 B_m^2 G \tag{2-4-4}$$

式中，σ 随铁磁材料不同而异；G 为铁磁材料质量。

因此，总的铁损可用如下公式计算：

$$P_{Fe} = P_H + P_e = \alpha f B_m^2 G + \sigma f^2 B_m^2 G \tag{2-4-5}$$

铁心损耗测量线路图如图 2-4-1 所示。

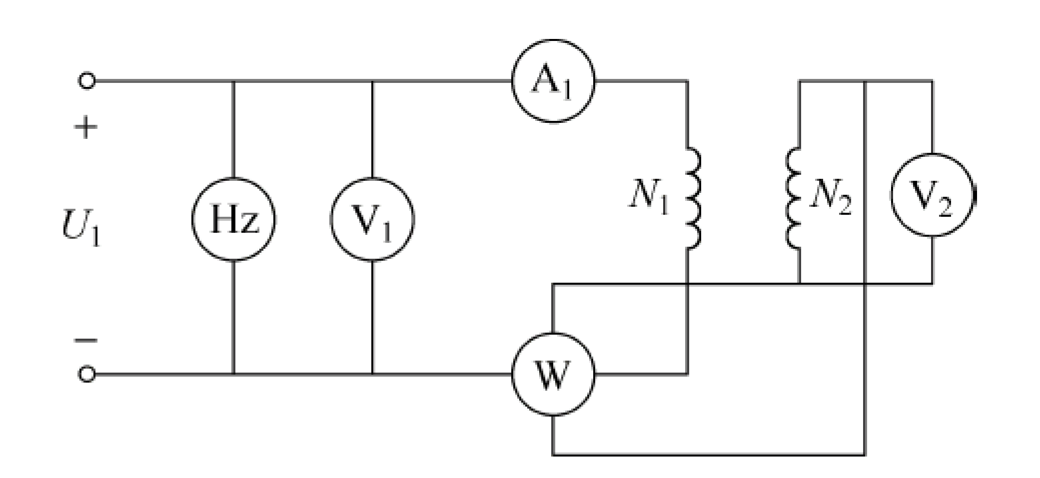


图 2-4-1　瓦特表法磁损测量原理线路

Hz 为频率表，V_1 为测激磁电压用的电压表，V_2 用来测量线圈中感应电压，A_1 为测激磁电流用的有效值电流表，W 为测量定子铁损用的功率表。N_1、N_2 分别为初、次级线圈匝数。变压器的初级线圈 N_1 与功率表 W 的电流线圈串联。电流表 A_1 监视初级回路电流的大小。次级线圈 N_2 接到功率表 W 的电压线圈上，交流电压通过自耦变压器输入，电压的频率由频率计测出。

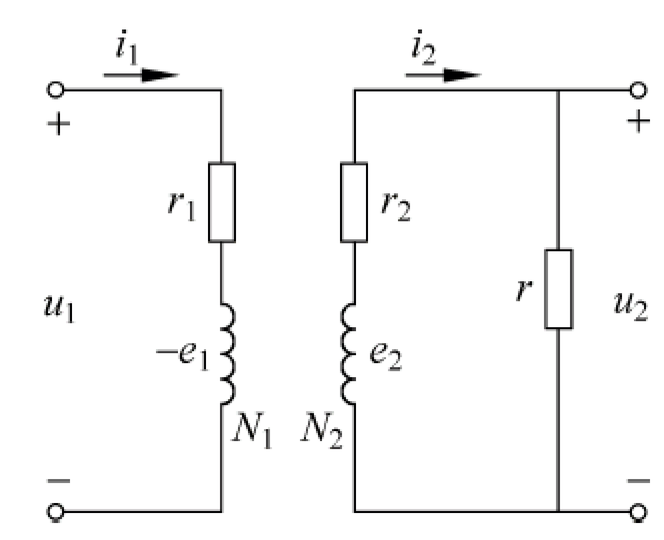


图 2-4-2　功率表法磁损测量等效电路

功率表法磁损测量等效电路如图 2-4-2 所示。

输入电压

$$u_1 = -e_1 + i_1 r_1$$

将 u_1 乘以 i_1 得输入功率

$$u_1 i_1 = -e_1 i_1 + i_1^2 r_1$$

式中，$i_1^2 r_1$ 为初级线圈的铜损；$-e_1 i_1$ 则传递到次级。初级和次级感应电动势有如下关系：

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

而次级的感应电动势又可表示为

$$e_2 = u_2 + i_2 r_2$$

令 $i_0 = i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2$，则

$$-e_1 i_1 = -e_1 i_0 + \frac{N_2}{N_1} e_1 i_2 = -e_1 i_0 + u_2 i_2 + i_2^2 r_2$$

式中，右边第二项和第三项分别为次级负载消耗的功率和导线铜损，第一项就是总损耗的瞬时值，将此瞬时值在一个周期内积分求平均，可以得到反复磁化的总损耗为

$$P = \left(I_1 U_1 \cos\phi \times \frac{N_1}{N_2} - \frac{U_2^2}{r} \right) \left(1 + \frac{r_2}{r} \right) \tag{2-4-6}$$

式中，$I_1 U_1 \cos\phi = P_W$ 正是功率表的读数，由于 $r \gg r_2$，故

$$P = \frac{N_1}{N_2} P_W - \frac{U_2^2}{r} \tag{2-4-7}$$

在不同的 B_m 下，P 有不同的数值。

在测试中，改变频率 f 时应保持磁通密度峰值 B_m 不变。变压器空载时，有

$$U_1 \approx 4.44 N_1 f \Phi_m = 4.44 N_1 f B_m S \tag{2-4-8}$$

式中，N_1 为原边匝数；f 为交流频率；Φ_m 为磁通峰值；S 为铁心截面积。由公式 $B_m = \frac{U_1}{4.44 N_1 f S}$，其中 N_1、S 保持不变，故要保持 B_m 不变，则需要保持 $\frac{U_1}{S}$ 的值不变。每调整一次 f，须对应地调整变频电源的输出电压，使其与 f 值相适应。

5. 实验步骤

(1) 利用实验 2 中的原理分别测量电工硅钢片和电工纯铁的磁导率 μ。

(2) 按照图 2-4-1 所示电路图连接电路，注意功率表的连接方法。将电路连接好以后，仔细检查一遍电路连接，直至无误。

(3) 开启电源，调整电压、电流、频率到合适的值。

(4) 电路稳定工作后，分别测量记录 u_1、u_2、i_1、P_W 及 f。

(5) 分别测量不同频率下不同材料的电磁损耗，并进行记录。

实验 5

交流桥测量居里温度

1. 实验目的

(1) 初步了解铁磁物质由铁磁性转变为顺磁性的微观原理。

(2) 掌握交流电桥的原理。

(3) 掌握用交流电桥测量居里温度的原理与方法。

2. 实验内容与要求

(1) 分别测量两种以上铁磁体的居里温度。

(2) 分析温度对铁磁材料的影响。

3. 实验仪器

数字万用表、温度计、加热装置、功率函数发生器、双踪示波器和被测样品。

4. 实验原理

1) 基本理论

在理论部分已经介绍过，物质的磁性可分为抗磁性、顺磁性和铁磁性三种。具有铁磁性的物质称为铁磁体。Fc、M、Co、Gd、Dy 五种元素以及它们和其他元素的多种合金就是铁磁体。在铁磁体中，相邻原子间存在着非常强的交换耦合作用，这个相互作用促使相邻原子的磁矩平行排列起来，形成一个自发磁化达到饱和状态的区域，自发磁化只发生在微小区域内，这些区域称为磁畴。在没有外磁场作用时，在多个磁畴中，原子的分子磁矩均取向同一个方向，但对不同的磁畴，其分子磁矩的取向各不相同。磁畴的这种排列方式，使磁体能处于能量最小的稳定状态。因此，对整个磁体来说，任何宏观区域的平均磁矩为零，物体不显示磁性。

在外磁场作用下，磁矩与外磁场同方向排列时的磁能将低于磁矩与外磁场反向排列时的磁能。结果是自发磁化磁矩与磁场成小角度的磁畴处于有利地位，磁畴体积逐渐扩大；而自发磁化磁矩与外磁场成较大角度的磁畴体积逐渐缩小。随着外磁场的不断增强，取向与外磁场成较大角度的磁畴全部消失，留存的磁畴将向外磁场方向旋转，此后再继续增加磁场，使所有的磁畴沿外磁场方向整齐排列，这时磁化达到饱和。铁磁性物质的磁化与温度有关，存在一个临界温度 T_f，称作居里温度(也称居里点)。当温度增加时，由于热扰动影响磁畴内磁矩基本的平行排列，此时物质仍具有铁磁性，仅其自发磁化强度随温度升高而降低。如果温度继续升高到居里点时，物质的磁性发生突变，磁化强度 M(实为自发磁化强度)将

剧烈下降，因为这时分子的热运动足以使相邻原子（或分子）之间的交换耦合作用突然消失，从而使磁畴消失，铁磁性转变为顺磁性。铁畴的出现或消失，伴随着晶格结构的改变，所以是一个相变过程。居里点和熔点一样，因物质的不同而不同。

2）测量电路图

测量电路如图 2-5-1 所示，其主要组成部分是一个交流电桥。其中 L_1、L_2 是空心电感。首先选择合适的电子元器件参数，使得交流电桥平衡。随后在常温下，在一个电感线圈中放入待测铁氧体，铁氧体的导磁特性使得电桥不再处于平衡状态。最后，逐渐加热铁氧体，使其温度高于铁氧体的居里温度，铁氧体失去导磁特性，电桥重新恢复平衡。

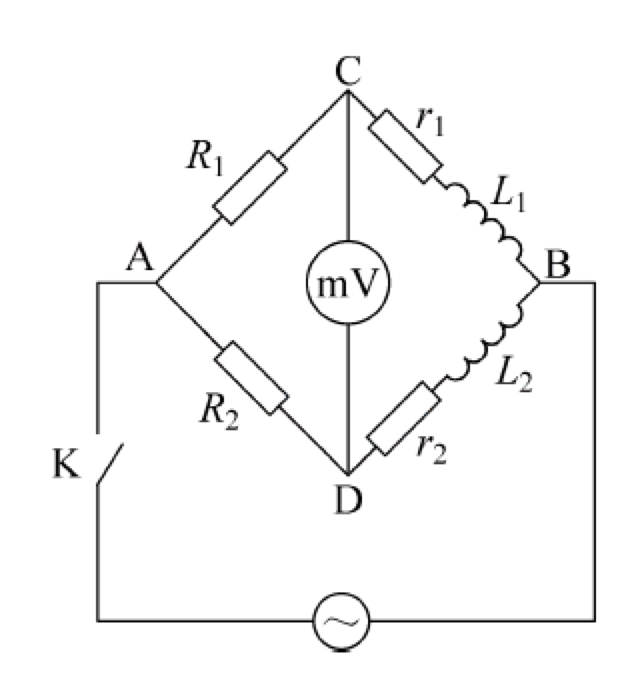


图 2-5-1　交流电桥测量居里温度电路图

5. 实验步骤

（1）按照图 2-5-1 所示连接电路。

（2）选择合适的电子元件相匹配，使放入铁氧体前交流电桥平衡。

（3）在一个电感线圈中放入铁氧体，其电感值发生了变化，交流电桥不再平衡。

（4）逐渐加热铁氧体，观察交流电桥变化，当加热到某个温度值时，C、D 两点间的电位差发生突变并趋于 0，电桥又趋于平衡，这个突变点的温度就是居里温度，记录该温度值。

实验 6

电磁屏蔽测试

1. 实验目的

(1) 深入认识电磁屏蔽原理。

(2) 掌握不同结构屏蔽体和材料的屏蔽性能。

2. 实验内容与要求

设计与测试不同形状的电磁材料对直流、不同频率交流稳态和瞬态磁场的屏蔽性能。分别测量金属平板、屏蔽薄膜、金属丝网、导电纤维、导电颗粒、导电涂料、屏蔽复合板对直流、不同频率交流稳态和瞬态磁场的屏蔽效能 *SE*。

3. 实验仪器

ZN1180 点频功率信号发生器、射频放大器、电磁铁、直流电源、发射天线、电磁场接收天线、衰减器和测量接收机。

4. 实验原理

电磁屏蔽是指用金属屏蔽材料将电磁干扰源或被保护对象封闭起来，从而切断或阻碍电磁场的传播的一种技术手段。常用屏蔽效能(*SE*)来定量描述屏蔽的效果。屏蔽效能的定义是在电磁场中同一地点无屏蔽时的电磁场强度与加屏蔽体后的电磁场强度之比，常用分贝数(dB)表示。

1) 屏蔽方式

针对不同的应用场合和应用对象，电磁屏蔽又分为电场屏蔽、磁场屏蔽和电磁场屏蔽等不同的屏蔽方式。具体介绍如下。

(1) 静电屏蔽

用完整的金属屏蔽体将带正电的导体包围起来，在屏蔽体的内侧将感应出与带电导体等量的负电荷，外侧出现与带电导体等量的正电荷，如果将金属屏蔽体接地，则外侧的正电荷将流入大地，外侧将不会有电场存在，即带正电导体的电场被屏蔽在金属屏蔽体内。

(2) 交变电场屏蔽

为降低交变电场对敏感电路的耦合干扰电压，可以在干扰源和敏感电路之间设置导电性好的金属屏蔽体，并将金属屏蔽体接地。交变电场对敏感电路的耦合干扰电压大小取决于交变电场电压、耦合电容和金属屏蔽体接地电阻。只要设法使金属屏蔽体良好接地，就能使交变电场对敏感电路的耦合干扰电压变得很小。电场屏蔽以反射为主，因此屏蔽体的厚度不必过大，而将结构强度作为主要考虑因素。

(3) 静磁屏蔽

静磁屏蔽是利用高磁导率的铁磁材料做成屏蔽罩以屏蔽外磁场,它与静电屏蔽的原理类似而又有不同。静磁屏蔽的原理可以用磁路的概念来说明。因为铁磁材料的磁导率比空气的磁导率要大几千倍,所以铁磁材料的磁阻比空气小很多,外磁场的磁感应线的绝大部分将沿着铁磁材料壁内通过,而进入屏蔽罩内空腔的磁通量极少。这样,被铁磁材料屏蔽的空腔就基本上没有外磁场,从而达到静磁屏蔽的目的。材料的磁导率越高,筒壁越厚,屏蔽效果就越显著。由于常用磁导率高的铁磁材料如软铁、硅钢、坡莫合金作屏蔽层,故静磁屏蔽又叫铁磁屏蔽。

(4) 交变磁场屏蔽

交变磁场屏蔽有高频和低频之分。低频磁场屏蔽是利用高磁导率的材料构成低磁阻通路,使大部分磁场被集中在屏蔽体内。屏蔽体的磁导率越高、厚度越大,磁阻越小,磁场屏蔽的效果越好。当然要与设备的质量相协调。高频磁场的屏蔽是利用高电导率的材料产生的涡流的反向磁场来抵消干扰磁场而实现的。

(5) 交变电磁场屏蔽

一般采用电导率高的材料作为屏蔽体,并将屏蔽体接地。它利用屏蔽体在高频磁场的作用下产生反方向的涡流磁场与原磁场抵消而削弱高频磁场的干扰,又因屏蔽体接地而实现电场屏蔽。屏蔽体的厚度不必过大,而以趋肤深度和结构强度作为主要考虑因素。

针对不同的应用需求和经济实用性,有多种不同的屏蔽材料可以选择。

2) 屏蔽材料

(1) 金属平板

电子设备采用金属平板作为机箱,既坚固耐用,又具有电磁屏蔽作用。其电磁屏蔽效能与金属平板材料性质、电磁场源性质、电磁场源与金属平板的距离、屏蔽体接地状况等参数有关。各种金属屏蔽材料的性能见表 2-6-1。

表 2-6-1　各种金属屏蔽材料的性能

金属屏蔽材料	相对于铜的电导率 ($\sigma_{Cu}=5.8\times10^7\,\Omega/m$)	$f=150$kHz 时的相对磁导率	$f=150$kHz 时的吸收损耗/(dB/m)
银	1.05	1	52
铜	1.00	1	51
金	0.70	1	42
铝	0.61	1	40
锌	0.29	1	28
黄铜	0.26	1	26
镉	0.23	1	24
镍	0.20	1	23
磷青铜	0.18	1	122
铁	0.17	1000	650
钢#45	0.10	1000	500
坡莫合金	0.03	80000	2500
不锈钢	0.02	1000	220

(2) 屏蔽薄膜

当今许多电子设备采用工程塑料作为机箱，由于工程塑料的加工工艺性能好，使机箱不仅造型美观，而且成本低、质量轻，但其无电磁防护性能。屏蔽薄膜是采用喷涂、真空沉积、电镀和粘贴等工艺技术，在工程塑料和有机介质的表面覆盖一层导电膜，从而起到平板屏蔽的作用。一般导电膜的厚度小于电磁波在其内部传播波长的1/4。

几种喷涂工艺达到的屏蔽效能见表2-6-2。

表2-6-2　几种喷涂工艺达到的屏蔽效能

喷涂工艺	厚度/μm	电阻/(Ω/mm²)	屏蔽效能/dB
锌热喷涂	25	4.0	50～60
镍基涂层	50	0.5～0.2	30～75
银基涂层	25	0.05～0.1	60～70
铜基涂层	25	0.5	60～70
石墨基涂层	25	7.5～20	20～40
电镀	0.75	0.1	85
化学镀	1.25	0.03	60～70
真空沉积	1.25	5～10	50～70
电离镀	1.0	0.01	50

不同厚度的铜薄膜的屏蔽效能见表2-6-3。

表2-6-3　铜薄膜的屏蔽效能

厚度/μm	频率/Hz	A	R	B	屏蔽效能/dB
0.105	1M	0.14	109	−47	62
0.105	1G	0.44	79	−17	62
1.25	1M	0.16	109	−26	83
1.25	1G	5.20	79	−0.6	84
2.196	1M	0.29	109	0.6	110
2.196	1G	9.20	79	0.6	90
21.96	1M	2.90	109	−3.5	108
21.96	1G	92	79	0	171

表头或显示器的屏蔽，可通过在表头或显示器的正面设置透光导电材料来实现。透光导电材料是在有机介质或玻璃的表面覆盖的一层导电膜，使表面既透光，又具有一定的屏蔽效能。不同透光率的导电玻璃的屏蔽效能见表2-6-4。

表2-6-4　不同透光率导电玻璃的屏蔽效能　dB

透光率/% \ 频率/MHz	1	10	100	1000
60	94	72	46	21
65	90	68	42	16
71	84	62	36	11
75	78	56	30	6
80	74	52	28	4

(3) 金属丝网

当有通风、透光、加水、测量等需要时，要在设备外壳上开孔，为提高设备的电磁屏蔽效果，应采用金属丝网的孔眼屏蔽。或将金属丝网用于电子设备壳体的接缝处，提供有效的电磁屏蔽。孔眼的屏蔽效能 SE(dB)与电磁波的频率、孔眼的尺寸和数量等参数有关。

为提高孔眼的屏蔽效能可采取以下措施：

① 在大口径孔眼上覆盖金属丝网，要使丝网与屏蔽体接触良好；

② 将大孔改为小孔；

③ 采用波导衰减器式通风口；

④ 在透光和测量孔上覆盖金属丝网的屏蔽玻璃；

⑤ 在需要水、气密封的孔上垫含有橡胶等材料的金属丝网。

下面介绍几种常用的金属丝网屏蔽材料。

① 全金属丝网衬垫

全金属丝网衬垫是一种弹性的、导电的编织型金属衬垫丝网条，用于电子设备壳体的接缝处，能提供有效的电磁屏蔽。应用时，铸造或机加工的壳体选用矩形截面的全金属丝网衬垫，钣金壳体选用圆形截面的全金属丝网衬垫，压缩量为原高度的 25%左右。全金属丝网衬垫的屏蔽效能见表 2-6-5。

表 2-6-5　全金属丝网衬垫的屏蔽效能　dB

材　料	磁场(100kHz)	电场(10MHz)	平面波	
			1GHz	10GHz
镀银黄铜	80	135	105	95
镀锡包铜钢	80	130	105	95
镀锡磷青铜	80	130	110	100
铝	60	130	90	80
镍铜合金	60	130	90	80

② 环境密封金属丝网衬垫

环境密封金属丝网衬垫是由编织金属丝网和橡胶结合而成，环境密封金属丝网衬垫除能提供有效的电磁屏蔽外，还可以提供有效的环境密封。可将其用于电子设备壳体的固定接缝处或者活动接缝处，例如门缝等。其压缩量一般为原高度的 25%左右。其中带橡胶芯金属丝网衬垫的屏蔽效能见表 2-6-6。

表 2-6-6　带橡胶芯金属丝网衬垫的屏蔽效能　dB

材　料	磁场(100kHz)	电场(10MHz)	平面波	
			1GHz	10GHz
镀锡包铜钢	80	130	105	95
镀锡磷青铜	80	130	110	95
镍铜合金	60	125	90	80

③ 金属丝网屏蔽玻璃

金属丝网屏蔽玻璃是将金属丝网压在两层玻璃之间而形成的屏蔽材料，不仅能提供有

效的电磁屏蔽,还可以提供有效的透光。可用于电子设备的观察窗口,例如表头、数字或图像显示器等。金属丝网屏蔽玻璃的屏蔽效能见表2-6-7。

表2-6-7 金属丝网屏蔽玻璃的屏蔽效能 dB

材　　料	磁场(100kHz)	电场(10MHz)	平面波	
			1GHz	10GHz
黑化铜丝网,开孔60%	55	120	60	40
黑化铜丝网,开孔45%	55	120	80	50

④ 铝制蜂窝通风板

铝制蜂窝通风板由铝框中的铝制蜂窝构成。波导型的蜂窝不仅具有电磁屏蔽效能,而且具有高的空气流通性。可用于电子设备的通风窗口。铝制蜂窝通风板的屏蔽效能见表2-6-8。

表2-6-8 铝制蜂窝通风板的屏蔽效能 dB

材　　料	磁场(100kHz)	电场(10MHz)	平面波	
			1GHz	10GHz
单层镀铬酸盐	40	80	60	40
单层镀镉	75	125	105	85
单层镀锡	70	125	105	85
单层镀镍	80	135	115	95
多层镀铬酸盐	65	110	95	85

(4) 导电纤维

导电纤维分为以下5种。

① 在化纤织物上镀铜或镍后制成导电布,可对高频和微波具有灵活的屏蔽性能。

② 将导电布和树脂复合制成吸收导电布,由于选用能吸收电磁波的树脂,因此屏蔽性能更好。

③ 用导电良好的金属或炭黑纤维和化纤混合制成导电布。

以上3种导电织物可以用作防静电和防电磁辐射的工作服,作屏蔽窗帘、帐篷、保护罩,其屏蔽效能一般在50～60dB。

④ 用导电纤维和木浆混合制成导电纸,可以用作敏感集成电路的屏蔽包装,其屏蔽效能一般在30～40dB。

⑤ 由许多独立的金属丝合成到硅橡胶中制成的定向金属丝填充硅橡胶,能提供有效的电磁屏蔽和环境密封,常用于非固定缝隙,例如法兰的连接,其屏蔽效能见表2-6-9。

表2-6-9 定向金属丝填充硅橡胶的屏蔽效能 dB

材　　料	磁场(100kHz)	电场(10MHz)	平面波	
			1GHz	10GHz
镀锡磷青铜	75	130	110	100
镍铜合金	80	130	115	100

(5) 导电颗粒

导电颗粒屏蔽材料是将镀银的玻璃粒子、纯银粒子、炭黑粒子、铜镀银粒子、镍镀银粒子、铝镀银粒子、石墨镀镍粒子分别掺在硅或氟硅橡胶中，可以挤出各种形状，用于电磁和水汽密封。它们的屏蔽效能见表 2-6-10。

表 2-6-10　导电颗粒屏蔽材料的屏蔽效能　dB

材　　料	磁场(100kHz)	电场(10MHz)	平面波	
			1GHz	10GHz
玻璃镀银导电橡胶 811	65	130	100	90
纯银导电橡胶 856,857	70	130	100	90
炭黑导电橡胶 860	93	77	68	88
铜镀银导电橡胶 871	75	120	115	110
镍镀银导电橡胶 891	75	120	110	100
铝镀银导电橡胶 895	75	120	110	100
石墨镀镍导电橡胶 750	100	100	100	85

(6) 导电胶

导电胶是在硅、环氧树脂胶中掺入纯金属粒子，例如银、镍、铜镀银、铝镀银等，应用在各种屏蔽材料之间，起到粘结、屏蔽和密封的作用。

(7) 导电涂料

导电涂料是在聚丙烯和聚氨酯中掺入纯银粒子，可用于塑料机壳屏蔽和需要柔性屏蔽的设备上。

(8) 导电箔带

导电箔带是由单面背敷导电聚丙烯胶的铜带或铝带组成，可用于电子设备接缝的屏蔽密封、缠绕电缆屏蔽等。其屏蔽效能一般在 55～60dB。

(9) 铍铜簧片

铍铜簧片是具有弹性的屏蔽材料，可用于电子设备活动接缝的屏蔽，例如门、窗等。其屏蔽效能见表 2-6-11。

表 2-6-11　铍铜簧片的屏蔽效能　dB

材　　料	磁场(100kHz)	电场(10MHz)	平面波(1GHz)
标准簧片	110	100	90
软簧片	95	85	75

(10) 屏蔽复合板

屏蔽复合板是由金属箔、绝缘基片和压敏胶组成，可用于印刷电路、电子设备的屏蔽。其屏蔽效能一般在 40～45dB。

(11) 纯棉涤电磁材料

纯棉涤电磁材料是将铜原子均匀地分布于棉涤材料中，形成既透明又具有电磁屏蔽功能的材料，可用于视屏射线辐射保护、手机微波辐射防护等。其屏蔽效能大于 50dB。

5. 实验步骤

(1) 定位测量点，校准检测设备。

（2）测量无发射时的环境电磁场 E_1。

（3）测量无屏蔽时在测量点接收到发射机的电磁场 E_2。

（4）测量有屏蔽时在测量点接收到发射机的电磁场 E_3。

（5）计算屏蔽效能 SE，SE 的计算式为

$$SE = 20\log_{10}[(E_2 - E_1)/(E_3 - E_1)]$$

（6）改变发射频率、屏蔽体形状尺寸、屏蔽体材料，重复上述测量过程。

实验 7

永磁材料测量与失磁试验

1. 实验目的

(1) 测量永磁材料参数，主要是磁场分布与衰减特性；认识永磁体磁场衰减特性。

(2) 认识永磁体失磁现象。了解在温度和应力影响下永磁体的失磁现象。

2. 实验内容与要求

(1) 测量永磁体的剩磁、矫顽力、最大磁能积。

(2) 测量永磁体的磁场分布。

(3) 观察永磁体加热退磁的现象。

(4) 观察永磁体在应力作用下退磁的现象。

3. 实验仪器

强磁场磁导计、直流电源、冲击电流计、标准互感器、电流表、加热装置和温度计。

4. 实验原理

前面已经介绍过，磁性材料里面分成很多微小的区域，每一个微小区域就叫一个磁畴，每一个磁畴都有自己的磁矩(即一个微小的磁场)。一般情况下，各个磁畴的磁矩方向不同，磁场互相抵消，所以整个材料对外就不显磁性。当各个磁畴的方向趋于一致时，整块材料对外就显示出磁性。

所谓的磁化就是要让磁性材料中磁畴的磁矩方向变得一致。当对外不显磁性的铁磁材料被放进另一个强磁场中时，就会被磁化。

退磁曲线：永磁材料的退磁曲线定义为饱和磁滞回线的第二、四象限部分(如图 2-7-1 所示)。

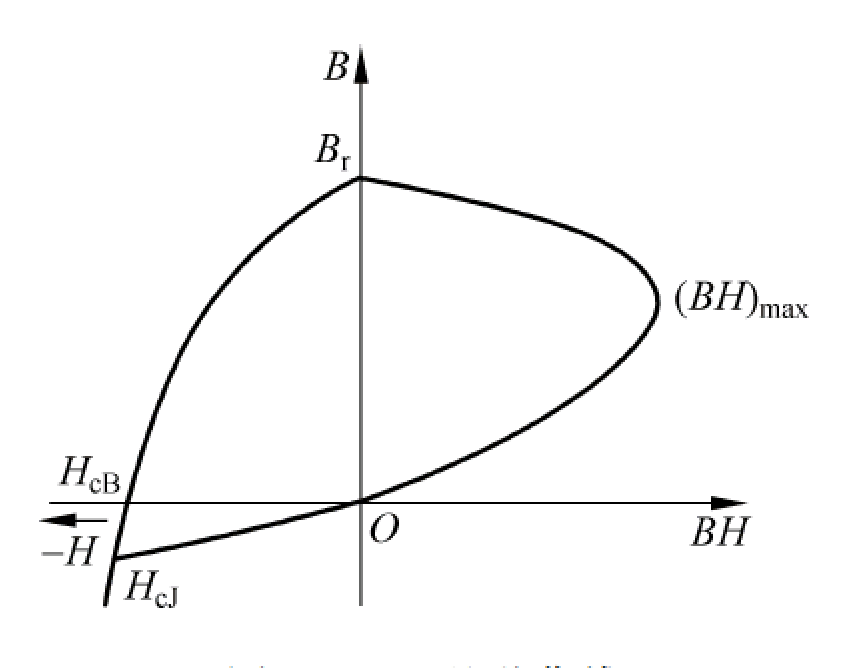


图 2-7-1 退磁曲线

剩磁：剩磁是指退磁曲线上磁场为零时的磁通密度值，符号记作 B_r，单位为特斯拉(T)。

矫顽力：矫顽力是指退磁曲线上磁通密度为零时的磁场强度值，符号记作 H_c，若为了和内禀矫顽力 H_{cJ} 区别也可以记作 H_{cB}(内禀矫顽力是指磁极化强度为零时的磁场强度值)。矫顽力的单位为千安/米(kA/m)。

最大磁能积：最大磁能积是指退磁曲线上磁场强度值与磁通密度值乘积的最大值，符号记作 $(BH)_{max}$，单位为千焦/立方米(kJ/m^3)。

对于永磁材料，希望 B_r、H_c、$(BH)_{max}$ 等值越大越好。

在闭磁路中测量永磁材料磁特性用冲击感应法，其基本原理框图如图 2-7-2 所示。图中，W 为磁导计的磁化绕组，通过换向开关 K_1、安培计 A_1、可变电阻 R_1 与电源 E 相连接；磁场强度测量线圈 N_H 和磁感应测量线圈 N_B 通过转换开关 K_3 与冲击电流计 G 相连接；标准互感 M 的次级与 N_B（或 N_H）和电流计 G 相串联；转换开关 K_2 使电源接入互感的初级绕组或磁化绕组 W；开关 K_4 与 K_1 同步，与安培表 A_2、电阻 R_2 连接用来测量退磁曲线。

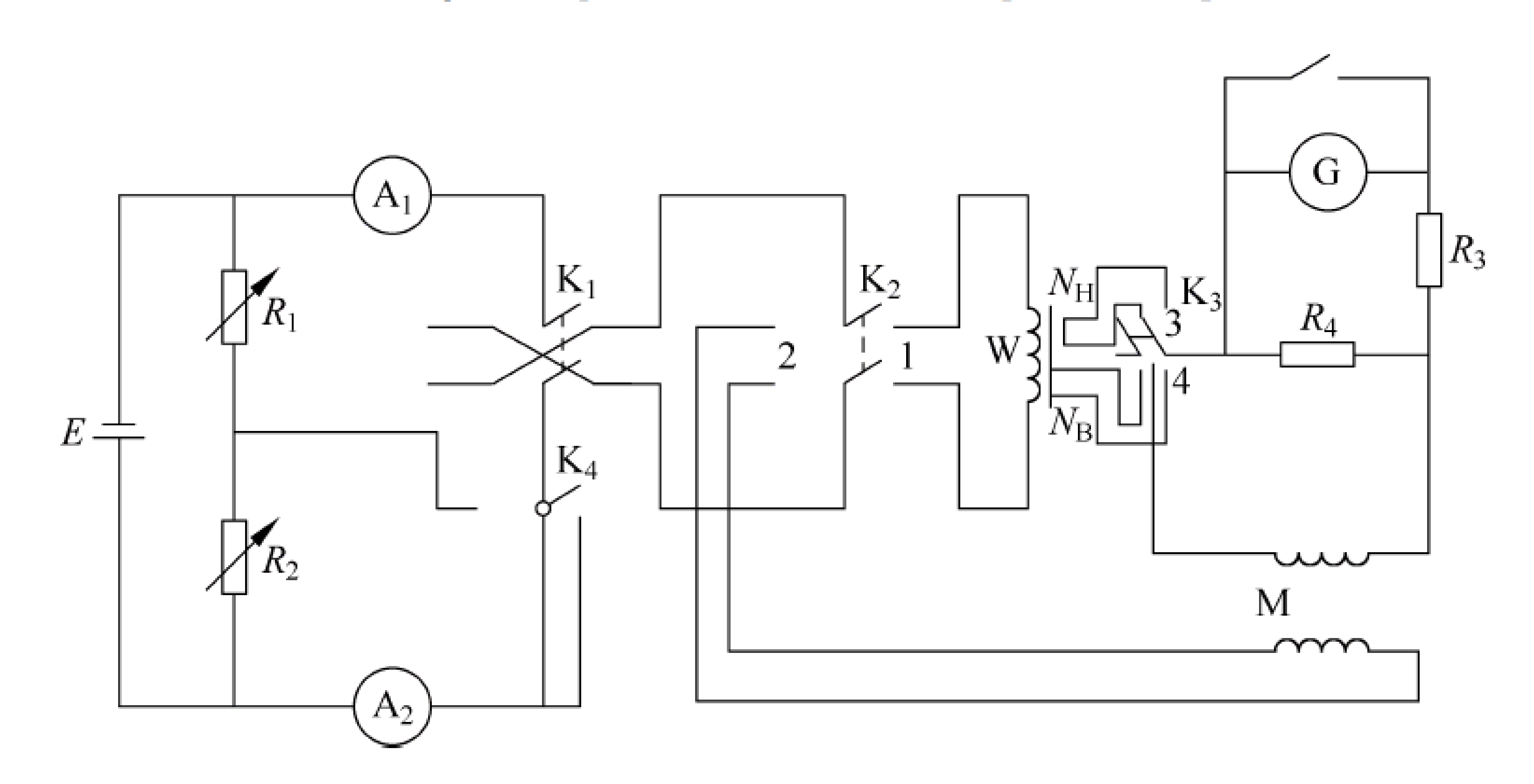


图 2-7-2 测量线路原理图

1）磁场强度测量

测量线圈的常数（面积与匝数之乘积）由线路灵敏度而定，一般大于 100cm^2，其测量准确度不低于 0.2%。线圈的尺寸沿磁场方向不超过样品长度的 50%，在垂直磁场的方向，线圈尺寸不超过样品宽度的 70%。测量线圈置于样品表面中间位置处，并对称于磁铁极面，其轴向与磁场方向一致，线圈引线应绞合。

用抛移法测量磁场时，磁场值由下式计算：

$$H = \frac{C_H \alpha}{(NA)_H \mu_0} \quad (\text{kA/m}) \tag{2-7-1}$$

式中，C_H 为冲击常数；α 为电流计偏转；$(NA)_H$ 为测量线圈常数；μ_0 为磁常数，其值为 $4\pi\times10^{-7}\text{H/m}$。

应用霍尔探头测量时，探头必须置于样品表面中间位置并与极面对称，其平面与磁场方向垂直，且距离样品 1cm 左右，测量磁场的误差不低于 1%。

2）磁通密度测量

磁通密度测量线圈紧绕于样品中部并与样品绝缘良好。测量线圈的线径不大于 0.1mm，线圈引线应绞合，线圈匝数根据线路的灵敏度而定。

磁通密度的变化量由下式计算：

$$\Delta B = \frac{C_B \alpha}{N_B A_0} \tag{2-7-2}$$

式中，C_B 为冲击常数；α 为电流计偏转；N_B 为测量线圈的匝数；A_0 为样品截面积。

考虑到测量线圈中包括空气磁通，对这部分磁通密度变化量进行修正，修正后的磁通密度变化量由下式计算：

$$\Delta B = \frac{C_B \alpha}{N_B A_0} - \mu_0 \Delta H \frac{A - A_0}{A_0} \tag{2-7-3}$$

式中，ΔH 为因其磁通密度变化的磁场强度变化；A 为测量线圈的有效截面积。

3）退磁曲线测量

为了测量退磁曲线，必须先测量最大磁通密度 B_m，测量原理如图 2-7-3 所示，增加电流直到磁场为 H_m 为止，在此电流下换向不少于 5 次，对样品进行磁锻炼。

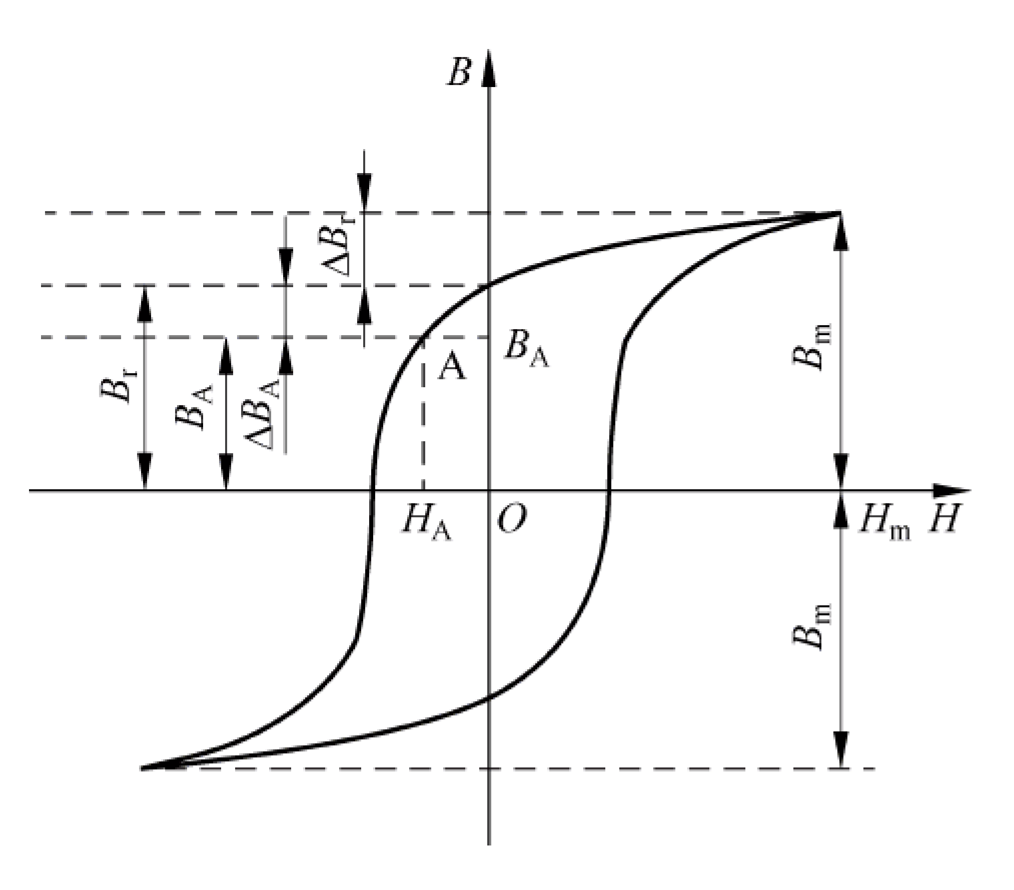


图 2-7-3　退磁曲线测量原理

在改变电流方向而不改变其大小时，磁通密度根据接入测量线圈 N_B 后的电流计偏转来确定，最大磁通密度按下式计算：

$$B_m = \frac{C_B \alpha_m}{2N_B A_0} \tag{2-7-4}$$

4）剩磁测量

测定剩磁 B_r 时，电流从最大跃变到零，此时对应的磁通密度变化量 ΔB_r 根据电流偏转 α_r 进行计算：

$$\Delta B_r = \frac{C_B \alpha_r}{N_B A_0} \tag{2-7-5}$$

而剩磁 B_r 按下式进行计算：

$$B_r = B_m - \Delta B_r = \frac{C_B}{N_B A_0}\left(\frac{\alpha_m}{2} - \alpha_r\right) \tag{2-7-6}$$

测量剩磁时，电流为零时的磁场值不应超过 0.2kA/m，若剩磁场太大，应将电流调到一个负值使磁场不超过 0.1kA/m，同时允许用极限磁滞回线上两点的线性内插确定剩磁。

5）退磁曲线上任一点 A 对应的磁通密度 B_A 的测量

试样在 H_m 下进行磁锻炼，并切断磁化电流，使磁通密度回到 B_r 点，然后施加一反向磁化电流，使磁场为 H_A，测量所对应的磁通密度变化量 ΔB_A，按下式计算 ΔB_A：

$$\Delta B_A = \frac{C_B \alpha_A}{N_B A_0} \tag{2-7-7}$$

此时 A 点所对应的磁通密度值 B_A 由下式计算：

$$B_A = B_r - \Delta B_A = \frac{C_B}{N_A A_0}\left(\frac{\alpha_m}{2} - \alpha_r - \alpha_A\right) \tag{2-7-8}$$

同理可以测量退磁曲线上任一点的磁通密度值。

测量退磁曲线上任一点的磁场强度，其数值根据接入磁场测量线圈的电流计偏转而定，计算公式如下：

$$H = \frac{C_H \alpha_H}{(NA)_H \mu_0} \tag{2-7-9}$$

6）矫顽力测定

调节电流使对应磁通密度的电流计偏转 $\alpha_B = \alpha_m/2$，此时所测的磁场值即为矫顽力 H_c。

一般磁性材料的退磁曲线在 H_c 附近很陡，要找到 $\alpha_m/2$ 偏转比较困难，为此矫顽力可以根据退磁曲线与 H 轴的截距来确定，测量时选取两点，使对应磁通密度的偏转 $\alpha_1 < \alpha_m/2$，$\alpha_2 > \alpha_m/2$，并且 α_1 与 α_2 的值越接近 $\alpha_m/2$ 越好。然后按式(2-7-1)和式(2-7-2)求出 H_1、H_2

和 B_1、B_2，代入下式可求出 H_c：

$$H_c = H_1 + \frac{B_1}{B_1 + B_2}(H_2 - H_1)$$

$$= \frac{C_H}{(NA)_H}\left[\alpha'_H + \frac{\frac{1}{2}\alpha_m - \alpha_r - \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1}(\alpha''_H - \alpha'_H)\right] \tag{2-7-10}$$

式中，α'_H 和 α''_H 分别为第一点和第二点对应磁场的电流计偏转；α_1 和 α_2 分别为第一点和第二点对应磁通密度的电流计偏转。

7）冲击常数校准

C_H 和 C_B 分别为测量磁场和测量磁通密度时的电流计常数，亦叫冲击常数。冲击常数校准以标准互感作为磁通量具对电流计进行分度。

校准时开关 K_2 置于位置 2，K_3 置于 3 和 4 的位置，互感线圈一次绕组中至少通入三个不同的电流，使电流计的偏转为标尺一半长度的 2/5、3/5 和 4/5，此时电流计的偏转应与测量时的偏转同向，在每一个电流下电流计的偏转不少于三次，然后取其算术平均值，按下式求得冲击常数值：

$$C = \frac{MI}{\alpha} \quad (\mathrm{Wb/mm}) \tag{2-7-11}$$

式中，M 为标准互感值；I 为通过互感初级的电流；α 为电流计偏转。

8）最大磁能积的测定

最大磁能积 $(BH)_{max}$ 是退磁曲线上相应每一点磁通密度与磁场强度乘积的最大值，测出退磁曲线后即可求出 $(BH)_{max}$。

剩磁 B_r、矫顽力 H_c、最大磁能积 $(BH)_{max}$ 测量值的相对误差计算公式如下：

$$E_{B_r} = \frac{B_r - B_{r0}}{B_{r0}} \times 100\%$$

$$E_{H_c} = \frac{H_c - H_{c0}}{H_{c0}} \times 100\%$$

$$E_{(BH)_{max}} = \frac{(BH)_{max} - (BH)_{max0}}{(BH)_{max0}} \times 100\%$$

式中，B_r 为剩磁的测量值；B_{r0} 为剩磁的标准值；H_c 为矫顽力的测量值；H_{c0} 为矫顽力的标准值；$(BH)_{max}$ 为最大磁能积的测量值；$(BH)_{max0}$ 为最大磁能积的标准值。

5. 实验步骤

（1）按照图 2-7-2 所示搭建测量线路。

（2）测量退磁曲线。

（3）测绘永磁体的磁场分布。

（4）观测加热失磁现象。

（5）观测应力作用下的失磁现象。

实验 8

电磁环境测量

1. 实验目的

(1) 测量工业和生活场所的低频和高频电磁环境,研究国内外电磁环境标准,并基于电磁环境标准分析所测电磁环境状态。

(2) 掌握电磁环境测量与分析方法,了解电磁环境标准。

2. 实验内容与要求

(1) 测量实验室空间环境里的工频电磁场、100kHz～30MHz 和 30MHz～1GHz 的射频磁场。

(2) 测量电磁炉附近的工频电磁场、100kHz～30MHz 和 30MHz～1GHz 的射频磁场。

(3) 测量台式计算机附近的工频电磁场、100kHz～30MHz 和 30MHz～1GHz 的射频磁场。

(4) 分析测量结果,根据相关标准评价电磁环境的质量。

3. 实验仪器

电磁场测量仪 PM8053A。

4. 实验原理

我国在电磁辐射方面先后颁发了 10 多项国标与法规,对电磁环境污染及防治规定了详细的标准限值。在《电磁辐射防护规定》(GB 8702—1988)中规定了环境电磁辐射对公众照射的限值。

电磁环境是给定区域内存在的全部电磁现象,大致可分为三类,即低频电磁现象、高频电磁现象、静电放电现象。低频和高频之间的分界线一般认为是 9kHz。若一种现象有小的过冲而进入另一频率范围内,则在确定其骚扰类型时,占主要成分的频率范围的分界线可能要稍作移动以保持该现象在所描述的范围之内。

1) 低频电磁现象

(1) 非线性负荷的谐波电流以谐波频率流过网络阻抗并引起相应的电压降落,从而形成谐波电压。工业负荷(诸如调速装置)、牵引整流器等组成的大型独立电源是电网中产生谐波的重要根源。

(2) 电压波动来自工业负荷,诸如电弧炉(高压网络)、电焊机(低压网络)、电容器组等大负荷操作,是正常运行范围内网络电压幅值连续或随机重复的相对快的波动(频率为 25

次/s～ 1 次/min)，它使灯光发生闪烁(主要是小功率的白炽灯)，从而引起生理上的不适。这些快速的波动与正常情况下慢速的变化不同，后者不属于电磁兼容问题。

(3) 电压暂降和短时中断可持续一个半周期到若干个周期，如果电压低于最低允许电压的时间大于 1min，则是电源中断而非低频电磁兼容问题。这些电压暂降和短时中断有各种各样的原因，比如：高压线路或其他设备在故障时的自动重合闸(100～600ms)；操作大负荷，特别是电动机和电容器组。

(4) 电力系统的频率变化一般小于 0.1Hz，但在网络受到骚扰时频率变化范围可达 3%。

(5) 附近的电缆中流过的低频电流可能在信号电缆和控制电缆中感应形成低频共模电压。耦合阻抗随着与邻近电缆的距离以及有效的平行长度而改变。

(6) 50Hz/60Hz 工频下的磁场是电力线路附近的空间磁场、变压器或其他电力系统设备的杂散场，也将遇到其他频率的场。磁场对信号和控制线路影响比较重要。

(7) 在高压架空电力线路下和变电站内存在较强的电场。

上述现象中前 5 种称为传导的低频现象，后 2 种称为辐射的低频现象。

2) 高频电磁现象

(1) 传导的连续波(continuous wave，CW)电压和电流属性参数为幅值、频率、调制与否和源阻抗。暴露在电磁场中的导体感应出的对地的电压，其幅值与导体的长度、在地面上方的高度、由杂散电容和经过其他设备形成的回路等因素有关。当长度大于 1/6 波长时，场强和感应电压之间的关系一般是线性的。当回路的尺寸接近 1/4 波长及其倍数时，会出现谐振效应。

(2) 瞬态的传导现象分单向和振荡两种。如振荡脉冲，频率范围从 1kHz(多为电容器操作)到若干兆赫(多为本地振荡和开断操作)，频率范围高端的峰值电压较高，低端的电压峰值较低；高能冲击(也称浪涌)一般是在雷击后，由供电网络或电缆传播的雷电波和熔断器动作后的操作波产生的。

(3) 辐射电磁波也能够耦合到各种电缆线路中，进而传播到系统中，或直接耦合到设备中，它们源于辐射骚扰，有时也作为传导骚扰出现。

(4) 辐射的脉冲骚扰是持续时间 200ms 的辐射骚扰，其极性不变，时间大于它们脉冲宽度的 10 倍，表现为非常复杂的波形。由于测量设备带宽的限制，有时只能得到部分的了解。

3) 静电放电

静电放电(electrostaticd，ESD)在一个带电的人或物体接近另一个人或物体时发生。ESD 现象包含 ESD 电流和它产生的场两方面。ESD 接收器受电场作用，当发生介质击穿时有一次性质复杂的瞬态放电，产生一个瞬态电磁场。ESD 现象强烈地依赖于环境的温度、湿度、周围电介质的性质等。

测量应选在辐射源正常工作的时间内进行。测量地点应比较平坦，且无多余物体。对不能移开的物体应记录其尺寸及其与线路的相对位置，并应补充测量离物体不同距离处的场强。测量人员的存在会使被测电磁环境发生畸变，称之为邻近效应，此邻近效应与探头的离地高度、测量人员的身高、测量人员与探头之间的距离等参数有关，因此应避免测量人员对测量结果的影响。每个测量点连续测量 6 次，每次测量时待读数稳定后再读取数据，取 6 次测量的平均值作为该点的场强值。对作业场所的电磁辐射测量根据其作业人员经常接触

到的场地可分成操作人员的操作位置、辐射源各辅助设施、辐射源附近的固定哨位和值班位等几个重要部分。考虑到电磁场对身体各个部分的影响，以及人体各个部分在场的作用下造成的危害有所不同，主要从身体主要器官组织所受危害来考虑确定垂直高度，即头、胸、腹的水平高度，一般按人体立位 1.7m、1.5m 和 1.3m 三个垂直高度进行测量，如是坐位则要相应改变每个部位的高度数值。对于测量操作人员的操作位置的场强，根据其所站立平面距离 1.7m、1.5m 和 1.3m 三个部位分别测量其电磁场的场强值。对辐射源各辅助设施(计算机房、供电室等)作业人员经常操作的位置，也分别测量距离地面 1.7m、1.5m 和 1.3m 三个部位的场强值。对辐射源附近的固定哨位、值班位测量时根据具体问题确定其测量高度等。

一般环境电磁辐射测量主要是针对公众电磁环境评估的，对一般环境电磁辐射测量的测量时间，根据测量目的在相应的电磁辐射高峰期确定测量时间；对于 24h 昼夜测量，昼夜测量的次数不小于 10 次，测量间隔不小于 1h。每次测量时间不应小于 15s，若测量读数起伏较大，则应适当延长测量时间至 6min。测量高度一般取离地面 1.5～2m 的高度，也可按人体立位 1.7m、1.5m 和 1.3m 三个垂直高度进行测量。国家环境保护行业标准《500kV 超高压送变电工程电磁辐射环境影响评价技术规范》(HJ/T 24—1998)中对高压输电线路的测量规定是：送电线路的测量是以档距中央导线悬垂最大处线路中心的地面投影点为测试原点，沿垂直于线路方向进行，测点间距为 5m，顺序至边相导线地面投影点外 50m 处止，分别测量离地 1.5m 处电场强度垂直分量、磁场强度垂直分量与水平分量；变电所的测量应选择在高压进线一侧，以围墙为起点，测点间距为 5m，依次测至 500m 处为止，分别测量离地 1.5m 处的电场强度和磁感应强度；无线电干扰电平的测量应分别在送电线路、变电所测试路径上以 $2n$ m 处测量，其中 $n=0,1,2,\cdots$。典型辐射体取其辐射频率为测量频率。

电磁场的分布与周围环境有很大的关系，影响电磁场测量的准确度主要有以下因素。

(1) 绝缘支撑物的泄漏。无论用手柄还是支架等绝缘物将场强仪引入被测电场，其泄漏引起的误差均很小，但在绝缘支撑物受污秽或受潮时，其对地泄漏会造成很大的误差。切忌测量时用导体作为支撑物来支撑探头。

(2) 湿度。比较大的湿度会在场强仪的传感电极间造成明显的泄漏电流，从而造成误差。因此，测量应在相对湿度不超过 80%时进行。若湿度大于 80%，则应加以说明，并对结果进行修正。其误差可在环境条件可控的实验室内用电流加以确定。

(以上两条，场强仪及其绝缘支撑物应保持干燥、清洁状态。)

(3) 温度。当温度从 0℃增高到 40℃时，采用指针式仪表头的场强仪的误差会高达 8%左右。若测量时的温度与校验时明显不同，应加以说明，必要时应将场强仪测量值校正至相应温度下的数值。与湿度的影响一样，温度引起的误差也可在环境条件可控的实验室内用电流加以确定。

(4) 读数误差。用独立式场强仪进行测量时，为避免邻近效应，应在远离探头处读数，这时若用指针式仪表指示装置，其读数的误差会较大。

(5) 仪表的倾斜。用指针式仪表头的场强仪，会因场强仪安放时的倾斜而带来误差，故测量时应注意场强仪的方向，并将场强仪放平稳。

测量时有以下两个注意事项。

(1) 测量中仪器要保持稳定。

(2) 为避免人体对工频电磁场的干扰，测量人员应在距探头 10m 处读取数据，测量射

频场时人应在距探头 3m 之外读取数据。

5. 实验步骤

(1) 测量手机在待机和通话中的电磁场辐射,测量点选在手机的正上方,待机状态时的辐射值可多次测量取平均值,通话时的辐射情况应测量通话不同阶段的辐射值。注意:应尽量避免环境的背景噪声对测量的影响。

(2) 测量电磁炉的空间辐射分布情况,并绘制平面辐射分布图。

(3) 测量台式计算机附近电磁辐射情况。

实验 9

输电线路电磁干扰测试

1. 实验目的

(1) 了解高压输电线路的无线电干扰。

(2) 掌握测量方法和相关标准。

2. 实验内容与要求

(1) 仿真计算高压输电线周围产生的电磁场。

(2) 实验室条件下模拟测量三相大电流产生的磁场,并与仿真结果比较。

(3) 测量高压输电线路电晕无线电干扰。

(4) 分析高压输电线路无线电干扰的频率特性与空间分布特性。

3. 实验仪器

电流放大器、高斯计、电磁场接收天线、衰减器和测量接收机。

4. 实验原理

高压输电线运行时会产生电磁辐射,使得输电线周围的电磁环境恶化加剧,对周围居民的健康和设备安全构成威胁。因此,输电线安全走廊宽度是电力工程建设考虑的一个重要问题。输电线周围的电磁环境主要由两部分构成:一部分是输电线上的电流电压产生的工频电磁场;另一部分是输电线电晕放电、绝缘子串表面闪络等引起的高频电磁场。

测量以国家环境保护行业标准《500kV 超高压送变电工程电磁辐射环境影响评价技术规范》(HJ/T 24—1998)、《高压架空输电线、变电站无线电干扰测量方法》(GB 7349—1987)等为参考。针对输电线走廊垂直方向进行测量。

输电线及杆塔如图 2-9-1 所示。测量布点如图 2-9-2 所示。



图 2-9-1　输电线及杆塔

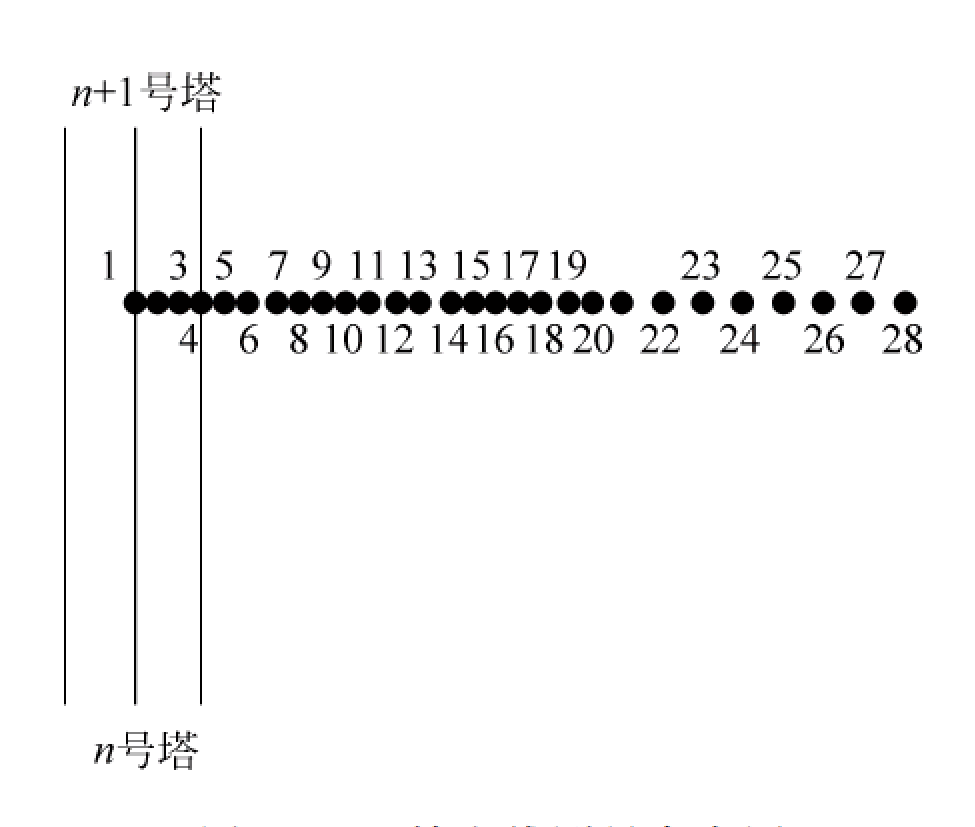


图 2-9-2 输电线测量布点图

利用有限元软件，可以计算高压输电线在空间产生的电磁场。

在实验室条件下，可以用升流器来产生接近于输电线的大电流，从而可在实验室环境下模拟测量输电线产生的磁场。升流器式装置又称大电流发生器，由调压器 B 和变流变压器 T 组成，可用来输出单相或三相低电压大电流。其工作原理如图 2-9-3 所示。当变流变压器 T 的次级线圈的匝数远小于初级线圈的匝数时，次级线圈的电流远大于初级线圈。在实验过程中，次级线圈可取最小值。

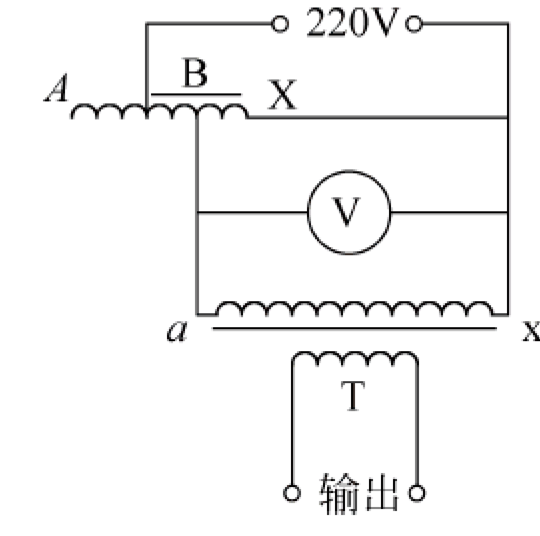


图 2-9-3 升流器原理图

由于次级输出电流很大（50～2000A），输出外接铜导线按 $3A/mm^2$ 选择，其长度应不大于 3m。当电流较大时，应并联一只相应的补偿电容器。满输出时工作时间不得超过 5min，继续工作时间应小于 2.5min，且工作周期应大于 10min。操作时，应均匀缓慢旋转手轮，以免损坏调压器 B。升流器外壳有接地端子，使用时应良好接地。

在做大电流实验时，按图 2-9-3 正确接好工作线路。根据输出电流的大小，选择好大、小量程开关的位置。先将调压器 B 回到零，再按下工作按钮，顺时针方向慢慢旋转调压器 B 的手轮，注视电流表，直到达到所需的电流值为止，实验到所定的时间后，立即将调压器手轮反时针方向回零，按下停止按钮，切断电源。

实验室也可以用高压发生器模拟产生输电线周围的强电场，进而测量高压输电线的电场干扰。读者可参考相关参考文献。

5. 实验步骤

1）实验室完成部分

(1) 用数值计算软件计算高压输电线周围的电磁场。计算参数如下：三相输电线对称、平行于地面且呈三角形排列。输电线的电压等级为 110kV、电流等级为 200A。

(2) 用升流器产生三相 200A 的大电流，用高斯计测量三相电流周围的磁场分布，并与计算结果进行比较，验证仿真结果。

2）现场实验部分

(1) 在远离高压输电线及其他明显无线电干扰的位置，测量环境背景的无线电干扰。

(2) 选取合适的测量位置及测量布点。

(3) 在选定的测量布点上，逐点测量各点的无线电干扰状况。

实验 10

环探头磁场测量及其应用

1. 实验目的

掌握环探头测量磁场的原理。

2. 实验内容与要求

(1) 利用单探头测量磁场来确定激励电流的大小。

(2) 利用多探头测量磁场来确定激励电流的位置。

3. 实验仪器

信号发生器、长直导线、数字示波器和尺子。

4. 实验原理

环探头的基本结构是由导线绕制而成的金属环,环的末端分别连接到同轴电缆的内外导体上。设环探头为电小尺寸且结构平衡对称,结构如图 2-10-1 所示。

根据法拉第电磁感应定律,环探头的开路输出电压为

$$U_i = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d[NA\mu_0\mu_r H]}{dt} \tag{2-10-1}$$

式中,Φ 是穿过环探头的磁通;A 是环的面积;H 是被测磁场强度。则上式中右端项展开,可得

$$U_i = NA\mu_0\mu_r\frac{d[H(t)]}{dt} + N\mu_0\mu_r H\frac{d[A(t)]}{dt} + NA\mu_0 H\frac{d[\mu_r(t)]}{dt} \tag{2-10-2}$$

固定的环探头测量基于上式右端第一项。

在频率不太高时,环探头的等效电路如图 2-10-2 所示,其中 U_i 是环探头感应电动势的大小,R_s 是内阻,L_s 是自感,C 为输出端口的等效电容;当频率较低时,认为环探头的开路输出电压 U_o 即等于感应电动势大小。

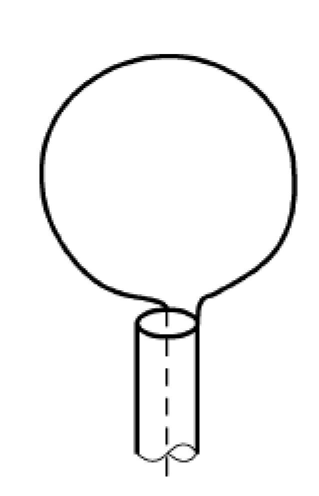




图 2-10-1 环探头结构示意图(左)和实物照片(右)

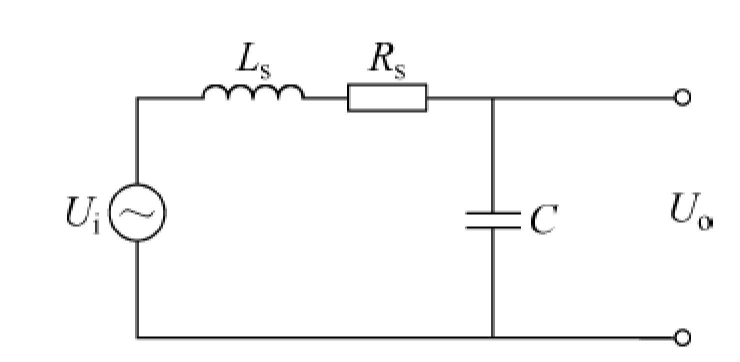


图 2-10-2 环探头等效电路

5. 实验步骤

(1) 正弦激励下,用单个环探头测量得到直导线轴线磁场的衰减曲线。

配置:信号发生器产生 5MHz 的正弦电压信号,输出电压 $U_{pp}=15V$,输出电压信号加到电阻为 3Ω 的长直细铜丝上,以其中较长的一段直导线作为磁场的激励电流。

探头:用一段直导线绕制 2 匝,环探头直径为 1cm,末端引线做成双绞线。

测量距离直导线不同距离处各点的探头输出电压值,数据记录如表 2-10-1。

表 2-10-1 测量探头输出电压值

距离/cm		1	2	3	4
输出电压/V	第 1 次				
	第 2 次				
	第 3 次				
	平均值				
磁感应强度/T					

(2) 锯齿波激励下,用单个环探头测量直导线的磁场。

配置:信号发生器输出锯齿波,频率 5MHz,输出电压 $U_{pp}=15V$。

测量:距离长直导线轴线 1cm 处的探头输出电压,绘制探头输出电压和激励电压的波形。

(3) 用 2 个环探头测量磁场,以确定直导线电流的等效位置。

配置:信号发生器输出正弦波形,频率 5MHz,输出电压 $U_{pp}=15V$,电路同实验步骤(1),且其中有一段多个导线并联的导线,如图 2-10-3 所示。

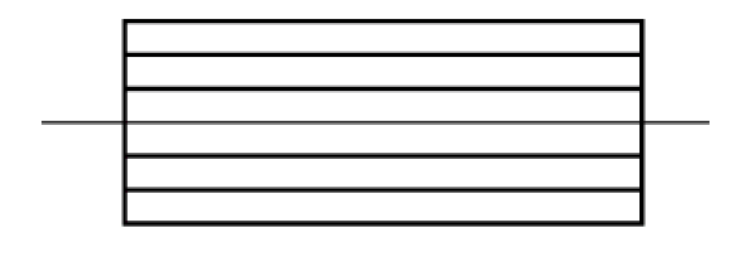


图 2-10-3 并联导线

利用双探头测量磁场大小,因为磁场和电流位置以及电流大小有关,通过所测量的磁场,即可求解出等效电流的位置,数据记录如表 2-10-2。

表 2-10-2 实验数据记录表

探头 1 距离直导线远端的距离/cm	
探头 2 距离探头 1 的距离/cm	
探头 1 的输出电压/V	
探头 2 的输出电压/V	
等效电流的大小/A	
等效电流的位置/cm	

测量时有以下两条注意事项。

(1) 长直导线要足够长,且避开周围可能影响其磁场分布的物体。

(2) 环探头绕制时应将末端引线做成铰线,且测量时保持探头平面与直导线共面。

附录

常用电磁学单位

物理量	符号	SI 单位	换算系数	CGS 单位
长度	l	1m	10^2	cm
质量	m	1kg	10^3	g
时间	t	1s	1	s
力	F	1N	10^5	dyn
功率	P	1W	10^7	erg/s
能量	W	1J	10^7	erg
磁矩	m	1Am^2	10^3	emu
磁场强度	H	1A/m	$4\pi\times10^{-3}$	Oe
磁化强度	M	1A/m	10^{-3}	G
磁通量	Φ	1Wb	10^8	Mx
磁通密度	B	1T	10^4	G
磁极化强度	J	1T	$10^4/4\pi$	emu(G)
自感、互感	L、M	1H	10^9	emu
磁导率	μ	1 H/m	$10^7/4\pi$	emu
磁化率	χ	1H/m	$10^7/4\pi$	emu
磁能积	BH	1T·A/m	40π	GOe
		1MJ/m^3	40π	MGOe

参 考 文 献

[1] 李大明.磁场的产生、测量及其应用(三)[J].电测与仪表,1979(9):16-21,35.
[2] 李顺方,熊季午,刘万银,等.快速饱和磁矩测量仪[J].现代科学仪器,1989(2):29-31.
[3] 李大明.磁场测量仪器及其发展趋势[J].电测与仪表,1983(6):11-19,23.
[4] 李大明.弱磁场测量仪器的进展和应用[J].电测与仪表,1985(1):37-43.
[5] 余声明.磁性技术在现代能源中的应用[J].电子元器件应用,2003(7):29-38.
[6] 余声明.磁性材料的新近发展[J].世界产品与技术,2003(1):29-33.
[7] 周寿增.磁性材料的发展与展望[J].功能材料,1984(2):4-9.
[8] 佚名.磁性材料测试技术的进展[J].电测与仪表,1971(8):3-12.
[9] 佚名.各向异性锰铝永磁材料[J].功能材料.1978(1):71.
[10] 佚名.日本学者在沪进行磁性材料和磁测技术讲学[J].功能材料,1987(4):64.
[11] 刘亚丕.高性能永磁材料磁性测量若干问题探讨及测量技术进展[J].电气技术,2006(9):29-35.
[12] 李健.论钕铁硼永磁材料测试技术及其发展[J].山西科技,2010,25(2):118-119.
[13] 张继东,欧阳联华,周巧根,等.直线加速器磁元件的磁场测量[J].仪器仪表学报,2005(1):76-78.
[14] 罗玉亮,林培豪.添加元素 Si、Ti 对各向异性 NdFeCoB 磁粉磁性能的影响[J].电工材料,2011(1):31-34.
[15] 佚名.以高矫顽力化为目标的铝镍钴磁钢[J].功能材料,1972(4):49-54.
[16] 金瑞湘.第六届国际稀土钴永磁及其应用会议[J].功能材料,1983(1):102-109.
[17] 张洛.对影响 R-Co5 永磁测量几种因素的讨论[J].上海钢研,1975(3):58-69.
[18] 骆振忠.高矫顽力 2:17 型磁性材料[J].稀土,1985(1):80.
[19] 刘士杰,卢军,马连元,等.CTM-302 型三分量高分辨率磁通门磁力仪的研制与应用[J].地球物理学报,1990,33(5):566-576.
[20] 金惕若.中国的弱磁场标准[J].地球物理学报,1988,31(6):713-716.
[21] 周军成,周勋,程安龙,等.DCM-1 型数字地磁脉动观测系统[J].地震学报,2015(3):91-103.
[22] 秦馨菱.核子旋进式磁力仪[J].地球物理勘探,1957(1):7-12.
[23] 文西芹,李纪明.基于磁弹性效应的电动转向轴用新型扭矩传感器[J].仪表技术与传感器,2011(1):5-7.
[24] 张东东,严萍,王珏,等.μs 级脉冲激励下磁开关磁芯磁特性[J].高电压技术,2009,35(1):87-92.
[25] 杨振坤,邓国臣.燃气具安全阀铁心磁性能的自动测试[J].实用测试技术,2001,27(4):14-16.
[26] 杨振坤,邓国臣,陈国联.软磁铁心磁性能的自动测试[J].电测与仪表,2001,38(5):19-21.
[27] 李克文,胡滨,刘剑.SJ/T 9072·3—1997《变压器和电感器磁芯制造厂产品目录中有关铁氧体材料资料的导则》介绍[J].磁性材料及器件,1999(6).
[28] 周世昌.软磁铁氧体磁性测量技术及其发展[J].磁性材料及器件,1998(6):18-21.
[29] 赵光.现代软磁铁氧体材料的合理选用[J].磁性材料及器件,1994(3):47-53.
[30] 聂淑清.在标准功率源基础上建立磁性损耗标准[J].中国计量,2007(4):57-58.
[31] OHNO H,CHIBA D,MATSUKURA F,et al. Electric-field control of ferromagnetism[J]. Nature,2000,48(6815):944-946.
[32] LEE H J,JEONG S Y,CHO C R,et al. Study of diluted magnetic semiconductor:Co-doped ZnO[J]. Applied Physics,2002,81(21):4020-4022.
[33] 杜永苹,李锋.静态磁特性参数的测量研究[J].电子设计工程,2010,18(5):120-121.

[34] 朱华，花银群．电磁材料的电磁参数及测量[J]．金属功能材料，2006，13(6)：42-45.
[35] 唐统一，赵伟．电磁测量[M]．北京：清华大学出版社，1997.
[36] 王德芳，叶妙元．磁测量[M]．北京：机械工业出版社，1990.
[37] 陆大川．磁性测量[M]．北京：电子工业出版社，1995.
[38] 刘兴民．直流磁性测量[M]．北京：机械工业出版社，1989.
[39] 周世昌．磁性测量[M]．北京：电子工业出版社，1987.
[40] YE C，HUANG UDPA L，et al. Magnetoresistive sensor with magnetic balance measurement for inspection of defects under magnetically permeable fasteners[J]. IEEE Sensors Journal，2016，16(8)：2331-2338.
[41] CARDOSO S，FREITAS P P，VALADEIRO J P，et al. Hybrid integration of magnetoresistive sensors with MEMS as a strategy to detect ultra-low magnetic fields[J]. Micromachines，2016，7(5)：88.